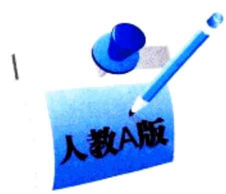
丛书主编◎樊希国 谢永红

自主学习·导与学

——“高中学生自主学习与主动发展”系列校本学生学习辅助用书



高中数学【必修1】

ZIZHUXUEXIDAOYUXUE

湖南科学技术出版社

目录

CONTENTS

第一章　集合与函数概念

第二章　基本初等函数(Ⅰ)

第一章 集合与函数概念

单元学习计划与载要

学习内容	任务安排	完成情况	存在问题

第 1 课时 集合的含义与表示(一)

课前自学清单

教材扫描

1. 一般地,我们把研究的对象称为①______,把一些元素组成的总体叫做②______,给定的集合,它的元素是③______和④______,对于任意一个元素都能判断它是不是集合的元素.
2. 自然数集记作⑤______,正整数集记作⑥______,整数集记作⑦______,有理数集记作⑧______,实数集记作⑨______.

扫描指南

1. ①元素;②集合;③确定的;④互不相同的;
2. ⑤$\mathbf{N}$;⑥$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$;⑦$\mathbf{Z}$;⑧$\mathbf{Q}$;⑨$\mathbf{R}$.

自主探究

3. 下列各组对象能构成集合的是______.
   ①我们班上的高个子;
   ②小于 2 006 的自然数;
   ③2008 年北京奥运会的比赛项目;
   ④某直线上的点.
4. 给出下面 4 个关系:
   ①$2\in\mathbf{N}^*$;②$2\notin\mathbf{R}$;③$\sqrt{2}\notin\mathbf{R}$;④雪山$\notin\mathbf{R}$.
   其中正确的是 ( )
   A. ①③④ B. ①②③ C. ①③ D. ①④

课堂合作清单

情境引入

天空中的鸟群,草地上的羊群,湖水里的鱼群,火车上的人群,直线上的所有点,不等式的所有解……

怎样用数学语言来刻画"汇集在一起的对象"?

【解答】 集合的本质在于刻画"汇集在一起的对象",构成集合的对象应是确定的,互异的,这有别于日常生活中的一些模糊对象.

典例解析

题型一 集合中元素确定性的应用

【例 1】 考查下列每组对象能否构成一个集合?

(1)所有的好人;
(2)不超过 20 的非负数;
(3)我班 16 岁以下的学生;
(4)直角坐标系中横坐标与纵坐标相等的点;
(5)充分接近$\sqrt{3}$的实数.

思维分析 集合的元素具有确定性,对于集合 A 和某一对象 x,有一个明确的判断标准,是 $x\in A$,还是 $x\notin A$,二者必居其一.

【解】 (1)"所有的好人"无明确的标准,对于某个人是

否是“好人”无法客观地判断，因此(1)不能构成集合；类似地，(5)也不能构成集合.

(2)任给一个实数 x，可以明确地判断是不是“不超过20的非负数”，即“$0\leqslant x\leqslant 20$”与“$x>20$ 或 $x<0$”，两者必居其一，且仅居其一，故“不超过20的非负数”能构成集合；类似地，(3)、(4)也能构成集合.

题型二　元素与集合关系的判断

【例 2】（基础知识题）用符号“$\in$”或“$\notin$”填空：

1 ____ $\mathbf{N}$，0 ____ $\mathbf{N}$，-3 ____ $\mathbf{N}$，0.5 ____ $\mathbf{N}$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{N}$；

1 ____ $\mathbf{Z}$，0 ____ $\mathbf{Z}$，-3 ____ $\mathbf{Z}$，0.5 ____ $\mathbf{Z}$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Z}$；

1 ____ $\mathbf{Q}$，0 ____ $\mathbf{Q}$，-3 ____ $\mathbf{Q}$，0.5 ____ $\mathbf{Q}$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Q}$；

1 ____ $\mathbf{R}$，0 ____ $\mathbf{R}$，-3 ____ $\mathbf{R}$，0.5 ____ $\mathbf{R}$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{R}$.

【答案】 $\in,\in,\notin,\notin,\notin;\in,\in,\in,\notin,\notin;\in,\in,\in,\in,\notin;\in,\in,\in,\in,\in$

探究心得

1.掌握集合的要领关键是把握集合中元素的三个特征：确定性、互异性、无序性，特别是集合的互异性，在解题过程中易被忽视，应引起重视.

2.集合中的元素具有广泛性，不仅可以是数，还可以是图形、物品等对象.

例　已知集合 A 是由 $1,a^2$ 两个元素组成的集合，且 $a\in A$，求实数 a 的值.

典型误解：由 $a\in A$，得 $a=1$ 或 $a=a^2$，

所以 $a=1$ 或 $a=0$.

课后测控清单

共同基础

1. 下面四个说法正确的个数有　　（　　）

①集合 $\mathbf{N}$ 中最小的数为 1；

②若 $a\notin\mathbf{N}$，则 $-a\notin\mathbf{N}$；

③若 $a\in\mathbf{N}$，$b\in\mathbf{N}$，则 $a+b$ 的最小值为 2；

④所有小的正数组成一个集合.

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

2. 下列各组对象可构成一个集合的是　　（　　）

A. 与 1 非常接近的数　　B. 我校学生中的女生

C. 中国漂亮的工艺品　　D. 本班视力差的女生

3. 设有下列三个关系式：$\sqrt{2}\in\mathbf{R}$，$0.3\in\mathbf{Q}$，$0\in\mathbf{N}$，其中正确的个数是　　（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

4. A 是由 2,4,6 三个元素组成的集合，B 是由 4,6,2 三个元素组成的集合，则 A,B 两个集合________（填“相等”或“不相等”）.

能力训练

5. 下列各组对象不能构成集合的是　　（　　）

A. 正三角形的全体

B. 所有的无理数

C. 高一课本中的所有难题

D. 不等式 $2x+3>1$ 的解

6. 以实数 $x,-x,\sqrt{x^2},|x|,-|x|,-\sqrt{x^2},-\sqrt[3]{x^3},\sqrt[3]{x^3}$ 为元素所构成的集合中最多含有　　（　　）

A. 2 个元素　　B. 3 个元素

C. 4 个元素　　D. 5 个元素

7. 如果具有下述性质的 x 都是集合 M 中的元素，即 $x=a+b\sqrt{2}$，且 $a,b\in\mathbf{Q}$，则下列元素中不属于集合 M 的元素个数是　　（　　）

①$x=0$；② $x=\sqrt{2}$；③$x=3-2\sqrt{2}\pi$；

④$x=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$；⑤$x=\sqrt{6-4\sqrt{2}}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}$.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

8. 已知 A 是由 $0,m,m^2-3m+2$ 三个元素组成的集合，且 $2\in A$，则实数 m 为　　（　　）

A. 2　　B. 0 或 3

C. 3　　D. 0,2,3 均可

9. 以方程 $x^2-5x+6=0$ 和方程 $x^2-3x+2=0$ 的解为元素的集合，共有元素个数为　　（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

10. 下列各条件中，不能构成一个集合的是　　（　　）

A. 充分接近$\sqrt{7}$的所有实数的全体

B. 某校身高不超过 1.7 m 的所有学生

C. 小于 100 的所有偶数

D. 数轴上到原点的距离不超过一个单位的点的全体

11. 若 $a,b\in\mathbf{R}$，且 $a\neq 0,b\neq 0$，则 $\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{|b|}{b}$ 的可能取值所组成的集合中元素的个数为________.

12. 由一条边长为 1，一个角为 40° 的等腰三角形组成的集合中元素的个数为________.

创新拓展

13. 已知集合 A 是由 $2,x,x^2-x$ 三个元素组成的集合.求 x 应满足的条件.

第 2 课时　集合的含义与表示(二)

课前自学清单

教材扫描

1. 把集合的元素一一列举出来,并用花括号“{}”括起来表示集合的方法叫做①______.
2. 用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为②______.具体方法是:在花括号内先写上表示这个集合元素的③________及取值(或变化)范围,再画一条竖线,在竖线后写出这个集合中元素所具有的④________.

扫描指南

1. ①列举法;
2. ②描述法;③一般符号;④共同特征.

自主探究

3. 指出下列集合是有限集,还是无限集.

①$A=\{x|0<x<100,x\in \mathbf{Z}\}$;

②$B=\{x|0<x<1\}$.

4. 用适当的方法表示下列各集合.

①由所有非负偶数组成的集合;

②$\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x+y=1,\\2x-y=5\end{cases}\right\}$;

③抛物线 $y=x^2-2x+3$ 上的点组成的集合.

课堂合作清单

情境引入

我国幅员辽阔,山川秀丽,著名的五岳名山能否组成集合?若能,这个集合可以怎样表示?还有,不等式 $x-3>0$ 的解集能用列举法表示吗?如果不能,你能想出一种表示法吗?

【解答】 五岳名山组成的集合可以表示为{东岳泰山,西岳华山,南岳衡山,北岳恒山,中岳嵩山},不等式 $x-3>0$ 的解集可以表示为 $\{x|x>3\}$.

典例解析

题型一　列举法的应用

【例 1】 用列举法表示下列集合:

(1)方程 $(x+1)\left(x-\frac{2}{3}\right)^2(x^2-2)(x^2+1)=0$ 的有理根构成的集合 A;

(2)方程 $\sqrt{2x-1}+|3y+3|=0$ 的解集构成的集合 B.

思维分析　如何用列举法描述集合.

【解】 (1)由 $(x+1)\left(x-\frac{2}{3}\right)^2(x^2-2)(x^2+1)=0$ 得 $x=-1\in\mathbf{Q},x=\frac{2}{3}\in\mathbf{Q},x=\pm\sqrt{2}\notin\mathbf{Q}$.

所以 $A=\left\{-1,\frac{2}{3}\right\}$.

(2)方程只有当 $2x-1=0$ 与 $3y+3=0$ 同时成立时,等式才成立,

所以 $\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=-1\end{cases}$ 为方程的解,即 $B=\left\{\left(\frac{1}{2},-1\right)\right\}$.

【点拨】 第(2)小题转化成关于 x,y 的二元方程组,方程组只有一组解,用小括号将 $\frac{1}{2}$,-1 括起来写在花括号内表明集合 $B=\left\{\left(\frac{1}{2},-1\right)\right\}$ 只有一个元素,而有序实数对 $\left(\frac{1}{2},-1\right)$ 按习惯 $\frac{1}{2}$,-1 分别是 x,y 的值,所以我们不能把 B 写成 $\left\{-1,\frac{1}{2}\right\}$.

题型二　描述法的应用

【例 2】 用描述法表示下列集合:

(1)所有能被 3 整除的数;

(2)图 1-1 中阴影部分的点(含边界)的坐标集合(不含虚线).

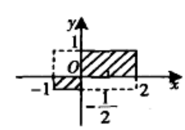


图 1-1

思维分析　(1)中能被 3 整除的数可表示为 $3n,n\in\mathbf{Z}$;(2)中元素是坐标点 (x,y),也就是说先考虑元素是什么,再考虑元素必须满足的条件.

【解】 (1)$\{x|x=3n,n\in\mathbf{Z}\}$.

(2)$\left\{(x,y)\,\middle|\,-1\leqslant x\leqslant 2,-\frac{1}{2}\leqslant y\leqslant 1,且\ xy\geqslant 0\right\}$.

【点拨】 使用描述法时,应注意六点:(1)写清楚集合中元素的代号;(2)说明该集合中元素的性质;(3)不能出现未被说明的字母;(4)多层描述时,应当准确使用“且”,“或”;(5)所有描述的内容都要写在花括号内;(6)用于描述的语句力求简明、确切.

探究心得

1. 用列举法表示集合时应注意:

①元素间用“,”分隔;

②不需考虑元素的顺序.

2. 用描述法表示集合时应注意：

①准确说明该集合中元素的特征；

②准确列出该集合中元素须满足的条件.

3. 一般情况下，对于有限集，在元素不多的情况下，宜采用列举法；对于无限集，一般采用描述法.

课后测控清单

共同基础

1. 方程组$\begin{cases}x+y=1,\\x^2-y^2=9\end{cases}$的解的集合是 ( )

A. $(5,4)$　　B. $\{5,-4\}$

C. $\{(-5,4)\}$　　D. $\{(5,-4)\}$

2. 对于集合 $A=\{2,4,6,8,\cdots\}$，用描述法表示正确的是 ( )

A. $\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$　　B. $\{x|x=2k,k\in\mathbf{N}\}$

C. $\{x|x=2k,k\in\mathbf{N}^*\}$　　D. 以上都不对

3. 已知集合 $S=\{a,b,c\}$ 中的三个元素是$\triangle ABC$的三边长，那么$\triangle ABC$一定不是 ( )

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

4. 给出下列5种说法：

①任意一个集合的正确表示方法都是唯一的；

②集合$\{0,-1,2,-2\}$与集合$\{-2,-1,0,2\}$是同一个集合；

③若集合 P 是满足不等式 $0\leqslant 2x\leqslant 1$ 的 x 的集合，则这个集合是一个无限集；

④若 $a\in\mathbf{R}$，则 $a\in\mathbf{Q}$；

⑤集合$\{x|x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$与集合$\{y|y=2m+1,m\in\mathbf{Z}\}$表示的是同一个集合.

其中正确的说法有________.

能力训练

5. 集合 $A=\{(x,y)|xy\geqslant 0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$是指 ( )

A. 第一象限的点集

B. 第三象限的点集

C. 第一、三象限的点集

D. 不在第二、四象限的点集

6. 若 $A=\{y|y=2^x,1\leqslant x\leqslant 4,x\in\mathbf{N}\}$，$B=\{x|x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，则 A 与 B 的所有公共元素构成的集合是 ( )

A. $\{x|x=3k+1,1\leqslant k\leqslant 4\}$　　B. $\{2,4,8,16\}$

C. $\{4,16\}$　　D. $\{1,4,16\}$

7. 设 P,Q 为两个非空实数集合，定义集合 $P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$，若 $P=\{0,2,5\}$，$Q=\{1,2,6\}$，则 $P+Q$ 中元素的个数是 ( )

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

8. 下列集合中，不同于另外三个集合的是 ( )

A. $\{x|x=1\}$　　B. $\{x=1\}$

C. $\{1\}$　　D. $\{y|(y-1)^2=0\}$

9. 定义集合运算：$A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$，设集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{2,3\}$，则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为 ( )

A. 0　　B. 6　　C. 12　　D. 18

10. 用适当方法表示下列集合：

(1)方程组$\begin{cases}x+y=2,\\3x+2y=5\end{cases}$的解集；

(2)100以内被3除余1的正整数；

(3)到两坐标轴距离相等的点的集合；

(4)所有的正方形.

11. 设集合 $B=\left\{x\,\middle|\,x\in\mathbf{N}\text{ 且 }\dfrac{6}{x+2}\in\mathbf{N}\right\}$，试用列举法表示集合 B.

创新拓展

12. 已知集合 $A=\{x|ax+b=1\}$，$B=\{x|ax-b>4\}$，其中 $a\neq 0$. 若 A 中元素必为 B 的元素，求实数 b 的取值范围.

第 3 课时　集合间的基本关系(一)

课前自学清单

教材扫描

1. 对于集合 A,B,如果集合 A 中①________一个元素都是集合 B 中的元素,称集合 A 为集合 B 的子集,记作②________;如果集合 $A\subseteq B$,但存在元素③________,称集合 A 是集合 B 的真子集,记作④________.

扫描指南

1. ①任意;②$A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$);③$x\in A$ 且 $x\notin B$;④$A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$).

自主探究

2. 判断下列关系是否正确.

①$\{a\}\subseteq\{a\}$;　②$\varnothing\subsetneqq\{0\}$;

③$0\in\{0\}$;　④$\varnothing\in\{0\}$;

⑤$0\in\varnothing$;　⑥$\{0,1\}\subsetneqq \mathbf{N}$.

3. 判断下列集合 A 与集合 B 的关系.

①$A=\{1,2,3\}$,$B=\{0,1,2,3,6\}$;

②$A=\{x|x>1\}$,$B=\{x|2<x<3\}$.

课堂合作清单

情境引入

我们班开展秋游活动,为了便于开展活动,全体同学分为 6 个小组,设全班同学组成的集合为 A,第一个小组的同学组成的集合为 B,你能发现两个集合有什么关系?

【解答】 可以发现,集合 B 中的任何一个元素都是集合 A 的元素,这时我们说集合 B 包含于集合 A,即集合 B 是集合 A 的子集.

典例解析

题型一　判断集合间的关系

【例 1】 已知集合 $X=\{x|x=n^2+1,n\in\mathbf{N}^*\}$,$Y=\{y|y=k^2-4k+5,k\in\mathbf{N}^*\}$,试判断集合 X 与集合 Y 的关系,并给出证明.

思维分析　通过列举集合的部分元素,观察其关系,然后再从理论上证明.

【解】 集合 X 中,$x=2,5,10,17,\cdots$;

集合 Y 中,$y=(k-2)^2+1=2,1,2,5,10,17,\cdots$.

可得 $X\subsetneqq Y$.

下面证明:对于任意的元素 $x\in X$,有

$x=n^2+1=(n^2+4n+4)-4(n+2)+5$

$=(n+2)^2-4(n+2)+5$.

由 $n\in\mathbf{N}^*$,知 $n+2\in\mathbf{N}^*$,

所以 x 具有 $y=k^2-4k+5,k\in\mathbf{N}^*$ 的形式,故 $x\in Y$.

以上表明,对任意的 $x\in X$,都有 $x\in Y$ 成立,故 $X\subseteq Y$.

又 $k=2$ 时,$y=1$,所以 $1\in Y$.

而 $1<1+n_0^2(n_0\in\mathbf{N}^*)$,所以 $1\notin X$.

从而,$X\subsetneqq Y$.

【点拨】 判断两个集合之间的关系,最关键的是要弄清两集合中的元素是什么,本例运用了具体化的手法,用列举法把这两个抽象的集合转化成了"一目了然"的形式,从而得到了两集合的关系. 由于 X,Y 是两个无限集,列举法只能反映集合的"局部"特点,而要确定 $X\subsetneqq Y$,需用真子集的定义,即先证 $X\subseteq Y$,再证 Y 中至少有一个元素不属于集合 X. 要证 $X\subseteq Y$,只需证明 X 中的任一元素都属于集合 Y.

题型二　子集关系的应用

【例 2】 已知 $A=\{x|x^2-5x+6=0\}$,$B=\{x|mx=1\}$,若 $B\subsetneqq A$,求实数 m 所构成的集合 M,并写出 M 的所有子集.

思维分析　由 $B\subsetneqq A$ 知 B 是 A 的真子集,由列举法求出 A,再求出 B,进而求 m 的值.

【解】 由 $x^2-5x+6=0$ 得 $x=2$,或 $x=3$.

所以 $A=\{2,3\}$.

由 $B\subsetneqq A$ 知 $B=\varnothing$,或 $B=\{2\}$,或 $B=\{3\}$.

若 $B=\varnothing$,则 $m=0$;若 $B=\{2\}$,则 $m=\dfrac{1}{2}$;

若 $B=\{3\}$,则 $m=\dfrac{1}{3}$.

故 $M=\left\{0,\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3}\right\}$.

从而 M 的所有子集为 $\varnothing$,$\{0\}$,$\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$,$\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$,$\left\{0,\dfrac{1}{2}\right\}$,

$\left\{0,\frac{1}{3}\right\}$，$\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right\}$，$\left\{0,\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right\}$.

【点拨】 由 $B\subsetneqq A$ 可知 B 可以为 $\varnothing$.

探究心得

1. 元素与集合之间是从属关系，而集合与集合之间是包含关系，判断集合与集合的关系时要辨清相对的“身份”，从元素与集合的关系入手.

2. 空集是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集，含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集，有 2^n-1 个真子集，可用这些一般性结论检验解题结果的正误.

课后测控清单

共同基础

1. 设 $A=\{x|1<x<2\}$，$B=\{x|x<a\}$，若 $A\subsetneqq B$，则 a 的取值范围是 ( )

A. $a\geqslant 2$　　B. $a\leqslant 1$

C. $a\geqslant 1$　　D. $a\leqslant 2$

2. 满足条件 $\{a,b\}\subseteq M\subsetneqq\{a,b,c,d,e\}$ 的集合 M 共有 ( )

A. 8 个　　B. 7 个

C. 6 个　　D. 5 个

3. 设集合 $A=\{x|x\leqslant\sqrt{13}\}$，$a=2\sqrt{3}$，那么下列关系正确的是 ( )

A. $a\subseteq A$　　B. $a\in A$

C. $a\notin A$　　D. $\{a\}\in A$

4. 已知集合 $A=\{0,4,5\}$，$B=\{x|x=ab,a,b\in A$，且 $a\neq b\}$，则 B 的子集的个数是 ( )

A. 4　　B. 8　　C. 16　　D. 15

5. 写出集合 $\{a,b,c\}$ 的所有子集，并指出其中哪些是真子集，哪些是非空的真子集.

能力训练

6. 设集合 $P=\{x|y=x^2\}$，集合 $Q=\{(x,y)|y=x^2\}$，则 P，Q 的关系是 ( )

A. $P\subseteq Q$　　B. $P\supseteq Q$

C. $P=Q$　　D. 以上都不对

7. 已知 $P=\{x|x=n^2+1,n\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{y|y=m^2-4m+1,m\in\mathbf{N}\}$，则 P 与 Q 的关系是 ( )

A. $P=Q$　　B. $P\subsetneqq Q$

C. $P\supsetneqq Q$　　D. 以上都不对

8. 集合 $M=\{x|x=3k-2,k\in\mathbf{Z}\}$，$P=\{y|y=3l+1,l\in\mathbf{Z}\}$，$S=\{y|y=6m+1,m\in\mathbf{Z}\}$ 三者之间的关系是 ( )

A. $S\subsetneqq P\subsetneqq M$　　B. $S=P\subsetneqq M$

C. $S\subsetneqq P=M$　　D. $S\supsetneqq P=M$

9. 已知集合 $M=\{y|y=x^2-4x+3,x\in\mathbf{R}\}$，$P=\{x|-1\leqslant x\leqslant 4\}$，则集合 M 与集合 P 之间的关系是______________.

创新拓展

10. 已知集合 $A=\{x|1<x<2\}$，$B=\{x|x<a\}$，若 $A\subsetneqq B$，则实数 a 的取值范围是什么？

第 4 课时　集合间的基本关系(二)

课前自学清单

教材扫描

1. 如果任意集合 A 与集合 B 中的元素完全一样，则称集合 A 与集合 B 相等，换句话说，如果集合 A 是集合 B 的①________，且集合 B 是集合 A 的②________，则称集合 A 与集合 B 相等.

扫描指南

1. ①子集；②子集.

自主探究

2. 判断下列关系是否正确.

①$\{1,2,3,4\}=\{4,3,2,1\}$；

②$\varnothing=\{0\}$；

③$\{2,4\}=\{(2,4)\}$；

④$\{0,1,2,3\}=\{x|x<4$ 且 $x\in\mathbf{N}\}$.

3. 已知集合 $M=\{0,2\}$，集合 $P=\{x|x\in M\}$，则集合 M 与集合 P 之间的关系是　　(　　)

A. $M\subsetneqq P$　　B. $P\subsetneqq M$

C. $M=P$　　D. $M\in P$

4. 集合 $A=\{x|x=4k-3,k\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{y|y=4l+1,l\in\mathbf{Z}\}$，则集合 A 与集合 B 之间的关系　　(　　)

A. $A\subsetneqq B$　　B. $A\supsetneqq B$

C. $A=B$　　D. 不确定

课堂合作清单

情境引入

设我们班的全体同学组成的集合为 A，我们班男生和女生组成的集合为 B，你发现集合 A 与集合 B 有什么关系？

【解答】 集合 A 与集合 B 是同一个集合.

典例解析

题型一　集合相等关系的应用

【例 1】 已知 $M=\{3,a,b\}$，$N=\{2a,3,b^2\}$，且 $M=N$，求 a,b 的值.

【解】 因为 $M=N$，所以 $\begin{cases}a=2a,\\b=b^2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=b^2,\\b=2a.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=0,\\b=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=0,\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

经检验 $\begin{cases}a=0,\\b=0\end{cases}$ 不符合题意，故 $\begin{cases}a=0,\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

题型二　集合关系的综合应用

【例 2】 已知集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$.

(1)是否存在实数 m，使 $A=B$；

(2)是否存在实数 m，使 $B\subsetneqq A$.

【解】 (1)假设存在实数 m，有 $A=B$.

所以 $\begin{cases}-2=m+1,\\5=2m-1,\end{cases}$ 该方程组无解.

所以假设错误，故不存在实数 m，使 $A=B$.

(2)假设存在实数 m，使 $B\subsetneqq A$，它们的关系图如下：

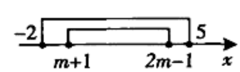


图 1-2

①当 $B\neq\varnothing$ 时，由图 1-2 可知

$\begin{cases}-2\leqslant m+1,\\5\geqslant 2m-1,\\m+1\leqslant 2m-1,\end{cases}$

即 $2\leqslant m\leqslant 3$；

②当 $B=\varnothing$ 时，有

$m+1>2m-1$，即 $m<2$.

所以存在实数 m，当 $m\leqslant 3$ 时，$B\subsetneqq A$.

探究心得

1. 判断两个集合是否相等，有两个途径：

(1)看两个集合的元素是不是完全一样.

(2)若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则 $A=B$.

2. 如果两个集合相等，则它们的元素完全一样.

3. 不论两个集合中的元素顺序如何，只要两集合的元素完全相同，它们就是相等的.

课后测控清单

共同基础

1. 下列各集合中，只有一个子集的集合为　（　　）

   A. $\{x|x^2\leqslant 0\}$　　B. $\{x|x^3\leqslant 0\}$

   C. $\{x|x^2<0\}$　　D. $\{x|x^3<0\}$

2. 已知集合 $M=\{y|y=x^2-2x-1,x\in\mathbf{R}\}$，$P=\{x|-2\leqslant x\leqslant 4\}$，则集合 M 与 P 之间的关系是________.

3. 已知集合 $M=\{x|x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$，

   $N=\{x|x=2(n-1),n\in\mathbf{Z}\}$，

   $P=\{x|x=2n-1,n\in\mathbf{N}^*\}$，

   $Q=\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{N}^*\}$，

   则集合 M 与 N 的关系是______，集合 P 与 Q 的关系是______.

能力训练

4. 含有三个实数的集合可以表示为 $\left\{x,\frac{y}{x},1\right\}$，也可以表示为 $\{|x|,x+y,0\}$，则 x^4-y^4 的值为　（　　）

   A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. ±1

5. 已知集合 $A=\{2,5\}$，$B=\{x|x^2+px+q=0\}$，$A=B$，求 p,q 的值.

6. 设集合 $A=\{a,ab,a^2\}$，$B=\{1,a,b\}$，且 $A=B$，求 a,b 的值.

创新拓展

7. 若 $A=\{x|x=6p+8q,p,q\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=2m,m\in\mathbf{Z}\}$，讨论 A 与 B 的关系.

8. 已知集合 $M=\{a,a+d,a+2d\}$，$N=\{a,aq,aq^2\}$ $(a\neq 0)$，且 $M=N$，求 q 的值.

第 5 课时　集合的基本运算(一)

课前自学清单

教材扫描

1. 由属于集合 A ①______属于集合 B 的所有元素组成的集合,称为 A 与 B 的交集,记作②______;由所有属于集合 A ③______属于集合 B 的元素组成的集合,称为集合 A 与 B 的并集,记作④______.

扫描指南

1. ①且;② $A\cap B$;③或;④ $A\cup B$.

自主探究

2. 已知集合 $A=\{1,2,4,6\}$,集合 $B=\{2,4,7,8\}$,则 $A\cap B=$______, $A\cup B=$______.

3. 请用集合 A,B,C 表示图 1-3 中阴影部分.

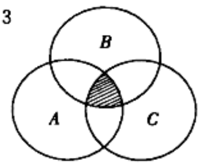


图 1-3

4. 若 $A=\{x|-2\leqslant x<2\}$, $B=\{x|-1<x<4\}$,则 $A\cap B=$______, $A\cup B=$______.

课堂合作清单

情境引入

学校进行运动会,高一(1)班选派 8 名运动员参加田赛项目,6 名运动员参加径赛项目,其中有 2 人既参加田赛项目又参加径赛项目.若参加田赛项目的运动员组成集合 A,参加径赛项目的运动员组成集合 B,既参加田赛项目又参加径赛项目的运动员组成集合 C,所有运动员组成集合 D,集合 A,B 与集合 C 之间有什么关系?集合 A,B 与集合 D 之间有什么关系?

【解答】 集合 A 是由参加田赛项目的运动员组成,集合 B 是由参加径赛项目的运动员组成,集合 C 是由既参加田赛项目又参加径赛项目的运动员组成,可见,集合 C 是由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成,称为集合 A 和集合 B 的交集,集合 D 是由所有运动员组成,可见,集合 D 是由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素组成,称为集合 A 和集合 B 的并集.

典例解析

题型一　并集、交集的基本运算

【例 1】 (1)已知 $A=\{x|x$ 是等腰三角形$\}$, $B=\{x|x$ 是直角三角形$\}$,求 $A\cap B$;

(2)设 $A=\{x|-1<x<2\}$, $B=\{x|1<x<3\}$,求 $A\cup B$.

思维分析　集合 $A\cap B$ 的元素既要符合 A 中元素的条件,又要符合 B 中元素的条件;集合 $A\cup B$ 中的元素是所有属于 A 或属于 B 的元素组成的集合.

【解】 (1) $A\cap B=\{x|x$ 是等腰三角形$\}\cap\{x|x$ 是直角三角形$\}=\{x|x$ 是等腰直角三角形$\}$.

(2)利用数轴,由图 1-4 可知,

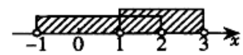


图 1-4

$$A\cup B=\{x|-1<x<2\}\cup\{1<x<3\}$$
$$=\{x|-1<x<3\}.$$

【点拨】 根据交集、并集定义,适时运用数形结合思想易得结果,但在求并集时注意检验集合中元素的互异性.

题型二　并集、交集的灵活运用

【例 2】 设集合 $A=\{x|x^2+4x=0\}$, $B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0,a\in\mathbf{R}\}$.

(1)若 $A\cap B=B$,求 a 的值;

(2)若 $A\cup B=B$,求 a 的值.

思维分析　明确 $A\cap B=B$, $A\cup B=B$ 的含义,根据问题的需要,将其转化为等价的关系式 $B\subseteq A$ 和 $A\subseteq B$,是解决本题的关键.同时,在包含关系式 $B\subseteq A$ 中,不要漏掉 $B=\varnothing$ 的情况.

【解】 首先化简集合 $A=\{-4,0\}$.

(1)由 $A\cap B=B$,则有 $B\subseteq A$,可知集合 B 或为 $\varnothing$,或为 $\{0\}$,或为 $\{-4\}$,或为 $\{-4,0\}$.

①若 $B=\varnothing$ 时, $\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)<0$,

解得 $a<-1$.

②若 $0\in B$,代入得 $a^2-1=0\Rightarrow a=1$,或 $a=-1$.

当 $a=1$ 时, $B=\{x|x^2+4x=0\}=\{0,-4\}=A$,合题意;

当 $a=-1$ 时, $B=\{x|x^2=0\}=\{0\}\subseteq A$,也合题意.

③若 $-4\in B$,代入得 $a^2-8a+7=0\Rightarrow a=7$,或 $a=1$.

当 $a=1$ 时,已讨论,合题意;

当 $a=7$ 时, $B=\{x|x^2+16x+48=0\}=\{-12,-4\}$,不合题意.

由①②③,得 $a=1$,或 $a\leqslant-1$.

(2)因为 $A\cup B=B$,所以 $A\subseteq B$.

又 $A=\{-4,0\}$,而 B 至多只有两个根,因此应有 $A=B$,由(1)知 $a=1$.

探究心得

1. 求集合 A 与集合 B 的交集或并集时：

①对于有限集，将集合 A 与集合 B 都出现的元素一一列出来，并用花括号括起来就得到 $A\cap B$；将集合 A 或集合 B 出现的元素一一列出来，重复元素只列一次，并用花括号括起来就得到 $A\cup B$.

②对于无限集，将集合 A 与集合 B 用 Venn 图或数轴表达出来，将图象公共区域转化为集合就得到 $A\cap B$；将图象所有覆盖的区域转化为集合就得到 $A\cup B$.

2. 交、并运算注意数轴的应用，特别是有关不等式的题目.

3. 记住几个常见结论：

$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$　$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$

$A\cap B=A\cup B\Leftrightarrow A=B$

课后测控清单

共同基础

1. 已知 $M=\{$平行四边形$\}$，$P=\{$梯形$\}$，则 $M\cap P=$ （　）

A. M　B. P　C. $\varnothing$　D. 以上都不对

2. 已知集合 $M=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid x\leqslant m\}$，若 $M\cap B\neq\varnothing$，则实数 m 的取值范围是 （　）

A. $m<2$　B. $m\geqslant -2$　C. $m>-1$　D. $-2\leqslant m<2$

3. 设集合 $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{y\mid y=-x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，则 $M\cap N=$ （　）

A. $\{0,1\}$　B. $\{(0,1)\}$　C. $\{1\}$　D. 以上都不对

4. 若 $\{3,4,m^2-3m-1\}\cap\{2m,-3\}=\{-3\}$，则 $m=$________.

能力训练

5. 若集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B\subsetneqq A$，且 $1\in(A\cap B)$，$4\notin(A\cap B)$，则满足上述条件的集合 B 的个数是（　）

A. 7　B. 3　C. 4　D. 16

6. 若 A,B,C 为三个集合，$A\cup B=B\cap C$，则一定有 （　）

A. $A\subseteq C$　B. $C\subseteq A$　C. $A\neq C$　D. $A=\varnothing$

7. 已知集合 $M=\{x\mid x-a=0\}$，$N=\{x\mid ax-1=0\}$，若 $M\cap N=N$，则实数 a 的值是 （　）

A. 1　B. -1　C. 1 或 -1　D. 0 或 1 或 -1

8. 满足 $\{1,3\}\cup A=\{1,3,5\}$ 的所有集合 A 的个数是 （　）

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

9. 若集合 A,B,C 满足 $A\cap B=A$，$B\cup C=C$，则 A 与 C 之间的关系必定是 （　）

A. $A\subsetneqq C$　B. $C\subsetneqq A$　C. $A\subseteq C$　D. $C\subseteq A$

10. 某班参加数学课外活动小组的有 22 人，参加物理课外活动小组的有 18 人，参加化学课外活动小组的有 16 人，至少参加一科课外活动小组的有 36 人，则三科课外小组都参加的同学至多有________人.

11. 已知集合 $P=\{0,b\}$，$Q=\{x\mid x^2-3x<0,x\in\mathbf{Z}\}$. 若 $P\cap Q\neq\varnothing$，则 b 等于 （　）

A. 1　B. 2　C. 1 或 2　D. 8

创新拓展

12. 已知集合 $A=\{x\mid x^2+(p+2)x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$ 且 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$（$\mathbf{R}^+$ 为正实数集），求实数 p 的取值范围.

第 6 课时　集合的基本运算(二)

课前自学清单

教材扫描

1. 如果一个集合含有我们所研究问题中所涉及的①______元素，称这个集合为全集，记作②______；对于一个集合 A，由全集 U 中③______集合 A 的④______元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集，记作⑤______.

扫描指南

1. ①所有；②U；③不属于；④所有；⑤ $\complement_U A$.

自主探究

2. 已知全集 $U=\{1,3,5,7\}$，集合 $A=\{1,7\}$，则 $\complement_U A=$______.

3. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，集合 $A=\{1,3\}$，集合 $B=\{3,4\}$，试用 Venn 图表示 $\complement_U(A\cup B)$.

课堂合作清单

情境引入

高一(1)班的所有学生组成集合 U，所有女生组成集合 A，所有的男生组成集合 B，那么集合 A 和集合 B 之间有什么关系？

【解答】 可以发现 $A\cap B=\varnothing$，$A\cup B=U$，集合 B 是由集合 U 中不属于集合 A 的所有元素组成，称集合 B 是集合 A 相对于集合 U 的补集.

典例解析

题型一　补集的基本运算

【例 1】 已知 $U=\{$三角形$\}$，$A=\{$锐角三角形$\}$，$B=\{$等腰直角三角形$\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U B$.

思维分析　搞清三角形的分类标准，由分类标准结合补集的概念求解.

【解】 $\complement_U A=\{$直角三角形，钝角三角形$\}$，

$\complement_U B=\{$斜三角形，不等腰的直角三角形$\}$.

题型二　补集的应用

【例 2】 设全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{|2a-1|,2\}$，$\complement_U A=\{5\}$，求实数 a 的值.

思维分析　$\complement_U A=\{5\}$包含了三层意义，即 $5\in U$，且 $5\notin A$，且 $A\subseteq U$.

【解】 因为 $\complement_U A=\{5\}$，所以 $5\in U$，且 $5\notin A$.

所以 $a^2+2a-3=5$，解得 $a=2$，或 $a=-4$.

当 $a=2$ 时，$|2a-1|=3\neq 5$；

当 $a=-4$ 时，$|2a-1|=9\neq 5$，但是 $9\notin U$.

故 a 的值为 2.

【点拨】 注意检验集合中元素的互异性.

题型三　补集的性质及应用

【例 3】 设 $A=\{0,2,4,6\}$，$\complement_U A=\{-1,-3,1,3\}$，$\complement_U B=\{-1,0,2\}$，求 B.

思维分析　要求补集，必须先求全集，而 $U=A\cup(\complement_U A)=B\cup(\complement_U B)$.

【解】 因为 $A=\{0,2,4,6\}$，$\complement_U A=\{-1,-3,1,3\}$

所以 $U=A\cup(\complement_U A)=\{0,2,4,6,-1,-3,1,3\}$.

又因为 $\complement_U B=\{-1,0,2\}$，所以 $B=\{4,6,-3,1,3\}$.

【点拨】 熟练利用补集的性质.

探究心得

1. 求集合 A 相对于全集 U 的补集时，
   ①对于有限集，将全集 U 中的所有不属于集合 A 的元素一一列出来，并用花括号括起来就得到 $\complement_U A$.
   ②对于无限集，将集合 A 与全集 U 用 Venn 图或数轴表达出来，将全集 U 覆盖的区域中非集合 A 覆盖的区域转化为集合，就得到 $\complement_U A$.
2. 补集运算注意数轴上对应的实点与空点，例如 U 为 $\mathbf{R}$，$A=\{x|x>1$ 或 $x\leqslant -3\}$，则 $\complement_U A=\{x|-3<x\leqslant 1\}$.
3. 补集与全集的性质：
   ① $\complement_U(\complement_U A)=A$.
   ② $A\subseteq U$，$\complement_U A\subseteq U$.
   ③ $\complement_U U=\varnothing$，$\complement_U\varnothing=U$.

课后测控清单

共同基础

1. 已知 U 为全集，集合 $M,N\subsetneqq U$，且 $N\subseteq M$，则(　　)
   A. $\complement_U M\supseteq\complement_U N$　　　B. $M\subseteq\complement_U N$

C. $\complement_U M\subseteq\complement_U N$　　D. $\complement_U M\subseteq N$

2. 已知 $\complement_{\mathbf{Z}}A=\{x\in\mathbf{Z}|x<6\}$，$\complement_{\mathbf{Z}}B=\{x\in\mathbf{Z}|x\leqslant 2\}$，则 A 与 B 的关系是（　）

A. $A\subseteq B$　　B. $A\supseteq B$

C. $A=B$　　D. $\complement_{\mathbf{Z}}A\subsetneqq\complement_{\mathbf{Z}}B$

3. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,4,5\}$，$B=\{1,3,5,7\}$，则 $A\cap(\complement_U B)=$______，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=$______.

4. 已知全集 $I=\{2,4,1-a\}$，$A=\{2,a^2-a+2\}$，若 $\complement_U A=\{-1\}$，则 $a=$______.

能力训练

5. 已知全集 U，M，N 是 U 的非空子集，且 $\complement_U M\supseteq N$，则必有（　）

A. $M\subseteq\complement_U N$　　B. $M\subsetneqq\complement_U N$

C. $\complement_U M=\complement_U N$　　D. $M=N$

6. 设全集 $U=\{x||x|<4$ 且 $x\in\mathbf{Z}\}$，$S=\{-2,1,3\}$，若 $\complement_U P\subseteq S$，则这样的集合 P 共有（　）

A. 5 个　　B. 6 个

C. 7 个　　D. 8 个

7. 设全集 $U=\mathbf{R}$，$P=\{x|\frac{1}{x}>0\}$，则 $\complement_U P=$（　）

A. $\{x|\frac{1}{x}<0\}$　　B. $\{x|x<0\}$

C. $\{x|x\leqslant 0\}$　　D. $\{x|x\geqslant 0\}$

8. 已知全集 $U=\{a|a<10$，且 $a\in\mathbf{N}\}$，$A\cap B=\{2\}$，$\complement_U A\cap\complement_U B=\{1,9\}$，$\complement_U A\cap B=\{4,6,8\}$. 求集合 A 和 B.

9. 设 $S=\{x|x$ 是至少有一组对边平行的四边形$\}$，$A=\{x|x$ 是平行四边形$\}$，则 $\complement_S A=$______.

10. 已知全集 $U(U\neq\varnothing)$ 和集合 A，B，D，且 $A=\complement_U B$，$B=\complement_U D$，则 A 与 D 的关系是______.

11. 已知集合 $A=\{$正方形$\}$.

(1)若全集 $U=\{$菱形$\}$，则 $\complement_U A=$______

(2)若全集 $U=\{$矩形$\}$，则 $\complement_U A=$______

12. 已知 $U=\{-\frac{1}{3},5,-3\}$，$-\frac{1}{3}$ 是 $A=\{x|3x^2+px-5=0\}$ 与 $B=\{x|3x^2+10x+q=0\}$ 的公共元素. 求 $\complement_U A$，$\complement_U B$.

创新拓展

13. 若方程 $x^2+x+a=0$ 至少有一根为非负实数，求实数 a 的取值范围.

第 7 课时　集合的元素个数及集合的子集个数

课前自学清单

教材扫描

1. A,B 是有限集，U 是全集，如图 1－5 所示.

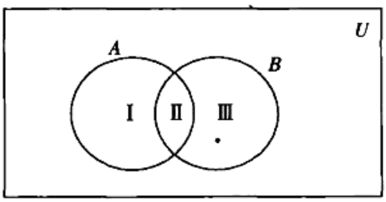


图 1－5

用 card(A)，card(B)，card($A\cup B$)，card($A\cap B$)分别表示 $A,B,A\cup B,A\cap B$ 的元素个数.

(1)则区域Ⅰ的元素个数为①________，
区域Ⅲ的元素个数为②________.

(2)显然 $A\cup B$ 的元素个数是Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ区域的元素个数之和，则 card($A\cup B$)＝③________.

扫描指南

1. ①card(A)－card($A\cap B$)；②card(B)－card($A\cap B$)；③card(A)＋card(B)－card($A\cap B$).

自主探究

2. 已知集合 $A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，则 $A\cap B$ 的元素个数是________，$A\cup B$ 的元素个数是________.

3. 已知集合 $A=\{1,2\}$，则 A 的子集个数是________，真子集个数是________.

4. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{1,3\}$，则 $\complement_U A$ 的元素个数是________.

5. 已知集合 $M=\{a,b,c,d\}$，则 M 的子集个数是________，真子集个数是________.

课堂合作清单

情境引入

设集合 A＝{中国，美国，英国，法国，俄罗斯}，B＝{中国，印度，埃及，古巴比伦}，试问 $A\cup B$ 的元素个数是否能为 5 加 4？

【解答】 不是，因为 A 和 B 中有相同的元素中国，所以只有 8 个元素.

典例解析

题型一　有关子集个数公式的应用

【例 1】 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,4,6\}$，$B=\{1,2,5\}$，求 $A\cap(\complement_U B)$ 的真子集个数，并列出 $A\cap(\complement_U B)$ 的所有真子集.

【解】 $\complement_U B=\{3,4,6,7\}$，

所以 $A\cap(\complement_U B)=\{4,6\}$.

所以 $A\cap(\complement_U B)$ 的真子集个数为 3，分别是 $\varnothing$，$\{4\}$，$\{6\}$.

题型二　用列举法求集合元素的个数

【例 2】 已知集合 $A=\{(x,y)\mid y=x^2+x+2\}$，$B=\{(x,y)\mid y=1-x\}$，试求 $A\cap B$ 的元素个数.

思维分析　集合 A 和 B 都是点集，要求 $A\cap B$ 的元素个数可以转化为求函数 $y=x^2+x+2$ 的图象与函数 $y=1-x$ 的图象的交点个数，等价于求 $\begin{cases}y=x^2+x+2,\\ y=1-x\end{cases}$ 的解的个数，利用判别式就能得出结论.

【解】 因为 $\begin{cases}y=x^2+x+2,\\ y=1-x,\end{cases}$

所以 $x^2+2x+1=0$，所以 $\Delta=4-4=0$.

所以方程组有唯一的解，即函数 $y=x^2+x+2$ 的图象与函数 $y=1-x$ 的图象只有一个交点.

所以 $A\cap B$ 的元素个数是 1.

题型三　集合与生活

【例 3】 某班有 54 名同学，其中会打篮球的有 36 人，会打排球的人数比会打篮球的人数多 4 人，另外，这两种球都不会打的人数是都会打的人数的 $\frac{1}{4}$ 还少 1 人. 问：既会打篮球又会打排球的有多少人？

思维分析　将计算既会打篮球又会打排球的实际问题转化为求交集中元素个数的问题. 借助 Venn 图可很快得到解决.

【解】 设 54 名同学组成的集合为 U，会打篮球的同学的集合为 A，会打排球的同学的集合为 B，这两种球都会打的同学的集合为 X，设 X 的元素个数为 x，Venn 图如图 1－6 所示，则

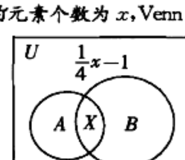


图 1－6

$(36-x)+(40-x)+x+(\frac{1}{4}x-1)=54$.

解得 $x=28$.

所以既会打篮球又会打排球的有 28 人.

【点拨】 利用 Venn 图能清楚地表明各集合间的关系.

探究心得

1. 求元素个数时，可以借助 Venn 图标明集合的元素，进而直观得出要求的集合的元素个数.

2. 求子集个数，关键是确定被给定集合的元素个数，然后利用结论便能得出要求的结果，即子集个数为 2^n，真子集个数是 2^n-1.

3. 几个结论：

(1) $\text{card}(A\cup B)=\text{card}(A)+\text{card}(B)-\text{card}(A\cap B)$.

(2) $\text{card}(\complement_U A)=\text{card}(U)-\text{card}(A)$.

(3)含有 n 个元素的集合的子集个数是 2^n，真子集个数是 2^n-1.

课后测控清单

共同基础

1. 已知集合 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{b,d,e\}$，则 $A\cap B$ 中元素个数是________，$A\cup B$ 中元素个数是________.

2. 已知集合 $A=\{0,1,2\}$，列出 A 的所有子集.

3. 已知集合 $M=\{x\mid x<10,x\in \mathbf{N}\}$，$N=\{x\mid x>-1\}$，那么 $M\cap N$ 的子集个数为________.

4. 已知集合 $A=\{x\mid x^2+(b+2)x+b+1\}=\{a\}$，求集合 $B=\{x\mid x^2+ax+b=0\}$ 的真子集.

能力训练

5. 已知集合 $M=\{x\mid x=4n$ 且 $x\leqslant 100,n\in \mathbf{N}^*\}$，则 M 中元素个数是________.

6. 已知集合 $M=\{x\mid 10\leqslant x\leqslant 20,x\in \mathbf{N}^*\}$，$N=\{x\mid 15<x\leqslant 25,x\in \mathbf{N}^*\}$，则 $M\cap N$ 中元素个数是________.

7. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid y=2x^2-x-1\}$，$B=\{(x,y)\mid y=2x+1\}$，试求 $A\cap B$ 中元素的个数.

创新拓展

8. 某中学高一甲班有学生 50 人，参加数学小组的有 25 人，参加物理小组的有 32 人，求既参加数学小组又参加物理小组的人数最大值和最小值.