



● 新课标·高中同步·鼎尖学案（个性化学案）

新课标

鼎尖教案

教材教案、
教辅教案、
习题教案


数学

选修
2-1

人教B版

● 新课标·高中同步·鼎尖教案（通用型教案）

丛书主编：严治理 黄俊葵
马擒虎 刘芳芳

 延边教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

鼎尖教案: 数学. 2-1: 选修/李红, 徐红主编. —延吉:
延边教育出版社, 2008. 10

ISBN 978-7-5437-7427-8

I. 鼎… II. ①李…②徐… III. 数学课—教案 (教育) —
高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 159092 号

- 本册主编: 李红 徐红
 编 著: 李文海 常翠玲 高俊 陈秀美 管延霞 张艳荣
王红蕾 李会娟 张重阳 柳华华 李强 郑玉三
刘福兴 常文芹 安仲伟 常洪德 刘秀花 王克明
管延娥 刘福强 丁祥芳
 责任编辑: 严今石
 法律顾问: 北京陈鹰律师事务所 (010-64970501)

与 人教 B 版 普通高中课程标准实验教科书同步
《鼎尖教案》数学 选修 2-1

出版发行: 延边教育出版社

地 址: 吉林省延吉市友谊路 363 号 (133000)
北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003 (100080)

网 址: <http://www.topedu.org>

电 话: 0433-2913975 010-82608550

传 真: 0433-2913971 010-82608856

排 版: 北京鼎尖雷射图文设计有限公司

印 刷: 大厂书文印刷有限公司

开 本: 890×1240 16 开本

印 张: 25

字 数: 940 千字

版 次: 2009 年 2 月第 1 版

印 次: 2009 年 2 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5437-7427-8

定 价: 50.00 元

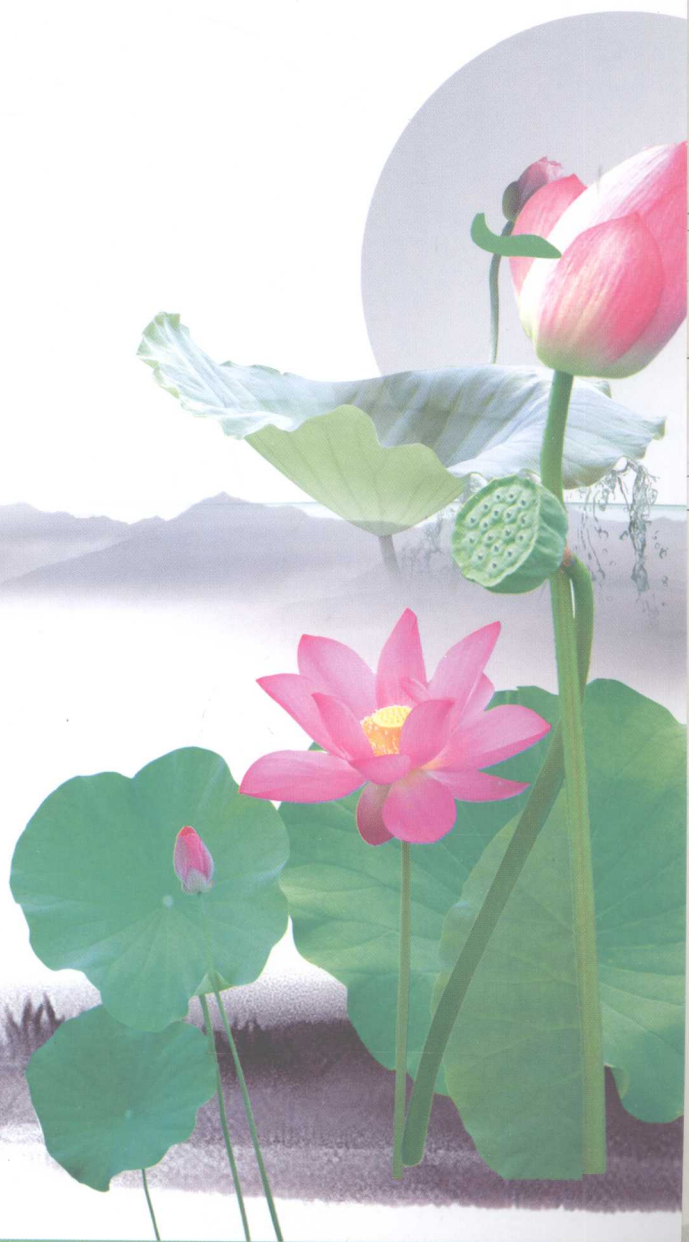


我们提供的
不仅是传统的教案
还有
实现教学模式多样化的系统方法

我们提供的
不仅是不同思路的教学模式
还有
为实现这些思路而搭建的
一个动态开放的平台

在这个平台上
你尽可以
自由释放自己的教学思想、智慧与个性
组合适合自己的教学模式

而这一切
正是我们
对新课程教学改革的探索与回应
体现着我们
对人民教师的
充分尊重和终极关怀





学案教案配套用，老师学生真轻松！

教材教案、教辅教案、习题教案，两种思路任你选择。

课前预习、课堂笔记、课后作业，多种模式自由组合。

《鼎尖学案》丛书特色

- **学案模式自主定制** 《鼎尖学案》将教学过程分为课前预习、课堂笔记、课后作业三个环节，充分考虑教师的教学习惯和学生的差异性。同时依托《鼎尖教案》，提供多种学案组合模式，供您自由选择定制，满足师生的个性化需求。《鼎尖学案》的问世，标志着教辅个性化时代的到来。
- **教案学案配套使用** 丛书的编写以《鼎尖教案》为基础，合理区分教师教案和学生学案的内容功能，强调教案和学案的配套使用，强调教案与学案的实质性互动对接，方便于教师教学和学生听课、做笔记、训练，有助于提高教师的教学效果和学生的听课效率。是学生听课的笔记本，课堂训练、课后作业的作业本，让上课更方便，让学习更轻松。
- **互动开放方便实用** 《鼎尖学案》充分利用“鼎尖教案”这一动态开放式资源平台，体现教案与学案的互补功能，通过预留空白等形式，避免了以往的教案和学案对教学过程统得过多、过死以及不符合教学实际等问题，为教师主导作用和学生主体作用的充分发挥，提供了广阔的思维空间。在装订方式上，我们也将根据您的要求，或采用成书的方式，或采用活页的方式进行制作，方便您的使用。

国家新课程改革的教学观，强调教学目标的全面性和具体化，强调学习方式、教学活动方式的多样化，强调学习的选择性。要适应新课程教学改革的要求，提倡自主、探索与合作的学习方式，使学生在教师指导下主动地、富有个性和创造性地学习，就必须坚持教学模式的多样化。

教学模式的多样化是新课程实施的重要途径，也为教学模式的多样化研究提供了有利的理论和实践环境。教学模式的多样化，要求教师必须在准确把握教学目标、教学内容、师生情况、运用条件和评价体系特点的前提下，利用和发挥自身特长、体现自身特色，采用相应的教学模式。

《鼎尖教案》系列丛书，是依托延边教育出版社多年教案出版经验和资源优势，由近百名教辅研究专家精心策划的一套教案丛书。书中的教学案例，大都是在全国范围内广泛征集的优秀作品，是全国一线特高级教师经验智慧的结晶，代表着当前教学改革方向和最高水平，堪称精品。

丛书以“教学模式多样化”为基本原则，通过科学合理的设计，克服了以往教案类产品无法解决的教学模式单一的问题，对于推进新课程改革具有很强的指导意义，是广大教师教学的参考和帮手，其主要特点如下：

- **工具性** 突出实用性、系统性、工具性、资料性，汇集教学教案、重难点知识讲解、类题（题型）讲解、规律方法总结、知识体系构建、训练题库等内容，为教师提供融课堂教学、钻研教材、课后辅导、习题编选于一体的全息资源库。
- **选择性** 体现教学模式多样化原则，对同一知识体系的教授和解读方式，提供两种教学形式和教学思路，展示两种解决问题的方法，搭建动态开放的资源平台。教师可根据学生特点和教学习惯自由选择组合，形成多种教学模式。
- **系统性** 创新教案编写模式，内容包括教材教案、教辅教案、习题教案三个板块，为教师提供教学模式多样化的全方位系统解决之道，教师得到的不仅是新授课的教案，更有复习课、训练讲评等内容的教案。同时注重教师用书与学生用书的配套互补功能，同步推出配套学案，方便教师教学。

教学模式开发和应用的过程，是一个随着教育理论和教学实践不断发展的双向的动态的过程，在探索教学模式多样化的过程中，按照“学习—实践—评价—创新—构建”的思路，我们将不断探索和创新更多的教学模式。同时感谢在本书编写和教案征集中，为我们提供帮助和支持的广大教师，也希望有更多的人能够参与进来，与我们共同探索实现教学模式多样化的思路和办法。

北京世纪鼎尖教育研究中心

体例表解

主要栏目名称		栏目设计功能		栏目使用建议
教材教案	[教学目标]	[知识目标]	依据教材和课程标准,让学生了解本课时的“三维目标”	两套案例体现了不同的教学思路和技巧,教师可根据自己的授课模式,自主选择一种教学案例,师生互动,完成教学
		[过程与方法]		
		[情感、态度与价值观]		
	[重点难点]	[重点]	帮助教师、学生准确把握教材的深广度,明确本课时学习的重点、难点	
		[难点]		
	案例一 案例二 (以课时为单位)	[教学过程]	体现情景设置、师生互动等课堂教学思路,既给教师以启发,又不束缚教师的创造性	
[板书设计]		直观、清晰地呈现本课时的主要内容		
[教学反思](机动)		对教学方法和教学过程的反思,提出改进设想		
教辅教案	[课堂导入]	激发学生兴趣,导入本课内容		学生课前自主完成
		[课前自主学习]		
	[课堂合作探究]	[情景激疑]	提供课堂讨论材料,学生思考归纳出知识点	可供教师授课,学生自主学习时使用
		[知识点归纳]	通过情景激疑的讨论引出知识点内容,按知识分块讲解,各个击破	
		[典例剖析]	通过例题讲解、变式练习,理解、巩固知识点	
	[概括整合]		将本课时主要内容总结归纳,帮助学生形成知识网络	
	[课堂合作探究]	[重点难点突破]	对本节重点和难点知识进行详细全面讲解,按知识层次整体突破	
		[典型例题分析]	通过例题讲解、变式练习,理解、巩固知识点内容	
	[规律方法总结]		将本节主要规律、方法总结归纳,帮助学生形成知识网络	
	[定时巩固检测]		通过强化训练,巩固所学知识	教师可安排学生课堂集中检测和学生课后自主完成相结合
习题教案	案例一 同步练习(以课时为单位)		用习题让学生对本课时所学知识进行检测	教师可安排学生课堂集中检测和学生课后自主完成相结合
	案例二 一课3练(以节为单位)		将习题划分为“基础巩固——能力升级——拓展探究”,让学生对本节所学知识分层次进行检测	
单元末	[单元概括整合]	[单元复习课]	通过例题分析导入,归纳总结知识规律或解题方法,提高解题能力	教师指导学生对本章内容进行回顾
		[单元测试卷]	以测试卷的形式对本章学习效果进行检测	教师安排学生课堂集中检测,或者学生课后自主完成

第一章 常用逻辑用语	1
1.1 命题与量词	(1)
1.1.1 命题(1课时)	(1)
第一教案 教材教案	(1)
第二教案 教辅教案	(2)
案例(一)——课时详解	(2)
案例(二)——精析精练	(3)
定时巩固检测	(4)
第三教案 习题教案	(5)
案例(一)——同步练习	(5)
案例(二)——一课3练	(5)
1.1.2 量词(1课时)	(6)
第一教案 教材教案	(6)
案例(一)	(7)
案例(二)	(8)
第二教案 教辅教案	(9)
案例(一)——课时详解	(9)
案例(二)——精析精练	(12)
定时巩固检测	(13)
第三教案 习题教案	(14)
案例(一)——同步练习	(14)
案例(二)——一课3练	(15)
1.2 基本逻辑联结词	(17)
1.2.1 “且”与“或”(1课时)	(17)
第一教案 教材教案	(17)
第二教案 教辅教案	(18)
案例(一)——课时详解	(18)
案例(二)——精析精练	(20)
定时巩固检测	(22)
第三教案 习题教案	(23)
案例(一)——同步练习	(23)
案例(二)——一课3练	(24)
1.2.2 “非”(否定)(1课时)	(25)
第一教案 教材教案	(25)
第二教案 教辅教案	(27)
案例(一)——课时详解	(27)
案例(二)——精析精练	(28)
定时巩固检测	(30)
第三教案 习题教案	(31)
案例(一)——同步练习	(31)
案例(二)——一课3练	(32)
1.3 充分条件、必要条件与命题的四种形式	(33)
1.3.1 推出与充分条件、必要条件(1课时)	(33)

第一教案 教材教案	(33)
案例(一)	(33)
案例(二)	(34)
第二教案 教辅教案	(36)
案例(一)——课时详解	(36)
案例(二)——精析精练	(38)
定时巩固检测	(41)
第三教案 习题教案	(41)
案例(一)——同步练习	(41)
案例(二)——一课3练	(43)
1.3.2 命题的四种形式(1课时)	(44)
第一教案 教材教案	(44)
案例(一)	(44)
案例(二)	(46)
第二教案 教辅教案	(47)
案例(一)——课时详解	(47)
案例(二)——精析精练	(50)
定时巩固检测	(53)
第三教案 习题教案	(54)
案例(一)——同步练习	(54)
案例(二)——一课3练	(55)
单元概括整合	(56)
单元复习课	(56)
单元测试卷(A)	(58)
单元测试卷(B)	(60)
第二章 圆锥曲线与方程	63
2.1 曲线与方程	(63)
2.1.1 曲线与方程的概念(1课时)	(63)
第一教案 教材教案	(63)
案例(一)	(63)
案例(二)	(64)
第二教案 教辅教案	(65)
案例(一)——课时详解	(65)
案例(二)——精析精练	(66)
定时巩固检测	(67)
第三教案 习题教案	(68)
案例(一)——同步练习	(68)
案例(二)——一课3练	(69)
2.1.2 由曲线求它的方程、由方程研究曲线的性质(1课时)	(71)
第一教案 教材教案	(71)
案例(一)	(71)
案例(二)	(72)
第二教案 教辅教案	(73)
案例(一)——课时详解	(73)

目录 CONTENTS



案例(二)——精析精练	(76)	第二教案 教辅教案	(123)
定时巩固检测	(79)	案例(一)——课时详解	(123)
第三教案 习题教案	(79)	案例(二)——精析精练	(125)
案例(一)——同步练习	(79)	定时巩固检测	(128)
案例(二)——课3练	(80)	第三教案 习题教案	(129)
2.2 椭圆	(82)	案例(一)——同步练习	(129)
2.2.1 椭圆的标准方程(2课时)	(82)	案例(二)——课3练	(130)
第一教案 教材教案	(82)	2.3.2 双曲线的几何性质(2课时)	(132)
第1课时 椭圆的定义与标准方程	(82)	第一教案 教材教案	(132)
案例(一)	(82)	第1课时 双曲线的几何性质	(132)
案例(二)	(83)	案例(一)	(132)
第2课时 椭圆的定义与标准方程的应用	(86)	案例(二)	(134)
案例(一)	(86)	第2课时 双曲线的几何性质的应用	(136)
案例(二)	(88)	案例(一)	(137)
第二教案 教辅教案	(89)	案例(二)	(138)
案例(一)——课时详解	(89)	第二教案 教辅教案	(140)
第1课时 椭圆的定义与标准方程	(90)	案例(一)——课时详解	(140)
第2课时 椭圆的定义与标准方程的应用	(92)	第1课时 双曲线的几何性质	(141)
案例(二)——精析精练	(94)	第2课时 双曲线的几何性质的应用	(144)
定时巩固检测	(97)	案例(二)——精析精练	(147)
第三教案 习题教案	(98)	定时巩固检测	(150)
案例(一)——同步练习	(98)	第三教案 习题教案	(151)
案例(二)——课3练	(99)	案例(一)——同步练习	(151)
2.2.2 椭圆的几何性质(2课时)	(101)	案例(二)——课3练	(153)
第一教案 教材教案	(101)	2.4 抛物线	(156)
第1课时 椭圆的几何性质	(101)	2.4.1 抛物线的标准方程(1课时)	(156)
案例(一)	(102)	第一教案 教材教案	(156)
案例(二)	(103)	案例(一)	(156)
第2课时 椭圆的几何性质的应用	(104)	案例(二)	(160)
案例(一)	(104)	第二教案 教辅教案	(162)
案例(二)	(106)	案例(一)——课时详解	(162)
第二教案 教辅教案	(107)	案例(二)——精析精练	(164)
案例(一)——课时详解	(107)	定时巩固检测	(167)
第1课时 椭圆的几何性质	(107)	第三教案 习题教案	(167)
第2课时 椭圆的几何性质的应用	(110)	案例(一)——同步练习	(167)
案例(二)——精析精练	(112)	案例(二)——课3练	(168)
定时巩固检测	(114)	2.4.2 抛物线的几何性质(1课时)	(170)
第三教案 习题教案	(116)	第一教案 教材教案	(170)
案例(一)——同步练习	(116)	案例(一)	(170)
案例(二)——课3练	(118)	案例(二)	(172)
2.3 双曲线	(120)	第二教案 教辅教案	(173)
2.3.1 双曲线的标准方程(1课时)	(120)	案例(一)——课时详解	(173)
第一教案 教材教案	(120)	案例(二)——精析精练	(177)
案例(一)	(120)	定时巩固检测	(180)
案例(二)	(121)	第三教案 习题教案	(181)

案例(一)——同步练习	(181)
案例(二)——一课3练	(182)
2.5 直线与圆锥曲线(2课时)	(183)
第一教案 教材教案	(183)
第1课时 直线与圆锥曲线的位置关系	(183)
第2课时 直线与圆锥曲线位置关系的应用	(185)
.....	(185)
案例(一)	(186)
案例(二)	(187)
第二教案 教辅教案	(190)
案例(一)——课时详解	(190)
第1课时 直线与圆锥曲线的位置关系	(190)
第2课时 直线与圆锥曲线位置关系的应用	(193)
.....	(193)
案例(二)——精析精练	(196)
定时巩固检测	(199)
第三教案 习题教案	(201)
案例(一)——同步练习	(201)
案例(二)——一课3练	(203)
单元概括整合	(206)
单元复习课	(206)
单元测试卷(A)	(210)
单元测试卷(B)	(212)

第三章 空间向量与立体几何

215

3.1 空间向量及其运算	(215)
3.1.1 空间向量的线性运算(1课时)	(215)
第一教案 教材教案	(215)
案例(一)	(215)
案例(二)	(217)
第二教案 教辅教案	(218)
案例(一)——课时详解	(218)
案例(二)——精析精练	(221)
定时巩固检测	(224)
第三教案 习题教案	(225)
案例(一)——同步练习	(225)
案例(二)——一课3练	(226)
3.1.2 空间向量的基本定理(1课时)	(228)
第一教案 教材教案	(228)
案例(一)	(228)
案例(二)	(230)
第二教案 教辅教案	(232)
案例(一)——课时详解	(232)
案例(二)——精析精练	(236)

定时巩固检测	(239)
第三教案 习题教案	(240)
案例(一)——同步练习	(240)
案例(二)——一课3练	(241)
3.1.3 两个向量的数量积(1课时)	(243)
第一教案 教材教案	(243)
案例(一)	(243)
案例(二)	(244)
第二教案 教辅教案	(246)
案例(一)——课时详解	(246)
案例(二)——精析精练	(249)
定时巩固检测	(252)
第三教案 习题教案	(254)
案例(一)——同步练习	(254)
案例(二)——一课3练	(255)
3.1.4 空间向量的直角坐标运算(2课时)	(257)
.....	(257)
第一教案 教材教案	(257)
第1课时 空间向量的直角坐标运算	(257)
案例(一)	(257)
案例(二)	(259)
第2课时 空间向量的直角坐标运算的应用	(260)
.....	(260)
案例(一)	(260)
案例(二)	(262)
第二教案 教辅教案	(263)
案例(一)——课时详解	(263)
第1课时 空间向量的直角坐标运算	(264)
第2课时 空间向量的直角坐标运算的应用	(266)
.....	(266)
案例(二)——精析精练	(268)
定时巩固检测	(272)
第三教案 习题教案	(273)
案例(一)——同步练习	(273)
案例(二)——一课3练	(275)
3.2 空间向量在立体几何中的应用	(278)
3.2.1 直线的方向向量与直线的向量方程(2课时)	(278)
第一教案 教材教案	(278)
第1课时 直线的方向向量与平行关系	(278)
案例(一)	(278)
案例(二)	(279)
第2课时 垂直关系与两条直线的夹角	(281)
案例(一)	(281)
案例(二)	(282)

目录 CONTENTS



第二教案 教辅教案	(284)	案例(二)——课3练	(324)
案例(一)——课时详解	(284)	3.2.4 二面角及其度量(1课时)	(326)
第1课时 直线的方向向量与平行关系	(284)	第一教案 教材教案	(326)
第2课时 垂直关系与两条直线的夹角	(286)	案例(一)	(326)
案例(二)——精析精练	(289)	案例(二)	(328)
定时巩固检测	(292)	第二教案 教辅教案	(329)
第三教案 习题教案	(294)	案例(一)——课时详解	(329)
案例(一)——同步练习	(294)	案例(二)——精析精练	(333)
案例(二)——课3练	(296)	定时巩固检测	(337)
3.2.2 平面的法向量与平面的向量表示(1课时)	(299)	第三教案 习题教案	(338)
第一教案 教材教案	(299)	案例(一)——同步练习	(338)
案例(一)	(299)	案例(二)——课3练	(341)
案例(二)	(300)	3.2.5 距离(1课时)	(343)
第二教案 教辅教案	(301)	第一教案 教材教案	(343)
案例(一)——课时详解	(301)	案例(一)	(344)
案例(二)——精析精练	(305)	案例(二)	(345)
定时巩固检测	(308)	第二教案 教辅教案	(346)
第三教案 习题教案	(309)	案例(一)——课时详解	(346)
案例(一)——同步练习	(309)	案例(二)——精析精练	(351)
案例(二)——课3练	(310)	定时巩固检测	(354)
3.2.3 直线与平面的夹角(1课时)	(312)	第三教案 习题教案	(356)
第一教案 教材教案	(312)	案例(一)——同步练习	(356)
案例(一)	(313)	案例(二)——课3练	(357)
案例(二)	(314)	单元概括整合	(360)
第二教案 教辅教案	(315)	单元复习课	(360)
案例(一)——课时详解	(315)	单元测试卷(A)	(367)
案例(二)——精析精练	(318)	单元测试卷(B)	(370)
定时巩固检测	(321)		
第三教案 习题教案	(323)		
案例(一)——同步练习	(323)		

模块综合测评卷

374

附录 个性化学案模式说明

选择适合您的“学案”模式	(377)
个性化学案组合	(379)
1.1.1 直线的方向向量与平行关系	(377)
1.1.2 直线的方向向量与垂直关系	(379)
1.2.1 平面的法向量与平面的向量表示	(377)
1.2.2 平面的法向量与平面的向量表示	(379)
1.3.1 直线与平面的夹角	(377)
1.3.2 直线与平面的夹角	(379)
1.4.1 距离	(377)
1.4.2 距离	(379)
1.5.1 二面角及其度量	(377)
1.5.2 二面角及其度量	(379)

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题与量词

1.1.1 命题(1课时)

第一教案

教材教案

教学 目标

知识 & 技能

- (1)了解命题的概念和命题的形式.
- (2)能进行命题的真假判断.

过程 & 方法

通过对命题真假的判定,使学生体会举反例法的作用,提高学生的分析与抽象概括能力.

教学 过程

一、教师引导,学生自学

问题:在数学中,我们常常碰到许多用语言、符号或式子表达的语句.例如:

- (1) $\lg 100=2$;
- (2)所有无理数都是实数;
- (3)垂直于同一条直线的两个平面平行;
- (4)函数 $y=2x+1$ 是单调增函数;
- (5)设 a, b, c, d 是任意实数,如果 $a>b, c>d$, 则 $ac>bd$;
- (6) $\sin(A+B)=\sin A+\sin B$ (A, B 是任意角).

这些语句是否可以判断真假?

设计意图

在感性认识基础上学习新的知识总是不完整的,从具体问题入手有利于学生主动参与,并为下面知识的进一步拓宽打下基础.

师生活动

学生:思考、讨论.

教师:其中(1)(2)(3)(4)都是真(正确的), (5)(6)都是假(不正确的).像这样一些能判断真假的语句就是我们初中学习过的命题.

问题1:“三角函数是周期函数吗?”“但愿每一个三次方程都有三个实数根!”这些语句是否命题?

设计意图

通过问题有利于引导学生参与到教学中来,提高了学生的学习兴趣.

师生活动

学生:思考、讨论.

教师:加以引导,它们都不是.一般说来,疑问句、祈使句、感叹句都不是命题.

问题2:“每一个不小于6的偶数都是两个奇素数之和.”(歌

情感、态度与价值观

通过本节课的教学,培养学生正确进行表述、判断和推理的能力,使语言表达和信息的传递更加准确、清楚.

重点 & 难点

重点

命题的特征及真假命题的判断.

观点

对命题特征的理解.

德巴赫猜想)“在2020年前,将有人登上火星”,这些语句是否命题?

设计意图

教师启发学生思考,进一步加深对知识的理解,也为下面学习打下基础.

师生活动

学生:思考、讨论,交流,说出看法.

教师:虽然目前还不能确定这些语句的真假,但是随着科学技术的发展与时间的推移,总能确定它们的真假,人们把这一类猜想仍算为命题.

一个命题,一般可以用一个小写英文字母表示,如: p, q, r, \dots

二、运用知识,巩固所学

例:判断下列语句哪些是命题?是真命题还是假命题?

- (1)空集是任何集合的子集;
- (2)若整数 a 是素数,则 a 是奇数;
- (3)指数函数是增函数吗?
- (4)若空间中两条直线不相交,则这两条直线平行;
- (5) $\sqrt{(-2)^2}=2$;
- (6) $x>15$;

设计意图

这节课的难点就是命题形式及真假的判断,先判断是否是命题,若是,再判断真假.

师生活动

教师:引导学生思考是否满足命题的概念,并对学生的回答进行归纳与总结.

学生:思考、讨论、交流,说出看法.

解:上面6个语句中, (3)(6)不是命题; (1)(2)(4)(5)是命题,其中(1)(4)(5)是真命题, (2)是假命题.

课堂练习:练习A组1,2题.

三、回顾小结,归纳整理

问题:这节课你有什么收获?学到了哪些知识和方法?

1. 什么叫命题、真命题、假命题?
2. 命题是由哪两部分构成的?
3. 如何判断真假命题,判断假命题,只需举一个反例,而判

断真命题,要经过证明.

设计意图

使学生对本节课的知识有一个系统全面的认识,并把学过的相关知识有机地串联起来.

四、课下作业

教材第7页习题1-1A组第1题.

板书设计

一、教师引导,学生自学	二、运用知识,巩固所学 例题	三、回顾小结,归纳整理 四、课下作业
-------------	-------------------	-----------------------

第二教案 教辅教案

案例(一)——课时详解

课堂导入

初中数学中,已经有了一些关于命题的初步知识,在此基础上,本章将学习常用的逻辑用语及其符号化表达方式,以提高大家的逻辑分析,数学表达和逻辑思维能力.

课前自主学习

1. 在数学中,把用语言、符号或式子表达的,可以_____的语句叫做命题.其中_____的语句叫做真命题,_____的语句叫做假命题.

2. 命题一般可以用一个_____表示,如_____.

答案 1. 判断真假 正确 错误 2. 小写的英文字母 p, q, r

课堂合作探究

知识点一 命题的定义

情景激疑

“在2016年,法国巴黎将举办第31届夏季奥林匹克运动会”是命题吗?为什么?

知识点归纳

命题:能够判断真假的语句叫做命题.

例如:“如果 $a, b \in \mathbf{R}$, 那么 $a^2 + b^2 \geq 2ab$ (当且仅当 $a = b$ 时取等号)”是命题;

“函数 $y = \log_a |x|$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 是偶函数”是命题;

“垂直于同一条直线的两条直线平行”是命题.

命题的表示:一个命题,一般可以用一个小写英文字母表示,如: p, q, r, \dots .

典例剖析

【例1】判断下列语句是否是命题,并说明理由.

- (1) 三角函数难道不是函数吗?
- (2) 若 $x + y$ 是有理数, 则 x, y 均为有理数.
- (3) 一条直线 l , 不是与平面 α 平行就是相交.
- (4) $x^2 + 2x - 3 < 0$.
- (5) 作 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

(6) 这是一棵大树?

(7) 二次函数的抛物线太美了!

(8) 4 是集合 $\{1, 2, 3\}$ 的元素.

答案 (1) 通过反问句对三角函数是不是函数作出判断, 为真, 是命题.

(2) 当 $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$, $x + y$ 是有理数, 为假, 是命题.

(3) 直线 l 与平面 α 的位置有三种: 平行、相交和在平面内, 为假, 是命题.

(4) 在 x 未赋值之前, 不能判断其真假, 不是命题, 是开语句.

(5) 祈使句, 不是命题.

(6) 由于“大树”没有界定, 就不能判断“这是一棵大树”的真假, 不是命题.

(7) 感叹句, 不是命题.

(8) 由于 $4 \notin \{1, 2, 3\}$, 所以“4 是集合 $\{1, 2, 3\}$ 的元素”为假, 是命题.

方法指导 (1) 语句是不是命题, 关键在于能不能判断其真假, 也就是判断其是否成立, 不能判断真假的语句, 就不能叫命题.

(2) 一般地, 疑问句、祈使句、感叹句、开语句都不是命题.

【变式训练1】下列语句中, 不能成为命题的是 ()

A. $5 > 12$

B. $x > 0$

C. 若 $a \perp b$, 则 $a \cdot b = 0$

D. 三角形的三条中线交于一点

解析 分析各语句是否能判断出真假, A 假, C 真, D 真, 在未给 x 赋值之前, 不能判断 $x > 0$ 的真假, 所以 $x > 0$ 不是命题. 故选 B.

答案 B

知识点二 命题的真假

情景激疑

既然命题是可以判断真假的语句, 怎样来判断命题的真假呢?

知识点归纳

命题为真称为真命题, 命题为假称为假命题. 一个命题要么是真, 要么是假, 但不能既真又假, 也不能模棱两可、无法判断其真假.

注意 对于命题而言,有真有假,而语句无真假可言.

典例剖析

【例2】 判断下列命题的真假:

- (1)形如 $a+b\sqrt{6}$ 的数是无理数.
- (2)正项等差数列的公差大于零.
- (3)奇函数的图象关于原点对称.
- (4)能被2整除的数一定能被4整除.

解析 根据命题本身涉及的知识去判断真假.

答案 (1)假命题,反例,若 $b=0$,则 $a+b\sqrt{6}$ 为有理数.

(2)假命题,反例,若此等差数列为递减数列,如数列 20, 17, 14, 11, 8, 5, 2, 它的公差为-3.

(3)真命题.

(4)假命题,反例,数 2, 6 能被 2 整除,但不能被 4 整除.

方法指导 判断一个命题为假命题,只要举出一个反例即可.而要判断一个命题为真命题,一般要进行严格的逻辑推证.

【变式训练2】 设 α, β 为两个不同的平面, l, m 为两条不同的直线,且 $l \subset \alpha, m \subset \beta$, 有如下两个命题:①若 $\alpha // \beta$, 则 $l // m$; ②若 $l \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$, 那么

- A. ①是真命题,②是假命题
- B. ①是假命题,②是真命题
- C. ①②都是真命题
- D. ①②都是假命题

解析 易判断①②都假,故选 D.

答案 D

概括 整合



案例(二)——精析精练

课堂 合作 探究

重点难点突破

知识点一 并不是任何语句都是命题

只有能够判断真假的语句才是命题.一般地,祈使句、感叹句都不是命题,因为它们不能够使我们判断出其真假.所谓判断,就是肯定一个事物是什么或不是什么,不能含混不清.一般都是用陈述句的形式表示命题.

例如:他是三好学生吗? 这里该语句是疑问句,我们不能判断其真假,因此这个语句不是命题.

这里需要注意的是,反诘疑问句一般来说是真命题,即并不是疑问句都不是命题.

反诘疑问句想表达的是一个判断句,“难道不是吗?”正说明它表达的是“是”.

知识点二 一些陈述句是命题

根据命题的含义,一些表述事实和现象或规律的陈述句,它是命题,尽管有些还不能确定这些陈述句的真假,但随着时间的推移,总能判断出其真假.因此对于用陈述句表述的语句,不管判断的结果是对的还是错的,都是命题.

知识点三 真命题与假命题

在处理实际问题的过程中,我们可以看到命题的两种情况,即有些命题是正确的,而有些命题是错误的,那么我们就有了对命题的一种分类:真命题和假命题.

真命题:如果由命题的条件通过推理一定可以得出命题的结论,那么这样的命题叫做真命题.

假命题:如果由命题的条件通过推理不一定可以得出命题的结论,那么这样的命题叫做假命题.

强调 (1)注意命题与假命题的区别.如:“作直线 AB”. 这本身不是命题,也更不是假命题.

(2)命题是一个判断,判断的结果有对错之分,因此就要引入真命题、假命题的概念,强调真假命题的大前提,首先是命题.

(3)怎样判断一个数学命题的真假? 方法是:数学中判定一

个命题是真命题,要经过证明;要判断一个命题是假命题,只需举一个反例即可.

典型例题分析

题型1 命题的判断

【例1】 下列语句:

- (1)垂直于同一条直线的两条直线平行吗?
- (2)一个数不是正数就是负数;
- (3) x, y 都是无理数,则 $x+y$ 是无理数;
- (4)地球是太阳的一个行星;
- (5)请把门关上;
- (6)直线 l 不在平面 α 内,则直线 l 与平面 α 平行.

其中是命题的是_____.

解析 借助命题的定义:“可以判断真假的语句叫命题”来判断.

答案 (1)不是命题,因为它是疑问句,不能判断真假;

(2)是命题,是假命题,因为 0 不是正数也不是负数;

(3)是命题,是假命题,例如 $-\sqrt{2}+\sqrt{2}=0$, 0 不是无理数;

(4)是命题,是真命题;

(5)不是命题,因为它是祈使句,不能判断真假;

(6)是命题,是假命题,直线 l 与平面 α 可以相交.

规律总结 判断一个语句是不是命题,就是要看它是不是可以判断真假的语句,一般来说只有陈述句才是命题,疑问句、祈使句都不是命题.

【变式训练1】 判断下列语句是否为命题,若是判断其真假.

(1)垂直于同一平面的两个平面平行.

(2)实数 x 是正数.

答案 (1)是命题,为假命题.

(2)不是命题.

题型2 命题真假的判断

【例2】 已知 a, b 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面,且 $a \perp \alpha, b \perp \beta$, 则下列命题中的假命题是 ()

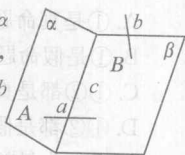
A. 若 $a // b$, 则 $\alpha // \beta$

B. 若 $\alpha \perp \beta$, 则 $a \perp b$

C. 若 a, b 相交, 则 α, β 相交 D. 若 α, β 相交, 则 a, b 相交

解析 画出这两条直线和两个平面位置关系的草图, 结合草图判断真假.

如图, 因为 α, β 为两个不同的平面, 所以 $\alpha \cap \beta = c$, 但平面 α, β 不会重合. 因为 $a \perp \alpha, b \perp \beta$, 所以 a 与 b 不一定相交, 故“若 α, β 相交, 则 a, b 相交”是假命题, 故选 D.



答案 D

规律总结 判断一个命题是假命题, 只要举出一个反例即可, 而要判断一个命题是真命题, 一般要经过严格的推理论证, 对于有关线、面位置关系的判定, 要结合图形并综合各种情况作出正确的判定.

【变式训练 2】 将正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折成直二面角 $A-BD-C$, 有如下四个结论:

定时巩固检测

基础训练

1. 下列语句不是命题的是 ()

- A. 地球是太阳系的行星
- B. 等腰三角形的两底角相等
- C. 今天会下雪吗?
- D. 正方形的四个内角均为直角

【答案】 C (点拨: 疑问句不是命题.)

2. 下列命题中, 是真命题的是 ()

- A. $\{x \in \mathbf{R} | x^2 + 1 = 0\}$ 不是空集
- B. $\{x \in \mathbf{N} | |x - 1| < 3\}$ 是无限集
- C. 空集是任何集合的真子集
- D. $x^2 - 5x = 0$ 的根是自然数

【答案】 D

3. 下列语句中, 是命题的个数是 ()

- ①地球上四大洋; ② $-5 \in \mathbf{Z}$; ③ $\pi \in \mathbf{R}$; ④“我国的小河流”可以组成一个集合.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】 D (点拨: 均能判断真假.)

4. 下列命题:

- ①方程 $x^2 - 2x = 0$ 的根是自然数; ② 0 不是自然数; ③ $\{x \in \mathbf{N} | 0 < x < 12\}$ 是无限集; ④ 如果 $a \cdot b = 0$, 那么 $a = 0$ 或 $b = 0$.

其中的真命题是 (写上所有真命题的序号).

【答案】 ① (点拨: 据真命题的定义及有关知识判断.)

5. 下列语句:

- ① $mx^2 + 2x - 1 = 0$ 是一元二次方程吗?
- ② 抛物线 $y = ax^2 + 2x - 1$ 与 x 轴至少有一个交点;
- ③ 互相包含的两个集合相等;
- ④ 若 $m > 0, a > b > 0$, 则 $\frac{b+m}{a+m} > \frac{b}{a}$.

其中真命题的个数为 _____.

【答案】 2 (点拨: ③④正确.)

6. 判断下列语句中哪些是命题? 是真命题还是假命题?

- (1) 若整数 a 是素数, 则 a 是奇数;
- (2) 你喜欢鲁迅的作品吗?
- (3) 啊, 我的天啊!
- (4) $\sqrt{(-2)^2} = 2$;

- ① $AC \perp BD$;
 - ② $\triangle ACD$ 是等边三角形;
 - ③ AB 与平面 BCD 成 60° 的角;
 - ④ AB 与 CD 所成的角为 60° .
- 其中真命题的编号是 _____ (写出所有真命题的编号)
- 答案** ①②④

规律方法总结

(1) 数学中的定义、公理、公式、定理都是命题, 但命题不一定是定理, 因为命题有真假之分, 而定理是真命题.

(2) 判断一个语句是否为命题, 应首先看这一语句是否可以判断真假, 只有能判断真假的语句才是命题. 尽管有些语句目前不能判断真假, 但带有猜想性质, 有待考证的也是命题.

(5) $x > 4$;

(6) 这是一条小河.

【答案】 (1) 是命题. 因 2 是素数, 但 2 是偶数, 所以 (1) 为假命题;

(2) 是疑问句, (3) 是感叹句, 故 (2)(3) 都不是命题;

(4) 是命题, 且为真命题;

(5) 由于不能判断真假, 故不是命题;

(6) 由于“小”没有界定, 故也不能判断真假, 也不是命题.

所以 (1)(4) 是命题, (1) 为假命题, (4) 为真命题.

能力提升

7. 设 a, b, c 是任意的非零平面向量, 且相互不共线, 则:

- ① $(a \cdot b)c = (c \cdot a)b$;
- ② $|a| - |b| \leq |a - b|$;
- ③ $(b \cdot c)a - (c \cdot a)b$ 不与 c 垂直;
- ④ $(3a + 2b) \cdot (3a - 2b) = 9|a|^2 - 4|b|^2$,

其中是真命题的有 ()

- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ②④

【答案】 D (点拨: ① 向量的数量积不满足结合律; ③ 可能垂直.)

8. 下列语句为假命题的个数是 ()

- ① 3 是 15 的约数;
- ② 15 能被 5 整除吗?
- ③ $\{x | x \text{ 是正方形}\}$ 是 $\{x | x \text{ 是平行四边形}\}$ 的子集吗?
- ④ 3 小于 2;
- ⑤ 矩形的对角线相等;
- ⑥ 9 的平方根是 3 或 -3;
- ⑦ 2 不是质数;
- ⑧ 2 是自然数也是偶数.

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】 A (点拨: ④⑦是假命题, ②③不是命题, ①⑤⑥⑧是真命题.)

9. 下列命题: ① 若 $xy = 1$, 则 x, y 互为倒数; ② 四条边相等的四边形是正方形; ③ 平行四边形是梯形; ④ 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$, 其中真命题的序号是 _____.

【答案】 ①④ (点拨: ②可能为菱形, ③平行四边形不是梯形.)

是命题.

4. 判断下列语句是否为命题.

- (1) 海洋的面积比陆地的面积大.
- (2) 你喜欢鲁迅的作品吗?
- (3) 啊, 我的天啊!
- (4) $x > 3$ 或 $x = 1$.
- (5) 这是一条小河流.

【答案】 (1) 是命题; (2) 是一个疑问句不是陈述句, 故不是命题; (3) 是感叹句, 也不是命题; (4) 由于 x 的值不确定, 不能判断其真假; (5) 由于“小”没有界定, 故也不能判断其真假, 故也不是命题.

能力 升级

综合点 真假命题的判断

5. 下列命题中是假命题的是 ()

- A. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$
- B. 若 $|a| = |b|$, 则 $a = b$
- C. 若 $x \in \mathbf{R}$, 则 $x^2 + 1 > x$
- D. 正三棱锥的侧面是等腰三角形

【答案】 B (点拨: $|a| = |b| \Rightarrow a = \pm b$.)

6. 若 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则下列命题中正确的是 ()

- A. $\sin x < \frac{3}{\pi} x$
- B. $\sin x > \frac{3}{\pi} x$
- C. $\sin x < \frac{4}{\pi^2} x^2$
- D. $\sin x > \frac{4}{\pi^2} x^2$

【答案】 D (点拨: 特值验证法: 当 $x = \frac{\pi}{4}$ 时, $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3}{\pi} \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}$.

$\frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}$. 因为 $\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$, 所以 A 有可能, B 不可能. 又因为 $\frac{4}{\pi^2}$.

$\frac{\pi^2}{4^2} = \frac{1}{4}$ 且 $\frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{4}$, 所以 C 不可能, D 有可能. 再取 $x = \frac{\pi}{6}$, 因

为 $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \frac{3}{\pi} \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ 不小于 $\frac{1}{2}$, 所以 A 不可能. 故选 D.)

7. 判断下列命题的真假.

- (1) 形如 $a + \sqrt{6}b$ 的数是无理数.
- (2) 正项等差数列的公差大于零.
- (3) 奇函数的图象关于原点对称.
- (4) 能被 2 整除的数一定能被 4 整除.

【答案】 (1) 假命题. 反例: 若 a 是有理数且 $b = 0$, 则 $a + \sqrt{6}b$ 是有理数.

(2) 假命题. 反例: 若此等差数列为递减数列, 如数列 20, 17, 14, 11, 8, 5, 2, 它的公差为 -3.

(3) 真命题. 根据奇函数的性质可知奇函数的图象关于原点对称.

(4) 假命题. 反例: 数 2、6 都能被 2 整除, 但不能被 4 整除.

8. 设 m, n 是空间两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 考查下列命题, 其中正确的是 ()

- A. $m \perp \alpha, n \subset \beta, m \perp n \Rightarrow \alpha \perp \beta$
- B. $\alpha // \beta, m \perp \alpha, n // \beta \Rightarrow m \perp n$
- C. $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha, n // \beta \Rightarrow m \perp n$
- D. $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = m, n \perp m \Rightarrow n \perp \beta$

【答案】 B (点拨: $\left. \begin{matrix} \alpha // \beta \\ m \perp \alpha \end{matrix} \right\} \Rightarrow m \perp \beta \Rightarrow m \perp n$. 因此应选 B.)

拓展 探究

拓展点 逻辑中的命题真假

9. 某次会议有 100 人参加, 参加会议的每个人都可能是诚实的, 也可能是虚伪的, 现在知道下面两项事实:

- (1) 这 100 人中, 至少有一名是诚实的;
- (2) 其中任何两人中, 至少有一名是虚伪的.

请你判断, 有多少名是诚实的, 多少名是虚伪的?

【答案】 既然参加会议的人至少有一名是诚实的, 就让这名诚实者与其余 99 人每人组成一对, 根据“任何两人中, 至少有一名是虚伪的”, 可以推知剩下的 99 人都是虚伪的. 结论: 1 名诚实的, 99 名虚伪的.

1.1.2 量词(1课时)

第一教案

教材教案

教学 目标

知识与技能

(1) 理解全称量词与存在量词的含义, 熟悉常见的全称量词和存在量词.

(2) 了解含有量词的全称命题和存在性命题的含义, 并能用数学符号表示含有量词的命题.

过程与方法

通过概念教学, 培养学生由具体到抽象, 由特殊到一般的思维方法, 提高学生对数学符号和数学语言之间的转化能力.

情感、态度与价值观

通过本节课的学习让学生认识到两种命题在刻画现实问题及数学问题中的作用, 提高逻辑判断能力, 从而激发学生的创新精神.

重点 难点

重点

对全称量词与存在量词的理解, 含有量词的命题的构成以及全称命题和存在性命题真假的判定.

难点

对全称量词与存在量词的理解.