首席教师

专题小课本

●小方法大**智慧** ●小技巧大**成效**

●小单元大**提升** ●小课本大**讲坛**

高中数学 平面向量

总主编/钟 山

金星教育

中国出版集团 现代教育出版社

海阔凭鱼跃

图书在版编目(CIP)数据

首席教师专题小课本. 高中数学. 平面向量 / 钟山主编. —北京：现代教育出版社，2008.4
ISBN 978－7－80196－697－1

Ⅰ.首… Ⅱ.钟… Ⅲ.几何课—高中—教学参考资料
Ⅳ.G634

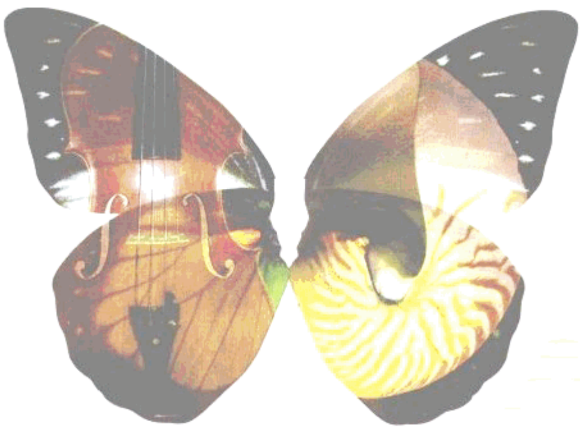
中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 038462 号

书　　名： 首席教师专题小课本·高中数学—平面向量
出版发行： 现代教育出版社
地　　址： 北京市朝阳区安华里 504 号 E 座
邮政编码： 100011
印　　刷： 北京市梦宇印务有限公司印刷
发行热线： 010－61743009
开　　本： 890×1240　1/32
印　　张： 6.25
字　　数： 270 千字
印　　次： 2008 年 4 月第 1 版　第 1 次印刷
书　　号： ISBN 978－7－80196－697－1
定　　价： 10.80 元

40

您需要的不是机会

NINXUYAODEBUSHIJIHUI



而是变换支点

小单元——知识·方法·能力·命题的交汇处

小单元——高效学习·成功备考的新支点

小单元学习法

首席教师的成功经验，优秀学生的学习秘诀

小单元是指在充分研究考纲和课标，透析教材知识结构，按照知识、方法、能力与中高命题的内在联系和系统结构，把教材内容分成若干个相对完整和独立的内容组块。几个小单元又构成相当于教材单元（或章）的内容板块，教材的几个单元又构成了大专题。

课时的基础性学习与单元的提升性学习

各类统考、高考试题命制的立足点、密集区在小单元，其能力要求、难度、综合性、深刻性、创新性往往与课时学习、教材内容严重脱节。在一节教材或一个课时中，对问题、原理及规律往往不能完全清楚认识，也不可能深化拓展，其实这只是基础性学习阶段。真正发展能力和提升成绩的支点是小单元，小单元学习是更高层次的提升性学习，是真正深化、拓展、发展能力的重要阶段，也是行之有效的螺旋式滚动提升的科学学习方法。

主动变换发力点

实际教学中由于课时紧张，大多数师生致力于同步教材的课时学习，习惯于一个个概念孤立记忆，一道道题去解析，往往事倍功半，这也是很多学生平时学习很努力，但考试成绩不理想的重要原因之一。这就要求我们转变观念，在同步学习及备考复习的过程中适时、适度的插入小单元、大单元及专题学习，主动完成提升性学习，对所学内容分级整合深化、各个击破，分级提升学生的知识整合能力、综合运用能力和问题解决能力。

单元学习五大关键

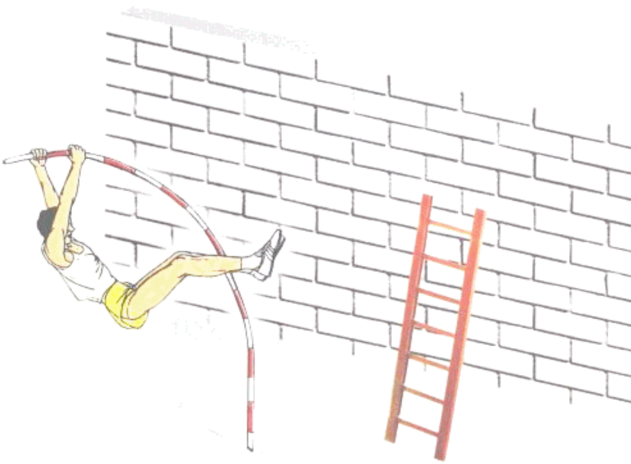
整合深化
形成知识模块

归纳拓展
活化解题方法

系统分层
培养高考能力

居高临下
形成应试策略

题组检测
优化训练方法



首席教师专题小课本

高中数学

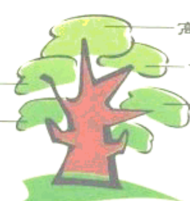
平面向量

总 主 编：钟 山
本册主编：李云鹏
张希孝

本丛书成立答疑解惑工作委员会，如有疑难问题可通过以下方式与我们联系：
企业网站：
http://www.bjjxsy.com
产品网站：
http://www.swtnet.net
服务电话：010-61743009
电子邮箱：
book@bjjxsy.com
service@swtnet.net
通信地址：北京市天通苑邮局6503号信箱
邮政编码：102218

专题三级提升

大单元提升



小单元提升

知识清单精解

单元内知识、方法、公式等学习要点清单化、运用整合、深化、对比、综合、发散等精细化学习方法及口诀、图表、顺口溜等学习技巧，精讲透析，简明快捷，易看、易记、易懂。

方法技巧突破

精心归纳问题及类型，找到最佳解决思想方法、解题技巧，透析方法运用要点，实现有效迁移，举一反三。例题讲解中进一步对疑难点的深化拓展，真正解决知识学习与解题运用的脱节问题。

高考能力培养

透析考纲对单元内容的能力要求，精析高考对知识内容的具体要求配以典型考例透视能力层次，科学把握学习的难度和综合性，做到有的放矢，达到事半功倍的学习效果。

命题规律点津

从高考要求、命题规律、应试策略三个维度详实讲解单元的高考现状与发展趋势，具体把握应试策略与技巧，真正实现高考备考同步化，科学阐释了零距离高考新概念。

题组优化训练

从误区突破、综合创新两个维度分题组选题，精选高考真题，热点模拟题、创新题、原创题，针对训练，集中突破。同时答案详解，配以题组规律总结，更利于练后反馈，达到训练效益最大化。

知识网络梳理

细致梳理概括大单元或章的知识与方法，达到网络化、图式化、结构化和形象化，利于快捷地由小单元升华到大单元，进一步扩充知识架构。

综合专题突破

在小单元讲练的基础上，整理出综合性、创新性、能力性更强的问题、方法、题型，以小专题形式专项讲解、拓展突破。

发现依靠眼光 行动决定收获

前言 QIANYAN

近年来，我国的基础教育改革和素质教育进程已进入深化实施阶段，中学教材已呈现出"一标多本"的多元化格局，高考更是呈现出"一纲多卷"的地方化特色。为了更好地适应教学考的新趋势、新特色，我们集各省名校的学科首席教师、一线特高级教师和有经验的教育考试专家的聪明智慧和科研成果，精心构思，编写打造了本套丛书。

本套丛书的鲜明特色和深度魅力，主要体现在以下四个方面：

1．核心单元，提升成绩的真正支点

小单元学习与同步课时学习相比，是更高层次的提升性学习，是真正深化拓展、发展能力、成功应试的重要步骤，也是行之有效的螺旋式滚动提升的科学学习方法。本套丛书以小单元为讲练基点，弥补了同步教学的缺失和薄弱环节，单元内由"知识、方法、能力、应试与训练"五要素构成了最优化学习程序，层次鲜明，通过对重难点、能力点、方法点和考点的精心讲练，有效的为师生最大限度提升成绩，建起了知识、方法和能力提升的新支点。

2．螺旋提升，提供三级发展平台

专题编写遵循"小单元提升、大单元提升、本专题提升"三个梯度，再加上平时的课时学习，讲练结合、循序渐进、螺旋提升，构成了学科学习、思维发展与能力培养的有机整体。

3．突出方法，多维度培养能力

无论是疑难讲解，问题解决，还是应试与训练，均以方法归纳、提炼与运用为突破口，力求做到集"学习法、解题法、应试法、训练法"于一身，帮助学生高效构建知识体系和方法体系，使读者在运用本书高效学习的同时收获更多的有效方法，发掘自己的最大学习潜能。

4．汲取各版本精华，真正的专题教材

在编写过程中，充分汲取各版本教材的特色与精华，选取其中典型素材、典题典例、方法技巧，以师生完成同步教材的课时学习为基础，通过整合、深化、发散、分级，达到高考要求，既是学生完成提升性学习的专题教材，更是教师各类单元、专题教学的必备参考。

阿基米德说，给我一个支点，我将撬起地球。本套丛书必将成为您成功的新支点、发展的新平台。

目录

首席寄语

专题导引

平面向量专题包括向量丰富的实际背景，向量的概念和意义，向量运算的定义和性质，向量的实际应用，两点间的距离公式和定比分点坐标公式等.

向量的实际背景及基本概念包括向量的概念，向量相等的含义以及向量的几何表示等.

掌握向量的加法、减法的运算及其几何意义——三角形法则和平行四边形法则；向量的数乘定义及其运算、几何意义和两个向量共线的含义；向量线性运算的性质及其几何意义；平面向量的基本定理及其意义；平面向量的正交分解及其坐标表示；会用坐标法表示向量的加、减、数乘运算和平面向量平行的条件；平面向量的数量积的含义及其物理意义；会用坐标运算进行数量积的有关运算；会求夹角、距离等问题；向量的应用主要与平面几何问题、力学问题相联系.

两点间的距离公式、定比分点坐标公式主要是公式的应用.

高考命题规律

以选择、填空题型考查本章的基本概念和性质，重点考查向量的概念、几何表示、向量的加减法、实数与向量的积、两个向量共线的充要条件、向量的坐标运算，平面向量的数量积及其几何意义以及向量的坐标运算，用以解决有关长度、夹角、垂直、判断多边形等问题.

高考中对这部分知识的直接考查以选择、填空题为主，偶尔也出现解答题；间接考查主要与函数、三角函数、解析几何综合在一起命题. 此时，平面向量的作用是叙述条件和结论，以迷惑解题者的视线，没有过多、过深涉及向量知识.

平移变换的价值在于可利用平移变换使相应的函数解析式得到化简. 高考对这部分知识的考查以基本概念和基本运算为主，通常会与其他知识综合考查. 向量平移与定比分点公式同解析几何、函数相结合是高考命题新趋势，在综合题中重点考查综合应用知识的能力.

学习应试策略

(1)将平面内所有的向量用两个不共线的向量 $\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$ 来表示是解决向量问题的基本方法.

(2)点 A、B、C 共线$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AC}$.

(3)注意向量的分解,如$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$.

(4)若三个非零向量$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$满足$\boldsymbol{c}=\frac{\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}}{1+\lambda}(\lambda\in\mathbf{R})$,则三个向量(起点均为原点)的终点共线,因此向量的定比分点公式可以用来证明三点共线的问题.

(5)通过平移可以化简二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$与形如$y=\frac{cx+d}{ax+b}(a\neq0)$的函数解析式,可以用配方与变形的方法寻找平移向量,也可用待定系数法求出平移向量.

(6)点$A(x,y)$按向量$\boldsymbol{a}=(h,k)$平移所得点A'的坐标为$A'(x+h,y+k)$,而函数$y=f(x)$的图象按向量$\boldsymbol{a}=(h,k)$平移所得图象的解析式为$y-k=f(x-h)$.

(7)要善于运用"$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$"和"$\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$,$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$,则$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=x_1x_2+y_1y_2$".

(8)"$\boldsymbol{a}$在单位向量$\boldsymbol{e}$方向上的投影为$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}$"与"$\boldsymbol{a}$在单位向量$\boldsymbol{e}$方向上的射影为$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e})\boldsymbol{e}$"有区别.

(9)在解析几何中运用向量.

(10)在无坐标系时,把平面内所有向量都用两个不共线的$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$表示,把向量运算全部转化为$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的运算.

[单元提升篇]

第一章　向量的线性运算

课程标准要求

1. 平面向量的实际背景及基本概念.

(1)通过力和力的分析等实例,了解向量的实际背景.

(2)理解平面向量和向量相等的含义.

(3)理解向量的几何表示.

2. 向量的线性运算.

(1)通过实例,掌握向量加、减法的运算,并理解其几何意义.

(2)通过实例,掌握向量数乘的运算,并理解其几何意义,以及两个向量共线的含义.

(3)了解向量的线性运算性质及其几何意义.

第一单元　向量的基本概念及加、减法

知识清单精解 ZHISHIQINGDANJINGJIE

要点1　向量的有关概念

向量:既有大小,又有方向.

长度(模):向量的大小.

平行向量(共线向量):方向相同或相反的非零向量.

(规定:零向量与任何向量均平行)

相等向量:长度相等且方向相同.

要点 2　向量的加、减法

加法：$\begin{cases}\text{三角形法则,}\\ \text{平行四边形法则.}\end{cases}$

减法：$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 表示从 $\boldsymbol{b}$ 的终点指向 $\boldsymbol{a}$ 的终点的向量.

方法技巧突破 FANGFAJIQIAOTUPO

■数学思想方法

1. 数形结合思想

数形结合思想是中学数学中重要的思想方法，每年高考命题中均有一些用数形结合思想方法思考解决的试题，正确使用会使问题得到直观、形象、简捷的解决，经常地、有意识地、灵活地掌握和使用数形结合的方法，能够有利于学生的形象思维能力及转化思维能力的提高. 向量是一个有"形"的几何量，因此，在研究向量的有关问题时，一定要结合图形进行分析判断求解，这是研究平面向量最重要的方法和技巧. 因此借助于向量，我们可以将某些代数问题转化为几何问题，又可将几何问题转化为代数问题，故向量能起到数形结合的桥梁作用.

例 1　(2006 · 杭州模拟)已知点 M 是△ABC 的重心，设 $\overrightarrow{MA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{MB}=\boldsymbol{b}$，用 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 表示 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{BC}$.

解：如图 1-1-1，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$，

$\overrightarrow{AC}=2\,\overrightarrow{AE}=2(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{ME})=2\left(-\overrightarrow{MA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BM}\right)$

$=-2\,\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=-2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，

$\overrightarrow{BC}=2\,\overrightarrow{BD}=2(\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MB})=2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{MB}\right)$

$=-\overrightarrow{MA}-2\,\overrightarrow{MB}=-\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$.

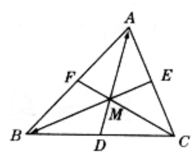


图 1-1-1

例 2　两人分别从 A 村出发，其中一人沿北偏东 60°方向行走了 3 km 到了 B 村，另一人沿北偏西 30°方向行走了 4 km 到了 C 村，问 B、C 两村相距多远，B 村在 C 村的什么方向上？

解：如图 1-1-2，由题意知 $|\overrightarrow{AB}|=3$，$|\overrightarrow{AC}|=4$，$\angle CAB=90°$，故 $|\overrightarrow{BC}|=5$.

又 $\tan\angle ACB=\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}|}=\frac{3}{4}$，∴ $\angle ACB=\arctan\frac{3}{4}$.

故 B、C 两村间的距离为 5 km，B 村在 C 村的东偏南 $\frac{\pi}{3}-\arctan\frac{3}{4}$ 的方向上.

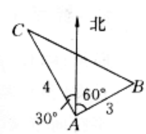


图 1-1-2

2. 分类讨论思想

分类讨论思想是高中数学中常见的数学思想，也是高考命题中考查学生思维能力的重要内容，分类讨论的关键是逻辑划分标准、恰当、准确，从而可对问题分类依次求解，综合推断出问题的结论.

分类讨论的一般步骤：

(1)明确讨论对象，确定对象的范围；

(2)确定分类标准，进行合理分类，做到不重不漏；

(3)逐类讨论，获得阶段性结果；

(4)归纳总结，得出结论.

例 3 (2007·德州质检)求证：对任意向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$.

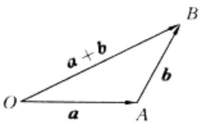


图 1-1-3

证明：当 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 中至少有一个零向量时，显然有

$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$.

当 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 均不为零向量时，

若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不平行，如图 1-1-3，则可在平面内任取一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$，再作 $\overrightarrow{OB}$，则有 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，又 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不平行，故 O、A、B 三点不共线，在 $\triangle OAB$ 中，由三角形的两边之和大于第三边可得，$|\overrightarrow{OA}|+|\overrightarrow{AB}|>|\overrightarrow{OB}|$，即 $|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|>|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$.

如图 1-1-4，若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行，则

(1)如果 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向，易得

$|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$.

(2)如果 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向，容易得到

$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|<|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$.

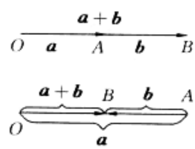


图 1-1-4

综上所述，对任意向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 都有 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$. 当且仅当 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 中至少有一个为零向量或 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 方向相同时取“=”.

规律方法：(1)本题的证明思路之一：分类讨论.

$$\text{任意 } \boldsymbol{a}、\boldsymbol{b}\begin{cases}\boldsymbol{a}、\boldsymbol{b}\text{ 中至少有一个为零向量}\\ \boldsymbol{a}、\boldsymbol{b}\text{ 均不为零向量}\begin{cases}\boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{b}\text{ 不平行}\\ \boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{b}\text{ 平行}\begin{cases}\boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{b}\text{ 同向}\\ \boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{b}\text{ 反向}\end{cases}\end{cases}\end{cases}$$

(2)本题的证明思路之二：利用向量加法的作图法则合理构造出一个三角形，也就是将问题转化为建立数学模型来解决.

(3)类似地我们可证明 $|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$.

例 4 不相等的两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，有可能是平行向量吗？若不可能，请说明理由；若有可能，请把各种可能的情形一一列出.

解 不相等的两个向量有可能平行. 有如下三种情况:

情况 1:两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 中有一个是零向量而另一个是非零向量.

情况 2:两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 都为非零向量且方向相同.

情况 3:两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 都为非零向量且方向相反.

■解题技法

1. 有关证明问题

利用加、减法证明向量问题要注意三角形法则和多边形法则的应用.

例 5 已知任意四边形 $ABCD$, E 为 AD 的中点, F 为 BC 的中点, 求证: $2\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$.

证法 1:(多边形法则)如图 1-1-5 所示, 在四边形 $CDEF$ 中, $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}=\mathbf{0}$,

$\therefore\ \overrightarrow{EF}=-\overrightarrow{FC}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{ED}$. ①

在四边形 $ABFE$ 中, $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=\mathbf{0}$,

$\therefore\ \overrightarrow{EF}=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EA}$. ②

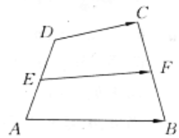


图 1-1-5

①+②, 得 $2\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EA}$

$=(\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{BF})+(\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{EA})+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})$.

$\because$ E、F 分别是 AD、BC 的中点,

$\therefore\ \overrightarrow{ED}+\overrightarrow{EA}=\mathbf{0}$, $\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{BF}=\mathbf{0}$.

$\therefore\ 2\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$.

证法 2:(三角形法则)如图 1-1-6, 在平面内取点 O, 作 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OE}$、$\overrightarrow{OD}$、$\overrightarrow{OC}$、$\overrightarrow{OF}$、$\overrightarrow{OB}$.

$\therefore\ \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OE}$,

$\because$ E、F 分别是 AD、BC 的中点,

$\therefore\ \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}$,

$\therefore\ \overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OE}$,

$\therefore\ \overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}$,

同理 $\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$.

又 $\because$ $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{OF}-\overrightarrow{OE}$,

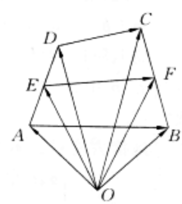


图 1-1-6

$\therefore\ 2\overrightarrow{EF}=(\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{OF})-(\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OE})$,

$\therefore\ 2\overrightarrow{EF}=(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})-(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD})$

$=(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})+(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$.

2. 应用问题

向量应用题要注意向量的方向, 如何与实际问题相联系, 怎样将实际问题抽象成

向量问题等.

例 6 (2006·烟台模拟)一运输汽车从 A 点出发向西行驶了 100 km 到达 B 点,然后又改变方向向西偏北 50°走了 200 km 到达 C 点,最后又改变方向,向东行驶了 100 km 到达 D 点.

(1)作出向量 $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{BC}$,$\overrightarrow{CD}$;

(2)求 D 点相对于 A 点的位置.

思路分析:解答本题应首先确立指向标,然后再根据行驶方向确定出有关向量,进而求解.

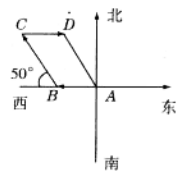


图 1-1-7

解:(1)如图 1-1-7 所示.

(2)由题意,易知 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 方向相反,故 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 共线.

又 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|$,∴ 在四边形 $ABCD$ 中,$AB \underline{/\!/} CD$,

∴ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

∴ $|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{BC}|=200$ km.

故 D 点在 A 点的北偏西 40°的 200 km 处.

规律方法:(1)准确画出向量的方法是先确定向量的起点,再确定向量的方向,然后根据向量的大小确定向量的终点.

(2)要注意能够运用向量观点将实际问题抽象成数学模型."数学建模"能力是今后能力培养的主要方向,需要在日常学习中不断积累经验.

高考能力培养 GAOKAONENGLIPEIYANG

1. 抽象概括能力

例 1 (2006·青岛联考)给出下列命题:

①零向量是唯一没有方向的向量;

②平面内的单位向量有且仅有一个;

③$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 是共线向量,$\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 是平行向量,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 是方向相同的向量;

④相等的向量必是共线向量.

其中正确命题的个数是(　　)

A. 1　　　B. 2　　　C. 3　　　D. 4

思路分析:向量是既有大小又有方向的量,所以零向量必有方向,又规定零向量与任一向量平行,所以零向量是唯一的一个方向不确定的向量,故命题①是错误的;对平面内的任一向量 $\boldsymbol{a}$ 而言,由于 $\left|\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}\right|=1$,所以 $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$ 是一个单位向量,由 $\boldsymbol{a}$ 的任意性,可知命题②是错误的;共线向量即平行向量,包括方向相同的或方向相反的非零向量及零向量,故命题③也是错误的;由于相等向量是长度相等且方向相同的向量,所以命题④正确.　答案:A

例 2 (2007·日照)如图 1-1-8，E_1、E_2、F_1、F_2、G_1、G_2、H_1、H_2 分别是矩形 $ABCD$ 所在边上的三等分点，若$|\overrightarrow{AB}|=6$，$|\overrightarrow{AD}|=3$，则以图中的 16 个点中的任意两点为始点和终点的所有向量中，模等于 2 且与$\overrightarrow{AB}$平行的向量有________个，模等于 1 的向量有________个，模等于$\sqrt{5}$的向量有________个.

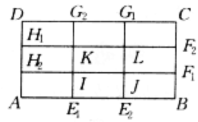


图 1-1-8

思路分析：模等于 2 的向量为与$\overrightarrow{DG_2}$方向相同或相反且模相等的 24 个向量；模等于 1 的向量为与$\overrightarrow{DH_1}$方向相同或相反且模相等的 24 个向量；模等于$\sqrt{5}$的向量为与$\overrightarrow{H_1G_2}$，$\overrightarrow{DK}$方向相同或相反且模相等的 36 个向量.　　答案：24，24，36

2. 推理论证能力

例 3 (2007·丰台模拟)如图 1-1-9，在▱$ABCD$ 中，对角线 AC、BD 交于 O 点，P 为平面上任意一点，用向量证明：$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=4\overrightarrow{PO}$.

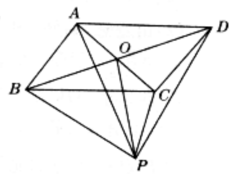


图 1-1-9

思路分析：本题考查用向量的方法证明平面几何问题.

证明：$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{PO}$，　①

$\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{PO}$，　②

$\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{PO}$，　③

$\overrightarrow{PD}+\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{PO}$，　④

∵ 在▱$ABCD$ 中，$\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{OD}$，

∴ $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{CO}=\mathbf{0}$，$\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{DO}=\mathbf{0}$.

由①+②+③+④，得$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=4\overrightarrow{PO}$.

例 4 (2007·黄冈)若$|\overrightarrow{AB}|=8$，$|\overrightarrow{AC}|=5$，则$|\overrightarrow{BC}|$的取值范围是________.

思路分析：首先要能够发现题中的所给向量之间的关系，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，而马上想到向量不等式$||\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}||\leqslant|\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$，则问题迎刃而解.

解：∵ $|\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}|$，

∴ $||\overrightarrow{AC}|-|\overrightarrow{AB}||\leqslant|\overrightarrow{BC}|\leqslant|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{AB}|$，

∴ $3\leqslant|\overrightarrow{BC}|\leqslant13$，即$|\overrightarrow{BC}|$的取值范围是 $3\leqslant|\overrightarrow{BC}|\leqslant13$.

答案：[3，13]

规律方法：注意运用向量加减法的几何意义去记忆公式$||\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}||\leqslant|\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$，同时注意等号成立的条件.

3. 综合实际应用能力

例 5 (2005·海淀模拟)某人从 A 点出发向西走了 200 m 到达 B 点，然后改变方向向西偏北 60°走了 300 m 到达 C 点，最后又改变方向，向东走了 200 m 到达 D 点.

(1)作出向量$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{BC}$、$\overrightarrow{CD}$(1 cm 表示 100 m)；

(2)求$\overrightarrow{DA}$的模.

思路分析：本题是实际问题，首先应根据条件作出相应的向量，然后根据图形求解.