SHUXUESHIYUSHUXUEJIAOYU

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

数学史与数学教育

武锡环　郭宗明　编著

电子科技大学出版社

数学史与数学教育

武锡环　郭宗明　编著

电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学史与数学教育/武锡环,郭宗明编著.—成都:电子科技大学出版社,2003.12
ISBN 7—81094—325—1

Ⅰ.数… Ⅱ.①武…②郭… Ⅲ.数学史 Ⅳ.011
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 120733 号

数学史与数学教育

武锡环 郭宗明 编著

出　　版:电子科技大学出版社(成都建设北路二段四号)
责任编辑:周清芳
发　　行:电子科技大学出版社
印　　刷:北京市朝教印刷厂
开　　本:850mm×1168mm 1/32　印张:14.125　字数:380 千字
版　　次:2003 年 12 月第一版
印　　次:2005 年 10 月第二次印刷
书　　号:ISBN 7—81094—325—1/G·47
定　　价:35.50 元

前 言

数学的历史源远流长。在早期的人类社会中，数学与语言、艺术以及宗教一并构成了最早的人类文明。对于数学是什么的问题，不同的社会群体都有不同的理解。在当代数学家的共同体中，一般**将数学看作是“模式”的科学（Science of pattern），用以“揭示人们从自然界和数学本身的抽象世界中所观察到的结构和对称性。”**数学科学以抽象的理论为核心，这个核心一方面依靠自身的内能、运用逻辑的链条发展新的理论，另一方面又不断从现实世界的问题中发现问题、汲取营养并创造出解决现实问题的思想方法，形成了以纯粹数学为核心、由众多同心壳层结构组成的庞大的理论与应用体系。按照美国《数学评论》的统计，数学科学包括了约六十个二级学科和四百多个三级学科。数学是最抽象的科学，而最抽象的数学却能催生出人类文明的绚烂的花朵。这使数学成为人类文化中最基础的学科，对此恩格斯指出：**数学在一门科学中的应用程度，标志着这门科学的成熟程度**。在现代社会中，数学正在对科学和社会的发展提供着不可或缺的理论和技术支持。中国数学家张恭庆院士将数学的作用分为三个层次。第一个层次，是为其他学科提供语言、概念、思想、理论和方法。自然科学以及经济、管理等社会科学，离开了数学，便无从产生和发展；第二个层次是直接应用于工程技术、生产活动，这类例子是大量的；第三个层次，是作为一种文化，对全社会的成员起着潜移默化的作用。虽然数学在现代社会中的应用是广泛的，但却不易为大众所察觉。当人们惊叹原子弹的巨大威力时，却很难知道和真正理解它所依赖的“质能公式”：$E=mc^2$；当人

们接受 CT 扫描仪的检查和诊断时，很少有人理解它的设计原理：拉东变换；当人们尽情享受动画片的娱乐时，很少联想制作这些动画背后的数学方法。数学是无声的音乐，无色的图画。数学家默默地奉献着自己的聪明和才智，他们在逻辑的链条上构筑着人间的奇迹。一个民族数学修养的高低，对这个民族的文明有很大的影响。然而，在现代所谓的“热门学科”中，人们常常难以提到数学科学。当代数学家哈尔莫斯对此深为感触道：甚至受过教育的人们，都不知道我的学科存在，这使我感到伤心！

与其他学科相比，数学科学经历了更长的历史进程。在科学的其他分支中，物理学形成较早，但它也仅有几百年的历史，而数学的历史已经走过了两千多年。**数学史是研究数学发展规律的科学。它研究数学概念、数学方法和数学思想的起源与发展，同时也研究与之相关的社会政治、经济和一般文化的联系。**认识和了解数学，势必要涉及它所研究的内容，所以数学殿堂中的概念、方法以及思想在数学史的研究中就成为首要的任务。同时也应注意到，数学与一切科学都是在人类社会发展中形成的。因而数学与社会结构、哲学思想、自然与社会科学以及人类的文化观念都有着密切的联系，在如此广泛的领域内进行数学史的研究，可以更加全面的认识和理解数学。数学科学的累积性以及高度抽象而且模式化的特点，使得它在学校的教育中面临着十分尴尬的局面。数学作为现代化社会中不可或缺的基础学科，本应在学校课程中拥有更多的现代数学内容。但实际情况是，到了高中阶段的数学课程仍只有少量的现代数学的知识，更多的是 17 世纪中叶之前的初等数学，而大学一年级的微积分，也只是 18 世纪的数学成果，大量的近代与现代数学难以进入大众化的教育课程。20 世纪 50 年代兴起的新数学教育运动，试图使学校数学教育的内容更多的反映近、现代数学的思想、方法和概念。尽管这场运动声势浩大，但最终昙花一现、功亏一篑。我国在 20 世纪 60 年代制定了“加强双基，培养三大能力”的数学教育目标，力图在学校教育中使学生掌握数学基本知识和基本技能，发展学生的数学

计算、逻辑推理和空间想像能力。这一目标充分体现了学科自身的特点，却仍然使不少的受教育者畏惧不前，甚至产生对数学学习的厌倦情绪。两千多年前产生的欧几里得几何学是数学思想、方法的重要组成部分，也是自古以来学习数学的必修课程。但在现代的学校教育中，欧几里得几何学却变得食之无味而弃之不舍。在过去的半个世纪中，国际数学教育的改革浪潮跌宕起伏，历尽磨难。我国国家教育部分别于 2001 年和 2003 年颁布了九年义务教育和高中数学教育的课程标准，突出了“以人为本”、全面实施素质教育的改革目标。大众教育、学生为主体、增强应用意识、淡化形式、注重实质等一系列数学教育的思想与理念在全球性的数学教育改革中应运而生。与数学自身的发展相类似，数学教育的思想、方法同样也受到社会发展和人类思想观念的制约。把数学与其教育问题放在历史的、社会的、文化的大环境下进行全方位的观察，不但可以使人们深入地认识到数学科学的本质，而且也为理解和认识当今的数学教育思想提供客观的基础。在生物科学中有一个著名的法则：个体发育再现系统发育，意指“个体重复群体的发育过程”。教育学家把这一法则作为相应的教学原理，强调在向学生讲授一门学问时，应该按照学问自身发展的顺序来进行。根据这一教育原理，从数学历史发展的角度研究当今各种数学教育思想以及各种教育策略，不失为一种重要的途径。

本书力图通过数学史的研究来认识数学及其教育的本质，并达到以下几个目的：第一，全面展示数学发展的概况，以弥补学校教育中内容偏少、严重与现代数学发展脱节的缺陷，克服受教育者“只见树木不见林”的局限性；第二，强调数学是人类创造活动的过程，而不单纯是一种形式化的结果；第三，运用辩证唯物主义的观点看待数学科学及数学教育，在它们的形成和发展过程中，不但表现出矛盾运动的特点，而且它们与社会、政治、经济以及一般人类的文化有着密切的联系。

本书第 1 章、第 2 章是中外数学发展的概况，对中国传统数学

的成就及其特点作了系统的介绍，同时也对为数学发展做出突出贡献的数学家的人格特征做了必要的分析。我们把每个重大的数学成就看作是在特定环境下、在前人研究的基础上形成的，数学家只是站在巨人肩上的伟人。第 3 章、第 4 章、第 5 章、第 6 章、第 7 章，对现代学校教育中主要的数学分支作了历史性的分析，在此基础上阐述了这些数学理论如何才能更好地成为学校教育的内容。第 8 章、第 9 章，列举了现代数学及其应用的典型实例，以展示数学在现代社会发展中的基础性作用。在第 10 章，从哲学、认知科学等方面，对数学的本质及当代数学教育的思想做了多视角、全方位的分析。

打开数学科学的历史画卷，展示数学世界的风土人情，为 21 世纪数学教育的大众化做出应有的贡献。

目　　录

第1章　国外数学历史发展概况

数学是人类灿烂文化的重要组成部分，数学的历史可以追溯到远古时代，延绵于世界的东方和西方。随着社会的不断发展，人类在探索生存空间的过程中逐渐认识了形和数，形成了最早的数学概念。在古代巴比伦、埃及和印度的文明中，出现了有文字记载的数学成果，成为国外数学发展的源头。古希腊学者以其丰富的哲学思想将数学从现实中分离出来，使之成为一种抽象的思维科学，建立了几何学朴素的公理化体系，为国外数学的发展提供了强有力的科学方法论的武器。

人类社会的政治、军事、经济、文化和思维方式是影响数学发展的重要因素。国外数学发展的历史，是不同的民族、在不同的地区承前启后不断发展的历史。继古代希腊文明之后，欧洲进入了神学统治的中世纪，是阿拉伯人传承了古希腊的数学成果，印度数学家发展了地域性的数学。15世纪之后，随着欧洲资本主义社会形态的出现，大量的科学技术问题为数学的发展提供了强大的动力，数学进入了它的迅猛发展时期：数学分支林立，数学方法层出不穷，数学知识空前丰富。科学决不是也永远不会是一本写完了的书，每一项重大成就都会带来新的问题。当科学达到某个高峰时，它面前会出现通向新的高峰的广阔前景，同时也需要开拓崭新的发展道路。随着数学知识的不断积累，数学内在逻辑的和谐性成为数学发展的重要动力。19

世纪以来，数学以其更为严谨的姿态出现在世人面前：它以公理化方法为主要研究方法，成为一门纯粹的演绎科学。

如果说19世纪70年代之前数学只是研究数量关系和空间形成的科学，而今天它已是抽去了内容的、纯粹形式的关系系统的科学，成为一门高度抽象化和严谨化的科学理论。正是由于这些特点，也使数学拥有了广泛的应用性。

科学不仅是知识，它更是意识，即善于运用知识的本领。数学的历史正是一代代数学家们创造性工作的结晶。古希腊数学家开创的演绎数学体系和思想方法，是它们哲学思想的必然产物；笛卡尔用代数的方法去替代一招一式的几何技巧，并且由此引入了变量；牛顿在解决物理问题中开创了微积分学，成为“站在历史巨人肩上”的科学巨人。无数的数学家为数学历史的发展做出了杰出的贡献。了解数学家的历史贡献，特别是他们的人格魅力，或许比单纯的学习数学知识更加有益于现代人类和人类科学的发展。

本章将以国外数学历史发展的分期为主线，介绍各个时期的数学成果及其产生和发展的社会背景，同时介绍为数学做出卓越贡献的民族和数学家们。国外数学历史发展的阶段，可以按照数学内部矛盾运动的规律来划分，当数学自身的特点发生质的变化时，就标志着一个新的发展阶段的开始。据此，国外数学史一般分为五个发展时期，它们依次为：数学的萌芽时期、初等数学时期、变量数学时期、近代数学时期和现代数学时期。20世纪40年代以后的现代数学，理论更加丰盈、更加专门化，与社会的联系也有了新的特点，我们将在以后的有关章节中进行专门的介绍。本章仅涉及前四个时期国外数学发展的概况。

1.1 数学的萌芽时期(从远古至公元前6、5世纪)

正如恩格斯所说的那样：“数学是从人的需要产生的”。数学的萌芽时期，是从距我们极其遥远的过去开始的。在早期数学知识积累时期，人类社会已经形成了某种社会集团或古代国家。这时出现

了数的写法、数的运算，有了某些几何的实际知识，能解答最简单的具有代数性质的问题。但是人们还未能对这些知识概括出精确的写法，也没有严格的理论根据。这个时期数学的成就主要以古代埃及、巴比伦和中国的数学为代表。巴比伦和古代埃及的数学，在整个数学发展的萌芽时期取得了辉煌的成就，它们各自积累了算术、代数和几何的大量知识，成为古希腊数学的两个源头，对世界数学发展做出了宝贵的贡献。

1.1.1　巴比伦的数学

古代巴比伦人生活在两河流域的“美索布达米亚”（意为两河之间的地方）。古代两河流域是指发源于现今土耳其境内的底格里斯河和幼发拉底河的广大地区，是今日伊拉克的一部分。公元前 4000 年苏美尔人在这里建立了一些奴隶制的小国，为争夺奴隶、土地、水源，各个国家长期混战不休。公元前 19 世纪，位于两河流域中心的古巴比伦王国兴起，并于公元前 18 世纪统一了两河流域，建立了中央集权的奴隶制国家。自公元前 18 世纪下半叶古代巴比伦进入兴盛时期，集权的国家大力发展农业，丰富的农产品又带动了商贸业的快速发展。建在幼发拉底河河岸上的巴比伦城位于通航出海的河岸上，优越的地理环境又为它与周边地区的商贸往来提供了便利。在公元前 7 世纪初，巴比伦城先为亚述帝国占有，继而又为新巴比伦国拥有。经过上百年的发展，巴比伦城达到了高度的繁荣。公元前 331 年，巴比伦被古希腊民族占领，自此巴比伦丧失了自己的独立地位，直到公元前 2 世纪被彻底摧毁。随着时代的变迁，巴比伦的许多城市被埋葬在黄沙里，于是巴比伦成了神话般的国度。到了 19 世纪 40 年代，法国和英国考古学家发掘出巴比伦的古城，获得很多文物，世人才得以目睹这个古城，并从挖掘出的文物中了解其当年文化兴盛的情况。原来，古代巴比伦的房屋是用粘土堆砌的，坍塌后与黄沙融为一体，致使在很长一段时间内，人们在地面上找不到这个国家的痕迹。

大约公元前 30 世纪，两河流域的苏美尔人发明了“楔形”文字。

这是用被削成三角尖头的芦苇杆、木棍在粘泥块上刻写的文字符号，这些符号因刻写的轻重不同而形状像木楔，所以称这种文字为“楔形文字”或“箭头字”。刻写好的泥版经火烤干，质地坚硬，不易遭风蚀，也不会被虫蛀，便于长期保存，形成早期人类文化的传承工具——泥版书。19 世纪 40 年代，英国人拉雅在尼尼微挖掘到古代巴比伦的皇家图书馆，两间房内藏有 2.6 万多件泥版书，包括历史、文学、外交、商业、科学、医药的记录。一块完整的泥版与手掌的大小相近，人们通过对这些泥版书的研究，发现了巴比伦人的数学成就。

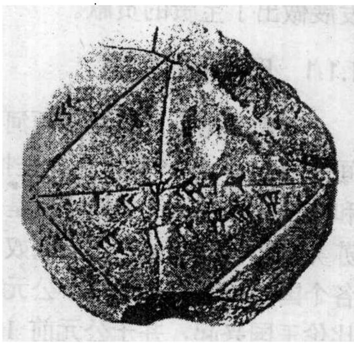

图 1.1　古代巴比伦带有四边形和数字符号 30；1，24，51，10；42，25，35 的泥版书

巴比伦的数学成就突出表现在算术和代数方面：位置制的记数方法，较系统的自然数和分数的表示方法，掌握了自然数的四则运算，广泛使用了分数，还能进行平方、立方和简单的开平方、开立方运算。在古代巴比伦的泥版书中，发现有大量的乘法、倒数、平方数、平方根、立方、立方根表，用一些特别的术语和符号代表未知数，会使用运算符号，能够解少数几种含一元甚至多元的方程，特别是能够解二次方程，甚至某些三次、四次方程和个别指数方程。几何在当时巴比伦数学中仅仅是表达代数问题的某种方法，在古代巴比伦的泥版书中还记录了少量简单几何图形求面积的经验公式。

1.1.2　古埃及的数学

约公元前 3100 年，古埃及形成了统一的奴隶制国家，领土与现在的埃及差不多。截至公元前 332 年古埃及被古希腊所征服，共经历了 30 个王朝，古埃及人主要在尼罗河中下游的河谷地带活动。河谷地带长 750km，以开罗为界，到地中海三角洲地区称为下埃及，谷地两侧