



● 新课标·高中同步·鼎尖学案（个性化学案）

新课标

# 鼎尖教案


教材教案、教辅教案、习题教案

数  
学  
必修5

人教B版

● 新课标·高中同步·鼎尖教案（通用型教案）

丛书主编：严治理 黄俊葵  
马擒虎 刘芳芳

 延边教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

鼎尖教案: 人教 B 版. 数学. 5: 必修/李强主编. —延吉: 延边教育出版社, 2008. 5

ISBN 978-7-5437-7099-7

I. 鼎… II. 李… III. 数学课—教案 (教育)—高中  
IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 067665 号

- 
- 本册主编: 李 强  
 编 著: 李思华 文曙光 马腾伟 李冬云 秦 利 王怀昌  
          李建业 李清平 朱桂艳 朱信富 周长海 刘玉文  
 责任编辑: 严今石  
 法律顾问: 北京陈鹰律师事务所 (010-64970501)

与 人教 B 版 普通高中课程标准实验教科书同步  
《鼎尖教案》数学 必修 5

出版发行: 延边教育出版社

地 址: 吉林省延吉市友谊路 363 号 (133000)  
          北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003 (100080)

网 址: <http://www.topedu.org>

电 话: 0433-2913975 010-82608550

传 真: 0433-2913971 010-82608856

排 版: 北京鼎尖雷射图文设计有限公司

印 刷: 大厂书文印刷有限公司

开 本: 890×1240 16 开本

印 张: 20.75


字 数: 720 千字

版 次: 2008 年 5 月第 1 版

印 次: 2008 年 5 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5437-7099-7

定 价: 42.00 元



我们提供的  
不仅是传统的教案  
还有  
实现教学模式多样化的系统方法

我们提供的  
不仅是不同思路的教学模式  
还有  
为实现这些思路而搭建的  
一个动态开放的平台

在这个平台上  
你尽可以  
自由释放自己的教学思想、智慧与个性  
组合适合自己的教学模式

而这一切  
正是我们  
对新课程教学改革的探索与回应  
体现着我们  
对人民教师的  
充分尊重和终极关怀





## 学案教案配套用，老师学生真轻松！

教材教案、教辅教案、习题教案，两种思路任你选择。

课前预习、课堂笔记、课后作业，多种模式自由组合。

### 《鼎尖学案》丛书特色

- **学案模式自主定制** 《鼎尖学案》将教学过程分为课前预习、课堂笔记、课后作业三个环节，充分考虑教师的教学习惯和学生的差异性。同时依托《鼎尖教案》，提供多种学案组合模式，供您自由选择定制，满足师生的个性化需求。《鼎尖学案》的问世，标志着教辅个性化时代的到来。
- **教案学案配套使用** 丛书的编写以《鼎尖教案》为基础，合理区分教师教案和学生学案的内容功能，强调教案和学案的配套使用，强调教案与学案的实质性互动对接，方便于教师教学和学生听课、做笔记、训练，有助于提高教师的教学效果和学生的听课效率。是学生听课的笔记本，课堂训练、课后作业的作业本，让上课更方便，让学习更轻松。
- **互动开放方便实用** 《鼎尖学案》充分利用“鼎尖教案”这一动态开放式资源平台，体现教案与学案的互补功能，通过预留空白等形式，避免了以往的教案和学案对教学过程统得过多、过死以及不符合教学实际等问题，为教师主导作用和学生主体作用的充分发挥，提供了广阔的思维空间。在装订方式上，我们也将根据您的要求，或采用成书的方式，或采用活页的方式进行制作，方便您的使用。

国家新课程改革的教学观，强调教学目标的全面性和具体化，强调学习方式、教学活动方式的多样化，强调学习的选择性。要适应新课程教学改革的要求，提倡自主、探索与合作的学习方式，使学生在教师指导下主动地、富有个性和创造性地学习，就必须坚持教学模式的多样化。

教学模式的多样化是新课程实施的重要途径，也为教学模式的多样化研究提供了有利的理论和实践环境。教学模式的多样化，要求教师必须在准确把握教学目标、教学内容、师生情况、运用条件和评价体系特点的前提下，利用和发挥自身特长、体现自身特色，采用相应的教学模式。

《**鼎尖教案**》系列丛书，是依托**延边教育出版社**多年教案出版经验和资源优势，由近百名教辅研究专家精心策划的一套教案丛书。书中的教学案例，大都是在全国范围内广泛征集的优秀作品，是全国一线特高级教师经验智慧的结晶，代表着当前教学改革方向和最高水平，堪称精品。

丛书以“教学模式多样化”为基本原则，通过科学合理的设计，克服了以往教案类产品无法解决的教学模式单一的问题，对于推进新课程改革具有很强的指导意义，是广大教师教学的参考和帮手，其主要特点如下：

- **工具性** 突出实用性、系统性、工具性、资料性，汇集教学教案、重难点知识讲解、类题（题型）讲解、规律方法总结、知识体系构建、训练题库等内容，为教师提供融课堂教学、钻研教材、课后辅导、习题编选于一体的全息资源库。
- **选择性** 体现教学模式多样化原则，对同一知识体系的教授和解读方式，提供两种教学形式和教学思路，展示两种解决问题的方法，搭建动态开放的资源平台。教师可根据学生特点和教学习惯自由选择组合，形成多种教学模式。
- **系统性** 创新教案编写模式，内容包括教材教案、教辅教案、习题教案三个板块，为教师提供教学模式多样化的全方位系统解决之道，教师得到的不仅是新授课的教案，更有复习课、训练讲评等内容的教案。同时注重教师用书与学生用书的配套互补功能，同步推出配套学案，方便教师教学。

教学模式开发和应用的过程，是一个随着教育理论和教学实践不断发展的双向的动态的过程，在探索教学模式多样化的过程中，按照“学习—实践—评价—创新—构建”的思路，我们将不断探索和创新更多的教学模式。同时感谢在本书编写和教案征集中，为我们提供帮助和支持的广大教师，也希望有更多的人能够参与进来，与我们共同探索实现教学模式多样化的思路和办法。

北京世纪鼎尖教育研究中心

教材教案

教学目标

知识与技能  
过程与方法  
情感态度与价值观

重点难点

重点  
难点

案例一(以课时为单位)

教学过程  
板书设计  
教学反思(机动)

案例二(以课时为单位)

教学过程  
板书设计  
教学反思(机动)

教辅教案

案例一 课时详解(以课时为单位)

课堂导入  
课前自主学习  
课堂合作探究 { 情景激疑  
知识归纳  
典例剖析 }  
概括整合

案例二 精析精练(以节为单位)

课堂合作探究 { 重点难点突破  
典型例题分析 }  
规律方法总结

定时巩固检测

习题教案

案例一 同步练习(以课时为单位)

案例二 一课三练(以节为单位)

章末

本章复习课

本章测试卷

# 体例表解

主要栏目名称		栏目设计功能	栏目使用建议	
教材教案	[教学目标]	[知识与技能]	依据教材和课程标准,让学生了解本课时的“三维目标”	
		[过程与方法]		
		[情感、态度与价值观]		
	[重点难点]	[重点]	帮助教师、学生准确把握教材的深广度,明确本课时学习的重点、难点	
		[难点]		
	案例一 案例二 (以课时为单位)	[教学过程]	体现情景设置、师生互动等课堂教学思路,既给教师以启发,又不束缚教师的创造性	
[板书设计]		直观、清晰地呈现本课时的主要内容		
[教学反思](机动)		对教学方法和教学过程的反思,提出改进设想		
教辅教案	案例一 课时详解 (以课时为单位)	[课堂导入]	激发学生学习兴趣,导入本课内容	
		[课前自主学习]	引导学生自学课本内容,培养自主学习能力	
	[课堂合作探究]	[情景激疑]	提供课堂讨论材料,学生思考归纳出知识点	
		[知识点归纳]	通过情景激疑的讨论引出知识点内容,按知识分块讲解,各个击破	
		[典例剖析]	通过例题讲解、变式练习,理解、巩固知识点	
	[概括整合]		将本课时主要内容总结归纳,帮助学生形成知识网络	
	案例二 精析精练 (以节为单位)	[课堂合作探究]	[重点难点突破]	对本节重点和难点知识进行详细全面讲解,按知识层次整体突破
			[典型例题分析]	通过例题讲解、变式练习,理解、巩固知识点内容
		[规律方法总结]		将本节主要规律、方法总结归纳,帮助学生形成知识网络
	[定时巩固检测]		通过强化训练,巩固所学知识	教师可安排学生课堂集中检测和课后自主完成相结合
习题教案	案例一 同步练习(以课时为单位)		用习题让学生对本课时所学知识进行检测	
	案例二 一课3练(以节为单位)		将习题划分为“基础巩固——能力升级——拓展探究”,让学生对本节所学知识分层次进行检测	
单元末	[单元概括整合]	[单元复习课]	通过例题分析导入,归纳总结知识规律或解题方法,提高解题能力	
		[单元测试卷]	以测试卷的形式对本章学习效果进行检测	

两套案例体现了不同的教学思路和技巧,教师可根据自己的授课模式,自主选择一种教学案例,师生互动,完成教学

学生课前自主完成

可供教师授课,学生自主学习时使用

教师可安排学生课堂集中检测和课后自主完成相结合

教师可安排学生课堂集中检测和课后自主完成相结合

教师指导学生对本章内容进行回顾

教师安排学生课堂集中检测,或者学生课后自主完成

# 编 读 往 来

第 110 期 目录见封底

主编：谢逸人 副主编：李其永

## 招聘启事

为了保证图书质量不断提升,吸纳更多教师的经验智慧和教学资源,本出版社常年征集优秀教案,并诚招优秀编稿教师和书稿审读教师,具体要求如下:

### ● 优秀教案

1. 教案内容包括从小学到高中的各年级各学科版本(高中大纲版教材除外)的教材。
2. 教案的内容和思路必须是作者原创的作品,突出新颖性、先进性、实用性和可操作性。
3. 投稿可使用电子稿,也可以使用手写稿。手写稿要求字迹工整清楚,装订整齐。

对参评教案我们将邀请专家进行评审,入选稿件将在本书中收录,支付相应的稿酬,并颁发证书。

### ● 优秀编稿教师及书稿编审人员

1. 教龄在 7 年以上,至少有两届毕业班教学经历的各学段优秀教师。
2. 思维活跃,年富力强,熟练操作电脑者优先。
3. 有一定的文字功底,在省级及以上刊物上发表过论文,有写作经验者优先。

参与教案征集活动的教案和应征作者的简历,请邮寄至:北京市海淀区苏州街 18 号院 4 号楼 A1 座 1003,编辑部(收),邮编:100080。也可以发送邮件至:Yanbian dingjian@126.com。

## 您的联系方式

姓名\_\_\_\_\_联系电话\_\_\_\_\_电子邮箱\_\_\_\_\_

通讯地址:\_\_\_\_\_省(区)\_\_\_\_\_市(县)\_\_\_\_\_

## 反馈意见

1. 您觉得本书对您教学帮助最大,实用性最强的内容是什么?
2. 在使用过程中,你觉得本书中的哪些栏目实用性不强?
3. 您觉得本书作为教案和教师用书,还应该增加什么内容对您更有帮助?
4. 请选出一个最好和最差的教案。
5. 你认为本书有没有更好的编写思路?请简单谈谈您的看法。



**第一章 解三角形** 1

1.1 正弦定理和余弦定理 ..... (1)

1.1.1 正弦定理(2课时) ..... (1)

**第一教案 教材教案** ..... (1)

        第1课时 正弦定理 ..... (1)

        案例(一) ..... (1)

        案例(二) ..... (3)

        第2课时 正弦定理的应用 ..... (5)

        案例(一) ..... (5)

        案例(二) ..... (6)

**第二教案 教辅教案** ..... (8)

        案例(一) 课时详解 ..... (8)

        第1课时 正弦定理 ..... (8)

        第2课时 正弦定理的应用 ..... (10)

        案例(二) 精析精练 ..... (13)

        定时巩固检测 ..... (16)

**第三教案 习题教案** ..... (18)

        案例(一)——同步练习 ..... (18)

        案例(二)——课3练 ..... (20)

1.1.2 余弦定理(2课时) ..... (22)

**第一教案 教材教案** ..... (22)

        第1课时 余弦定理 ..... (22)

        案例(一) ..... (22)

        案例(二) ..... (24)

        第2课时 余弦定理的应用 ..... (25)

        案例(一) ..... (25)

        案例(二) ..... (27)

**第二教案 教辅教案** ..... (28)

        案例(一) 课时详解 ..... (28)

        第1课时 余弦定理 ..... (28)

        第2课时 余弦定理的应用 ..... (30)

        案例(二) 精析精练 ..... (32)

        定时巩固检测 ..... (34)

**第三教案 习题教案** ..... (36)

        案例(一)——同步练习 ..... (36)

        案例(二)——课3练 ..... (38)

1.2 应用举例(2课时) ..... (40)

**第一教案 教材教案** ..... (40)

        第1课时 距离的测量 ..... (40)

        案例(一) ..... (40)

        案例(二) ..... (41)

        第2课时 角度的测量 ..... (42)

        案例(一) ..... (43)

        案例(二) ..... (44)

**第二教案 教辅教案** ..... (45)

        案例(一) 课时详解 ..... (45)

        第1课时 距离的测量 ..... (45)

        第2课时 角度的测量 ..... (47)

        案例(二) 精析精练 ..... (48)

        定时巩固检测 ..... (50)

**第三教案 习题教案** ..... (52)

        案例(一)——同步练习 ..... (52)

        案例(二)——课3练 ..... (54)

**单元概括整合** ..... (57)

        单元复习课 ..... (57)

        单元测试卷(A) ..... (60)

        单元测试卷(B) ..... (62)

**第二章 数列** 66

2.1 数列 ..... (66)

2.1.1 数列(1课时) ..... (66)

**第一教案 教材教案** ..... (66)

        案例(一) ..... (66)

        案例(二) ..... (68)

**第二教案 教辅教案** ..... (68)

        案例(一) 课时详解 ..... (68)

        案例(二) 精析精练 ..... (71)

        定时巩固检测 ..... (73)

**第三教案 习题教案** ..... (74)

        案例(一)——同步练习 ..... (74)

        案例(二)——课3练 ..... (74)

2.1.2 数列的递推公式(1课时) ..... (76)

**第一教案 教材教案** ..... (76)

        案例(一) ..... (76)

        案例(二) ..... (77)

**第二教案 教辅教案** ..... (78)

        案例(一) 课时详解 ..... (78)

        案例(二) 精析精练 ..... (80)

        定时巩固检测 ..... (82)

**第三教案 习题教案** ..... (83)

        案例(一)——同步练习 ..... (83)

        案例(二)——课3练 ..... (83)

2.2 等差数列 ..... (84)

2.2.1 等差数列(2课时) ..... (84)

**第一教案 教材教案** ..... (84)

        第1课时 等差数列的定义 ..... (84)



第一教案 教材教案 .....	(187)	第二教案 教辅教案 .....	(234)
案例(一) .....	(187)	案例(一) 课时详解 .....	(234)
案例(二) .....	(188)	第1课时 一元二次不等式及其解法 .....	(234)
第二教案 教辅教案 .....	(190)	第2课时 含参一元二次不等式的解法 .....	(237)
案例(一) 课时详解 .....	(190)	第3课时 一元二次不等式的综合应用 .....	(238)
案例(二) 精析精练 .....	(193)	案例(二) 精析精练 .....	(240)
定时巩固检测 .....	(194)	定时巩固检测 .....	(242)
第三教案 习题教案 .....	(195)	第三教案 习题教案 .....	(245)
案例(一)——同步练习 .....	(195)	案例(一)——同步练习 .....	(245)
案例(二)——课3练 .....	(196)	案例(二)——课3练 .....	(247)
3.2 均值不等式(3课时) .....	(197)	3.4 不等式的实际应用(1课时) .....	(249)
第一教案 教材教案 .....	(197)	第一教案 教材教案 .....	(249)
第1课时 均值不等式 .....	(197)	案例(一) .....	(249)
案例(一) .....	(198)	案例(二) .....	(251)
案例(二) .....	(199)	第二教案 教辅教案 .....	(253)
第2课时 利用均值不等式求最值 .....	(200)	案例(一) 课时详解 .....	(253)
案例(一) .....	(200)	案例(二) 精析精练 .....	(256)
案例(二) .....	(203)	定时巩固检测 .....	(258)
第3课时 均值不等式的综合应用 .....	(204)	第三教案 习题教案 .....	(260)
案例(一) .....	(204)	案例(一)——同步练习 .....	(260)
案例(二) .....	(206)	案例(二)——课3练 .....	(262)
第二教案 教辅教案 .....	(208)	3.5 二元一次不等式(组)与简单的线性规	
案例(一) 课时详解 .....	(208)	划问题 .....	(264)
第1课时 均值不等式 .....	(208)	3.5.1 二元一次不等式(组)所表示的平面	
第2课时 利用均值不等式求最值 .....	(209)	区域(1课时) .....	(264)
第3课时 均值不等式的综合应用 .....	(211)	第一教案 教材教案 .....	(264)
案例(二) 精析精练 .....	(213)	案例(一) .....	(264)
定时巩固检测 .....	(216)	案例(二) .....	(266)
第三教案 习题教案 .....	(219)	第二教案 教辅教案 .....	(268)
案例(一)——同步练习 .....	(219)	案例(一) 课时详解 .....	(268)
案例(二)——课3练 .....	(221)	案例(二) 精析精练 .....	(270)
3.3 一元二次不等式及其解法(3课时) .....	(223)	定时巩固检测 .....	(272)
第一教案 教材教案 .....	(223)	第三教案 习题教案 .....	(273)
第1课时 一元二次不等式及其解法 .....	(223)	案例(一)——同步练习 .....	(273)
案例(一) .....	(223)	案例(二)——课3练 .....	(275)
案例(二) .....	(225)	3.5.2 简单线性规划(2课时) .....	(277)
第2课时 含参一元二次不等式的解法 .....	(227)	第一教案 教材教案 .....	(277)
案例(一) .....	(227)	第1课时 简单线性规划 .....	(277)
案例(二) .....	(228)	案例(一) .....	(277)
第3课时 一元二次不等式的综合应用 .....	(229)	案例(二) .....	(278)
案例(一) .....	(230)	第2课时 简单线性规划在实际生活中的	
案例(二) .....	(232)	应用 .....	(278)
		案例(一) .....	(279)

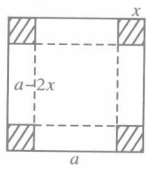
# 目录 CONTENTS



案例(二) .....	(280)	第三教案 习题教案 .....	(292)
第二教案 教辅教案 .....	(282)	案例(一)——同步练习 .....	(292)
案例(一) 课时详解 .....	(282)	案例(二)——课3练 .....	(294)
第1课时 简单线性规划 .....	(282)	单元概括整合 .....	(297)
第2课时 简单线性规划在实际生活中的 应用 .....	(284)	单元复习课 .....	(297)
案例(二) 精析精练 .....	(288)	单元测试卷(A) .....	(299)
定时巩固检测 .....	(290)	单元测试卷(B) .....	(302)
		模块综合测试卷 .....	(305)

## 附录 个性化学案模式说明

选择适合您的“学案”模式 .....	(308)
个性化学案组合 .....	(310)

教学环节	教学内容	教师活动	学生活动
归纳小结	<p>利用均值不等式求函数最值应注意:</p> <p>①各项必须为正;</p> <p>②含变数的各项和或积必须为定值;</p> <p>③必须有自变量值能使函数取到等号.</p> <p>口诀:一正,二定,三相等</p>	教师与学生一块总结.	学生总结.
布置作业	<p>作业与练习:</p> <p>练习1 若 <math>x &gt; 0</math>, <math>f(x) = \frac{12}{x} + 3x</math> 的最小值为____, 此时 <math>x =</math>_____.</p> <p>若 <math>x &lt; 0</math>, <math>f(x) = \frac{12}{x} + 3x</math> 的最大值为____, 此时 <math>x =</math>_____.</p> <p>练习2 求函数 <math>f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x + 1}</math> (<math>x &gt; -1</math>) 的最小值.</p> <p>作业1 求函数 <math>f(x) = x^2 + \frac{2}{x}</math> 的最小值 (<math>x &gt; 0</math>).</p> <p>作业2 求函数 <math>y = \frac{x^2 + 5}{\sqrt{x^2 + 4}}</math> 的最小值.</p> <p>思考与讨论:</p> <p>将一块边长为 <math>a</math> 的正方形铁皮, 剪去四个角(四个全等的正方形), 做成一个无盖的铁盒, 要使其容积最大, 剪去的小正方形的边长为多少? 最大容积是多少?</p> 		

板书设计

<p>一、复习引入</p> <p>1. 内容</p> $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ <p>2. 变形</p> $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$	<p>二、例题</p> <p>例1</p> <p>变式1</p> <p>变式2</p> <p>练习</p> <p>例2</p> <p>总结</p>	$y = x + \frac{k}{x} (k > 0)$ <p>①均值不等式</p> <p>②单调性</p> <p>练习</p> <p>三、小结</p> <p>一正、二定、三相等</p>
--	---	--

## 案例(二)

### 教学 过程

教学环节	教学内容	教师活动	学生活动
复习引入	复习均值不等式及两个变形: (1) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ; (2) $a+b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \in \mathbf{R}^+)$ ; (3) $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ .	教师提问. 教师板书并引导学生思考使用的条件.	学生口答.
探究类型 I: 积定求和的最小值问题	例 3 教科书第 71 页 求函数 $f(x) = \frac{-2x^2+x-3}{x} (x>0)$ 的最大值, 以及此时 $x$ 的值. 通过例题对积定求和的最小值总结: (1) 正数; (2) 积为定值; (3) 等号成立条件. 引申(1): 求函数 $y = \frac{x^2-x+4}{x-1} (x>1)$ 的最小值及相应 $x$ 的值. 引申(2): 求函数 $y = \frac{x^2-3x+4}{x-1} (x>1)$ 的最小值及相应 $x$ 的值. 练习: 1. 求函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的值域. 2. 当 $x > -1$ 时求函数 $f(x) = \frac{x^2-3x+1}{x+1}$ 的值域.	教师引导学生对函数变形. 教师板书、强调: (1) “ $x > 0$ ”的应用; (2) 等号成立条件. 教师引导学生总结, 教师汇总. 教师引导学生观察两个引申与例题的联系与区别. 教师点拨要点与技巧.	学生总结 (1) $x > 0$ ; (2) 等号成立. 思考 在例题中: 1. 当 $x < 0$ 时如何? 2. 当 $x \in \mathbf{R}$ 时如何? 并自己做出来.  学生动手变形.  学生练习.
探究类型 II: 和定求积的最大值问题	补例: 用两种方法求函数 $f(x) = x(2-x) (0 < x < 2)$ 的最大值. 引申(1): 上例中 $f(x)$ 改为: $f(x) = x(2-2x)$ 呢? 引申(2): 已知 $2x+y=4$ , 求 $xy$ 的最大值及此时 $x, y$ 的值.	教师提问方法, 重点讲解利用均值不等式的方法. 教师引导学生观察引申(1)的变化, 教师提问总结. 引申(2)中出现两个变量, 教师引导学生观察已知等式与所求代数式的联系, 从而得出解决方法.	学生先做补例.  学生思考解决的方法.
归纳小结	类型 I: 积定求和的最小值. 类型 II: 和定求积的最大值. 条件: 一正、二定、三相等.	教师再与学生一块总结.	先让学生总结: 本节课讲了哪些主要内容, 有怎样的规律?
作业布置	教科书第 71 页练习 A2; 第 72 页 B3. 第 73 页习题 3-2A7.		练习题学生做在练习本上, 习题题目可以做作业本上.

### 板书 设计

一、复习引入 (1) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (2) 变形 $a+b \geq 2\sqrt{ab}, ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$	二、例题 例 1 (教科书例 3) 引申(1) 引申(2) 练习 补例	引申(1) 引申(2) 三、小结 (1) 积定求和的最小值 (2) 和定求积的最大值 (3) 一正、二定、三相等
--	--	---

### 第3课时 均值不等式的综合应用

#### 教学目标

##### 知识与技能

通过学习,进一步加深对均值不等式的理解,能灵活地用均值不等式解决有关问题.

##### 过程与方法

通过本节的探究过程,培养学生观察、比较、分析、归纳等数学意识与解决问题的能力.

##### 情感、态度与价值观

通过本节学习,培养学生勇于克服困难的意志品质.

#### 重点 难点

##### 重点

均值不等式的应用.

##### 难点

均值不等式的理解.

#### 案例(一)

#### 教学过程

教学环节	教学内容	教师活动	学生活动
课题引入	<p>课前练习</p> <p>1. 已知 <math>m = a + \frac{1}{a-2} (a &gt; 2), n = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2} (x &lt; 0)</math>, 则 <math>m</math> 与 <math>n</math> 的大小关系为_____.</p> <p>2. 若正数 <math>x, y</math> 满足 <math>2x + y = 20</math>, 则 <math>\lg x + \lg y</math> 最大值为_____.</p>	教师提问学生, 并重点点评一正、二定、三相等等.	学生练习.
均值不等式的应用	<p>1. 证明不等式</p> <p>例1 已知 <math>a, b, c</math> 都是正实数, 且 <math>a + b + c = 1</math>, 求证: <math>(1-a)(1-b)(1-c) \geq 8abc</math>.</p> <p>证明: <math>\because a + b + c = 1,</math>  <math>\therefore (1-a)(1-b)(1-c) = (b+c)(a+c)(a+b).</math>                      又 <math>\because a, b, c</math> 都是正实数,  <math>\therefore \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} &gt; 0, \frac{b+c}{2} \geq \sqrt{bc} &gt; 0, \frac{a+c}{2} \geq \sqrt{ac} &gt; 0.</math>  <math>\therefore \frac{(a+b)(b+c)(a+c)}{8} \geq abc.</math></p> <p>当且仅当 <math>a = b = c = \frac{1}{3}</math> 时, 等号成立.  <math>\therefore (1-a)(1-b)(1-c) \geq 8abc.</math></p> <p>练习 已知 <math>a, b, c</math> 都是正实数, 且 <math>a + b + c = 3</math>, 求证: <math>\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \leq 3</math>.</p> <p>证明: <math>\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{a \times 1} + \sqrt{b \times 1} + \sqrt{c \times 1} \leq \frac{a+1}{2} + \frac{b+1}{2} + \frac{c+1}{2} = 3.</math></p> <p>当且仅当 <math>a = b = c = 1</math> 时, 等号成立.</p> <p>2. 求最值</p> <p>例2 求函数 <math>y = \frac{x}{x^2+4} (x &gt; 0)</math> 的最大值.</p> <p>解: <math>\because x &gt; 0, \therefore y = \frac{x}{x^2+4} = \frac{1}{x + \frac{4}{x}}, \therefore x + \frac{4}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} = 4,</math> 当且仅当 <math>x = \frac{4}{x}</math>, 即 <math>x = 2</math> 时, 等号成立.</p>	<p>问题1. 如何利用 <math>a + b + c = 1</math> 这一条件?</p> <p>2. 由三个括号乘积产生不等号右边的系数 8, 你能联想用什么方法?</p> <p>3. 师生共同板演.</p> <p>先让学生寻找解题方法, 老师提问, 并总结规律.</p>	<p>学生思考寻找思路.</p> <p>学生板演. 师生共同点评.</p> <p>1. 讨论. 2. 学生自己完成.</p>





案例(二)

教学 过程

教学环节	教学内容	教师活动	学生活动
复习引入	<p>1. 均值定理</p> <p>如果 <math>a, b \in \underline{\hspace{2cm}}</math>, 那么 <math>\frac{a+b}{2} \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{ab}</math>.</p> <p>当且仅当 <math>\underline{\hspace{2cm}}</math> 时, 式子等号成立.</p> <p>2. 不等式求最值</p> <p>(1) 若 <math>x \geq 0, y \geq 0</math>, 且 <math>xy = p</math> (定值), 则当 <math>\underline{\hspace{2cm}}</math> 时, <math>x+y</math> 有最 <math>\underline{\hspace{1cm}}</math> 值 <math>\underline{\hspace{1cm}}</math>.</p> <p>(2) 若 <math>x \geq 0, y \geq 0</math>, 且 <math>x+y = s</math> (定值), 则当 <math>\underline{\hspace{2cm}}</math> 时, <math>xy</math> 有最 <math>\underline{\hspace{1cm}}</math> 值 <math>\underline{\hspace{1cm}}</math>.</p>	<p>提出问题.</p> <p>学生回答.</p> <p>教师指出应用均值不等式应注意问题:</p> <p>一正二定三相等.</p>	<p>学生回答.</p>
均值不等式应用	<p>1. 利用均值不等式证明不等式</p> <p>例1 已知 <math>a, b, c</math> 是三个不全相等的正数.</p> <p>求证: <math>\frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a+b}{c} &gt; 6</math>.</p> <p>分析: 本题考查均值不等式的应用, 应将不等式左边分解, 使其能够应用均值不等式.</p> <p>证明: <math>\frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a+b}{c} = \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right) + \left(\frac{c}{b} + \frac{b}{c}\right)</math></p> <p><math>\because a, b, c</math> 都是正数,</p> <p><math>\therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}}</math>, 即 <math>\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2</math>, ①</p> <p>同理可证 <math>\frac{c}{a} + \frac{a}{c} \geq 2</math>, ② <math>\frac{c}{b} + \frac{b}{c} \geq 2</math>, ③</p> <p>①②③式两边相加得 <math>\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right) + \left(\frac{c}{b} + \frac{b}{c}\right) \geq 6</math>.</p> <p><math>\because a, b, c</math> 不能全等, <math>\therefore</math> ①②③不能同时取等号,</p> <p><math>\therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} &gt; 6</math>,</p> <p><math>\therefore \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a+b}{c} &gt; 6</math>.</p> <p>练习 已知 <math>a, b, c</math> 都是正数.</p> <p>求证: <math>(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc</math>.</p> <p>2. 应用均值不等式求函数最值</p> <p>例2 已知函数 <math>f(x) = 3x + \frac{12}{x}</math> (<math>x &lt; 0</math>), 求函数的最大值.</p> <p>分析: 当两个正数的积为定值时, 和有最小值, 本题中, 积为定值, 但 <math>x</math> 为负数, 不能直接应用均值不等式, 应先将 <math>x</math> 变为“<math>-x</math>”, 使其满足两正数.</p> <p>解: <math>\because x &lt; 0, \therefore -x &gt; 0</math>,</p> <p><math>\therefore -3x + \left(-\frac{12}{x}\right) \geq 2\sqrt{\frac{12}{(-x)} \cdot (-3x)} = 12</math>.</p> <p>即 <math>f(x) \leq -12</math>, 当且仅当 <math>\frac{12}{-x} = -3x</math>, 即 <math>x = -2</math> 时 <math>f(x)</math> 取得最大值 <math>-12</math>.</p>	<p>教师板演例题证明给学生以示范, 在讲解中注意思路方法的启发引导.</p> <p>教师写.</p> <p>师生共同解决.</p> <p>教师总结</p> <p>1. 将待证不等式左边分解重新组合, 然后利用均值不等式.</p> <p>2. 等号成立的条件.</p> <p>巡视做题情况.</p> <p>在巡视中发现问题进行讲解, 纠正错误.</p> <p>教师叫一名学生起立分析.</p> <p>教师板书.</p> <p>小结: 1. 均值不等式求最值成立的条件.</p> <p>正数、和(积)为定值, 能取等号.</p>	<p>学生回答.</p> <p>证完后学生自己整理思路.</p> <p>学生板演.</p> <p>让学生讨论如何出现定值?</p> <p>教师引导学生总结.</p>