

自 修 補 習 用 書

易 進 代 數

上 冊

郁 祖 同 編 輯
楊 榮 祥 校 訂

上海易進出版社出版

易進代數 上冊 (全兩冊)

★ 版權所有 ★

編 者 郁 祖 同

校訂者 楊 榮 祥

出版兼
發行者 易 進 出 版 社

上海(9)大通路138弄11號

印刷者 中 和 印 刷 廠

上海(9)淮安路727弄30號

經售處 全 國 各 大 書 店

定價 7,500 元

字數：140000 一九五二年八月修訂第一版

印數：86001—89000 一九五四年九月第八次印刷

開本：762×1066 $\frac{1}{32}$ 印張：5 $\frac{3}{4}$

編輯大意

1. 讀者對象 本書分上下兩冊，上冊合初中程度，下冊可有高中程度。凡具有算術基礎的讀者可用以自修。對於幹部、工人、職員業餘文化補習也很適用。
2. 編輯方針 本書以使讀者易學、易懂、易得進益為編輯方針。說理和舉例精簡扼要。練習題充足，難易繁簡，支配適當，並與例題有密切聯繫，容易着手演算，希望讀者每題都做，逐步前進，則學到知識必能鞏固。書後附有答數，以備演算時隨時核對，可使提高信心，增加興趣。
3. 取材標準 本書取材扼要，所舉範例都是各種方法中具有代表性的，應用題部份並力求配合政治時事，聯繫實際生活。祇以編者認識不夠，未能盡量發揚，希望讀者多多指正。
4. 學習進度 本書上下冊各有練習題六十二組，另有複習題和補充題等。若每天學習二小時，估計三個月可以學完一冊。上冊學完，代數基礎已鞏固，若下冊學完，則再求深造，決無困難。

易進代數上冊目次

第一章 文字數代數式及簡易方程式……第 1 頁

1. 代數學的目的 2. 數字數和文字數 3. 符號
4. 因子係數 5. 幕及指數 6. 項 7. 代數式
8. 代數式的值 9. 等式 恆等式 方程式
未知數 方程式的根 10. 等數公理
11. 移項 12. 解方程式 13. 驗算
14. 變語言爲方程式

第二章 整式加減乘除 ……………第 6 頁

15. 正數與負數 16. 代數數 17. 絕對值
18. 性質符號與運算符號 19. 代數和
20. 代數數加法正負號的辨別
21. 單項式的加法 22. 同類項
23. 多項式的加法[一] 24. 多項式的加法[二]
25. 代數數減法正負號的辨別
26. 單項式的減法 27. 多項式的減法[一]
28. 升幕 降幕 29. 多項式的減法[二]
30. 代數數乘法正負號的辨別 31. 單項式的乘法
32. 多項式的乘法[一] 33. 多項式的乘法[二]
34. 代數數除法正負號的辨別
35. 單項式的除法 36. 多項式的除法

第三章	去括號及一次方程式	第28頁
37.	去括號的法則	38. 去有係數的括號
39.	去兩層或三層的括號	40. 合併同類項
41.	解係數是分數的方程式	
42.	獎勵農業愛國豐產	
43.	「三反」運動和「五反」運動	
44.	一元一次方程式應用問題	45. 百分記號%
第四章	一次聯立方程式	第41頁
46.	二元一次方程式	47. 二元一次聯立方程式解法
48.	三元一次聯立方程式解法	
49.	一次聯立方程式應用題	
50.	一次聯立方程式的起源	51. 比重
52.	阿基米得原理	53. 幾種金屬的比重
54.	簡易分式方程式	
第五章	特別積	第59頁
55.	兩數和或差的平方	56. 兩數和乘兩數差
57.	二項式的積	
第六章	因式分解法	第62頁
58.	因式分解法	59. 質因式
第一類	提出公因式	第二類 分組分解
第三類	完全平方三項式	第四類 兩式平方的差
第五類	雜例[一]	第六類 二次三項式[一]
第七類	二次三項式[二]	第八類 雜例[二]

第九類 立方的和或差 **第十類** 配成平方的差

第十一類 雜例[三] **補充教材**

第七章 最高公因式及最低公倍式……………第84頁

60. 最高公因式 **61.** 最低公倍式 **62.** 輾轉相除法

第八章 分式……………第89頁

63. 整式和分式 **64.** 分式的變形 **65.** 約分 **66.** 通分

67. 分式加減法 **68.** 變換符號 **69.** 分式乘除法

70. 繁分式 **71.** 聯立分式方程式解法

72. 文字方程式 **73.** 行列式

74. 用行列式解二元一次聯立方程式

75. 用十字乘法解二元一次聯立方程式

第九章 開平方……………第113頁

76. 平方根 **77.** 開平方 根指數 根號

78. 代數式的開平方 **79.** 多項式的平方根

80. 數的平方根

第十章 一元二次方程式解法……………第118頁

81. 一元二次方程式解法 **82.** 增根

83. 一元二次方程式應用問題

84. 陳子定理 (勾股形)

85. 連續數 連續偶數 連續奇數

上冊總複習題……………第135頁

86. 用十字乘法分解二次三項式

87. 輪換對稱

第一章 文字數代數式及簡易方程式

1. **代數學之目的** 代數是數學的一種,用文字代數目,以研究數的問題,能使運算簡明而應用普遍.

2. **數字數和文字數** 用 $1, 2, 3, 4, \dots$ 等數字表示的,叫做**數字數**. 用 $a, b, c, \dots$ 等文字表示的,叫做**文字數**.

3. **符號** 運算符號, $+$, $-$, $\times$, $\div$. 關係符號, $=$, $>$, $<$, 讀作等於,大於,小於. 如 $6=6$, $6>4$, $6<8$. 及括號 $()$, $\{ \}$, $[]$, 括線——, 均與算術同, 但數字乘文字,或文字乘文字,不要寫乘號, 如 $3a$, 或 ax , 即表示 3 乘 a , 與 a 乘 x . 又用 $(\cdot)$ 代 $\times$, 如 $3 \cdot 4$

4. **因子 係數** 幾數連乘,每一數叫做乘積的**因子**. 如 $5 \times a \times x = 5ax$, 則 $5, a, x$ 都叫做 $5ax$ 的因子. 若將一數看作兩個因子的乘積,以一因子為主,則他一因子叫做此因子的**係數**. 係數為數字的,叫做**數字係數**; 為文字的,叫做**文字係數**. 通常數字總作係數.

如 $5a$, 以 a 為主,則 5 為係數,而 5 叫做數字係數.

又如 ax , 以 x 為主,則 a 為係數,而 a 叫做文字係數.

[注意] 若係數 1,不要寫出. 如 $1a$, 只要寫 a .

5. 冪(音密)及指數 諸同數連乘得積,爲此數的冪: 如

[一] 6×6 寫作 6^2 , 或 36 , 爲 6 的二次冪讀作 '6 的平方'.

[二] $a \cdot a \cdot a$ 寫作 a^3 , 爲 a 的三次冪讀作 ' a 的三方'.

[三] $a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b = a^2 b^3$, 讀作 ' a 平方乘 b 三方'.

寫在數字或文字右上角的數目,叫做**指數**. (又叫**乘方**).
如 a^3 的 3 爲指數.

[注意] 5^1 就是 5. a^1 就是 a . 指數爲 1 可不寫出.

6. 項 一個數或幾個數相乘或除,合共叫做一項.

如 4 , $3a$, $2ab$, $\frac{2b}{a}$ 等,各爲一項.

7. 代數式 用運算記號 ($+$, $-$, $\times$, $\div$) 聯合文字數字所成的式,叫做**代數式**,或簡稱爲**式**.

如 $3a$, $3a+4$, $4+\frac{2b}{a}$ 等,都是代數式.

代數式只有一項的,叫做**單項式**. 有二項以上的,叫做**多項式**.

8. 代數式的值 若代數式中各文字已知它的數值,一一代入式中,計算全式的數值,叫做**代數式的值**.

例一. 設 $a=1$, $b=2$, 求 $3a+4b$ 的值.

[解] $3a+4b=3 \times 1+4 \times 2=3+8=11$

例二. 設 $x=3$, $y=2$, 求 $6x^2-4xy$ 的值.

[解] $6x^2-4xy=6 \times 3^2-4 \times 3 \times 2=6 \times 9-24$

$$=54-24=30$$

習 題 一

1. 設 $a=1$, $b=2$, 求 $5a+3b$ 的值.
2. 設 $a=2$, $b=3$, 求 $3a+5b$ 的值.
3. 設 $a=3$, $b=2$, 求 $4a-4b$ 的值.
4. 設 $a=4$, $b=5$, 求 $6a-3b$ 的值.
5. 設 $x=2$, $y=3$, 求 $5x^2-3xy$ 的值.
6. 設 $x=3$, $y=2$, 求 $2x^2-2xy$ 的值.
7. 設 $x=4$, 求 $2x^2-3x+5$ 的值.
8. 設 $y=5$, 求 $3y^2-10y-8$ 的值.

9. 等式 恆等式 方程式 未知數 方程式的根

二個代數式若有等值,中間置以一等號連結之,叫做**等式**. 等式有兩種,一爲恆等式,一爲方程式. 式中文字不論給何數值,左邊右邊恆相等的,叫做**恆等式**.

如 $a+3b=3b+a$, 爲恆等式. 式中文字只能給特別的有限數值,左邊右邊始能相等的,叫做**方程式**.

如 $x+2=8$, 爲方程式. 式中 x 只能等於 6. 式中文字,如 x , 叫做**未知數**. 未知數所等的數,如 6, 叫做**方程式的根**. 若 $x=6$, 代入上式. 得 $6+2=8$, 成爲數字恆等式時,即稱 $x=6$, 能**適合**方程式 $x+2=8$.

10. 等數公理

公理一 相等二數,各加以等數,其和仍等.

如 $8=8$, 兩邊各加 2, 得 $8+2=8+2$.

公理二 相等二數,各減以等數,其差仍等.

如 $8=8$, 兩邊各減 2, 得 $8-2=8-2$.

公理三 相等二數,各乘以等數,其積仍等.

如 $8=8$, 兩邊各乘以 2, 得 $8 \times 2 = 8 \times 2$.

公理四 相等二數,各除以等數,其商仍等.

如 $8=8$, 兩邊各除以 2, 得 $8 \div 2 = 8 \div 2$.

11. 移項 設方程式 $x+3=8$ (1)

若兩邊各減 3, 得 $x = 8-3$ (2) 即 $x=5$

試看 (1) 和 (2) 兩式,其不同之點,即 (1) 式中的 $+3$, 移至右邊,變號為 -3 , 而成 (2) 式. 故方程式一邊的項可以移至他一邊,只要變號,叫做**移項**.

12. 解方程式 求方程式中未知數的值叫做**解方程式**. 解方程式乃依據等數公理而得.

13. 驗算 以求得的數代入式中覆算,藉知準誤.

例一. 解 $3x+2=20$

移項,得 $3x=20-2$

即 $3x=18$

$\therefore x = \frac{18}{3} = 6$

驗算: 左邊 $= 3 \times 6 + 2$
 $= 18 + 2 = 20$

[說明] 兩邊各減 2,

得 $3x=20-2$

即 $3x=18$

以 3 除兩邊

得 $x = \frac{18}{3} = 6$

14. 變語言爲方程式 用方程式表明文字題.

例二. 某數的 5 倍減 6, 等於它的 3 倍加 10. 求某數.
設某數爲 x .

$$\text{則} \quad 5x - 6 = 3x + 10$$

$$\text{移項, 得} \quad 5x - 3x = 10 + 6$$

$$\text{即} \quad 2x = 16$$

$$\therefore \quad x = \frac{16}{2} = 8$$

答某數爲 8

[說明] 某數爲 x , 某數的 5 倍, 必爲 5 個 x , 即 $5x$.
依題意立方程式, 得

$$5x - 6 = 3x + 10$$

移 $3x$ 於左邊, 變號爲 $-3x$.

移 -6 於右邊, 變號爲 $+6$.

即兩邊各減 $3x$. 又各加 6.

合等數公理一與二.

解方程式法則: 將已知數與未知數分列等號的左右兩邊. 各合併成一數. 再以未知數的係數除兩邊, 即得.

又左邊移到右, 右邊移到左, 必須 **十換成一; 一換成十**.

[注意] 此類文字近於口訣, 學者宜熟讀, 以助記憶.

習 題 二

解下列方程式:

1. $5x + 3 = 38$

4. $4x - 5 = 55$

2. $4x + 2 = 34$

5. $7x - 26 = 2x + 14$

3. $9x - 4 = 50$

6. $6x + 15 = 4x + 25$

7. 某數的 7 倍減 2, 等於它的 4 倍加 16. 求某數.

8. 某數的 8 倍減 6, 等於它的 6 倍加 8. 求某數.

9. 某數的 6 倍加 5, 等於它的 3 倍加 20. 求某數.

10. 某數的 5 倍加 1, 等於它的 2 倍加 25. 求某數.

11. 某數的 6 倍加 7 爲 55. 求某數.

12. 某數的 9 倍減 4 爲 32. 求某數.

第二章 正負數 整式加減乘除

15. 正數與負數 算術所用的數,是大於零的.若表示小於零,可用‘—’號置於數字前,以示分別.

若有款 1000 元,要買物 1300 元,即虧欠 300 元,表示此數,可用 -300 元. 即 $1000-1300=-300$,此數叫做負數.

-300 讀作‘負 300’. 負即虧欠之意.記號‘—’爲負號.因是,餘多的數叫做正數.用‘+’號表明,此符號叫做正號.

若有款 1000 元,買物 800 元,尚存 200 元.表示此數,可用 $+200$ 元. 即 $1000-800=+200$. $+200$ 讀作‘正 200’.

16. 代數數 正數負數及零爲代數學上的數,或簡稱代數數. 代數數非正即負,但正數的‘+’號可省去.如 $+4$ 可作 4. 而負數必須寫‘—’號,不能省去.

17. 絕對值 不論正負,只論數的大小,叫做絕對值.如 -3 的絕對值爲 3. 用符號 $|-3|$ 表明,寫作 $|-3|=3$. 而 $+3$ 或任何正數或 0 的絕對值,即數的本身,如 $|+3|=3$.

18. 性質符號與運算符號 $+$, $-$ 兩符號在一數前,表示數的正負時,叫做性質符號.如上‘ $+200$ ’和‘ -300 ’等.表示兩數相加或減,所用的‘ $+$ ’和‘ $-$ ’號,叫做運算符號.如: $8+3$, 或 $8-2$, 都是兩正數相加減,正號省去的.與 $8+(+3)$ 或 $8-(+2)$ 相同.

若負數相加減,負號必須寫在小括號內.

如 $8+(-3)-(-2)$, 讀作 ‘正 8 加負 3 減負 2’.

19. 代數和 幾個代數數相加的總數,叫做**代數和**.

20. 代數數加法正負號的辨別 正數及負數有相反的性質,故用數有相反性質的,可以正負來分別.

如個人的存款,存入爲正數,則付出爲負數; 加多爲正數,則減少爲負數.

[一] 有人上月份存入 3000 元,本月份存入 2000 元,則兩個月共加多 5000 元. $(+3000 \text{ 元}) + (+2000 \text{ 元}) = +5000 \text{ 元}$

[二] 有人上月份付出 3000 元,本月份付出 2000 元,則兩個月共減少 5000 元. $(-3000 \text{ 元}) + (-2000 \text{ 元}) = -5000 \text{ 元}$

[三] 有人上月份存入 3000 元,本月份付出 2000 元,則兩個月共加多 1000 元. $(+3000 \text{ 元}) + (-2000 \text{ 元}) = +1000 \text{ 元}$

[四] 有人上月份付出 3000 元,本月份存入 2000 元,則兩個月共減少 1000 元. $(-3000 \text{ 元}) + (+2000 \text{ 元}) = -1000 \text{ 元}$
計算兩個月存款的總數,是用加法.

由是得代數加法的法則如下:

(1) **同號的加法,數字加,符號從原;**如下(一)、(二).

(2) **異號的加法,數字要減,符號從大;**如下(三)——(六).

(一) $\begin{array}{r} +6a \\ + \\ +2a \\ \hline +8a \end{array}$	(二) $\begin{array}{r} -4a \\ -5a \\ \hline -9a \end{array}$	(三) $\begin{array}{r} +6a \\ -2a \\ \hline +4a \end{array}$	(四) $\begin{array}{r} +6a \\ -9a \\ \hline -3a \end{array}$	(五) $\begin{array}{r} -4a \\ +5a \\ \hline +a \end{array}$	(六) $\begin{array}{r} -4a \\ +a \\ \hline -3a \end{array}$
--	---	---	---	--	--

說明: (1) 正號式與正號式,或負號式與負號式,叫**同號**. 把數字加起來. 數字是指絕對值,並包括數字數和文字數兩種. 符號從原,原式(即題目式子)是正‘+’號則得數也是正‘+’號; 原式是負‘-’號則得數也是負‘-’號.

(2) 正號式與負號式,或負號式與正號式,叫**異號**. 相加時,數字要從大減小,得數符號,從原式中絕對值較大的.

21. 單項式的加法.

看數的性質,用上述法則相加,得數的正負要表明.

法則是: (1) 同號的加法,數字加,符號從原.

(2) 異號的加法,數字要減,符號從大.

例一. $(+4a) + (+5a) = +9a$

例二. $(-3x) + (-x) = -4x$

例三. $(+9a^2) + (-10a^2) = -a^2$

例四. $(-6x^3) + (+8x^3) = +2x^3$

例五. $(+5a^4) + (-5a^4) = 0$

習 題 三

計算下列各題:

1. $(+3x) + (+6x)$

10. $(+8b^3) + (-8b^3)$

2. $(+5a^2) + (+2a^2)$

11. $(-6c^2) + (+6c^2)$

3. $(+7y^2) + (+6y^2)$

12. $(+4x) + (-4x)$

4. $(+3ab) + (+9ab)$

13. $(-8x^2) + (+9x^2)$

5. $(-4y) + (-2y)$

14. $(-8x^3) + (+7x^3)$

6. $(-9m) + (-m)$

15. $(-4a^4) + (+5a^4)$

7. $(-3s^2) + (-4s^2)$

16. $(+6am) + (-7am)$

8. $(-6st) + (-4st)$

17. $(+3a^2b^2) + (-4a^2b^2)$

9. $(+8a^2) + (-5a^2)$

18. $(-5x^2y^2) + (+8x^2y^2)$

22. 同類項 凡文字同而指數同的,叫做同類項.

如: $5a^2b$ 與 $3a^2b$ 爲同類項;

但 $5a^2b$ 與 $3ab^2$ 爲非同類項.

23. 多項式的加法[一]

法則： 排列同類項於同一縱行中，從左向右逐項相加。
並依照加法法則加其同類項。

例一. 求 $a+2b+3c$
及 $4a+5b+6c$ 的和

$$\begin{array}{r} a+2b+3c \\ +) 4a+5b+6c \\ \hline 5a+7b+9c \end{array} \quad (\text{答})$$

例二. 求下式的和

$$\begin{array}{r} -2a-5b-8c \\ +) -7a-4b-c \\ \hline -9a-9b-9c \end{array} \quad (\text{答})$$

例三. 求 $6a+5b+4c$
及 $-5a-3b-7c$ 的和

$$\begin{array}{r} 6a+5b+4c \\ +) -5a-3b-7c \\ \hline a+2b-3c \end{array} \quad (\text{答})$$

例四. 求下式的和

$$\begin{array}{r} -a-4b-8c \\ +) 7a+5b-3c \\ \hline 6a+b-11c \end{array} \quad (\text{答})$$

習 題 四

求下列各題的和：

1. $\begin{array}{r} a+3b+5c \\ +) 4a+6b+2c \\ \hline \end{array}$

2. $\begin{array}{r} a+8b+3c \\ +) 3a+b+2c \\ \hline \end{array}$

3. $\begin{array}{r} -4a-3b-c \\ +) -2a-5b-7c \\ \hline \end{array}$

4. $\begin{array}{r} -5a-6b-2c \\ +) -a-3b-8c \\ \hline \end{array}$

5. $\begin{array}{r} 7a+6b+5c \\ +) -6a-4b-8c \\ \hline \end{array}$

6. $\begin{array}{r} 3a+8b+3c \\ +) -a-2b-9c \\ \hline \end{array}$

7. $\begin{array}{r} -a-3b-6c \\ +) 5a+7b-4c \\ \hline \end{array}$

8. $\begin{array}{r} -2a-5b-8c \\ +) 3a+2b-c \\ \hline \end{array}$

9. $a+4b+c$; $5a+3b+c$.
 10. $a+5b+7c$; $2a+3b+c$.
 11. $-2a-3b-7c$; $-4a-6b-c$.
 12. $-3a-4b-5c$; $-4a-2b-3c$.
 13. $4a+3b+2c$; $-3a-b-9c$.
 14. $5a+7b+c$; $-2a-8b-3c$.
 15. $-5a-3b-2c$; $8a+5b-6c$.
 16. $-4a-2b-3c$; $5a-7b+4c$.
 17. $a+7b+4c$; $8a+2b+5c$.
 18. $-7a-2b-4c$; $-a-5b-3c$.
 19. $7a+8b+2c$; $-8a-3b-5c$.
 20. $-a-5b-6c$; $5a-3b+2c$.

24. 多項式的加法[二]

法則: 先把同號的相加,再與異號的相加.

例五. 求 $3a^2+4a-2$,

$$5a^2+6a-7$$

及 a^2-8a+3 的和

$$\begin{array}{r}
 3a^2+4a-2 \\
 5a^2+6a-7 \\
 +) \quad a^2-8a+3 \\
 \hline
 9a^2+2a-6
 \end{array}
 \quad (\text{答})$$

例六. 求下式的和

$$\begin{array}{r}
 1-5a+4a^2-7a^3 \\
 8-2a-6a^2+5a^3 \\
 +) \quad -5+8a+2a^2-4a^3 \\
 \hline
 4+a-6a^3
 \end{array}
 \quad (\text{答})$$

例七. $4a^2+3ab+5b^2$

$$\begin{array}{r}
 4a^2+3ab+5b^2 \\
 6a^2-2ab-6b^2 \\
 +) \quad -3a^2-7ab+b^2 \\
 \hline
 7a^2-6ab
 \end{array}
 \quad (\text{答})$$

習 題 五

求下列各題的和:

$$\begin{array}{r}
 1. \quad 7a^2+3a-5 \\
 \quad 2a^2+5a-4 \\
 +) \quad a^2-2a+2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2. \quad 6a^2+4a-8 \\
 \quad 4a^2+7a+3 \\
 +) \quad 2a^2-8a+4 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3. \quad 2-2a+8a^2-4a^3 \\
 \quad 5-4a-2a^2+6a^3 \\
 +) \quad -3+7a-6a^2-7a^3 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4. \quad 3+4a-a^2-6a^3 \\
 \quad -7-8a-3a^2-2a^3 \\
 +) \quad 5+3a+4a^2-a^3 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5. \quad 3a^2+4ab+7b^2 \\
 \quad 6a^2-3ab-8b^2 \\
 +) \quad -4a^2-6ab+b^2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6. \quad 7a^2-8ab+5b^2 \\
 \quad 4a^2+3ab-7b^2 \\
 +) \quad -a^2-ab+2b^2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$7. \quad 5a^2-6a-7; \quad a^2-3a+4; \quad 3a^2+5a-2$$

$$8. \quad 6a^2-4a+3; \quad 2a^2+3a+1; \quad a^2+2a-5$$

$$9. \quad 4-5a+3a^2-2a^3; \quad -6+3a-8a^2-7a^3; \\ 3+2a+4a^2+5a^3.$$

$$10. \quad 7+3a+4a^2-8a^3; \quad 4-9a-5a^2+7a^3; \\ -8+6a+a^2-4a^3.$$

$$11. \quad 6a^2-3ab-4b^2; \quad -8a^2+8ab+7b^2; \quad a^2-5ab-2b^2.$$

$$12. \quad 8a^2+4ab-3b^2; \quad -3a^2-7ab+4b^2; \quad 5a^2+3ab-2b^2.$$

$$13. \quad 3a^2-5a-7; \quad 7a^2-a+4; \quad a^2+2a-5.$$

$$14. \quad 6+7a-3a^2+5a^3; \quad 4+2a+8a^2-9a^3; \\ -3-8a-5a^2+4a^3.$$