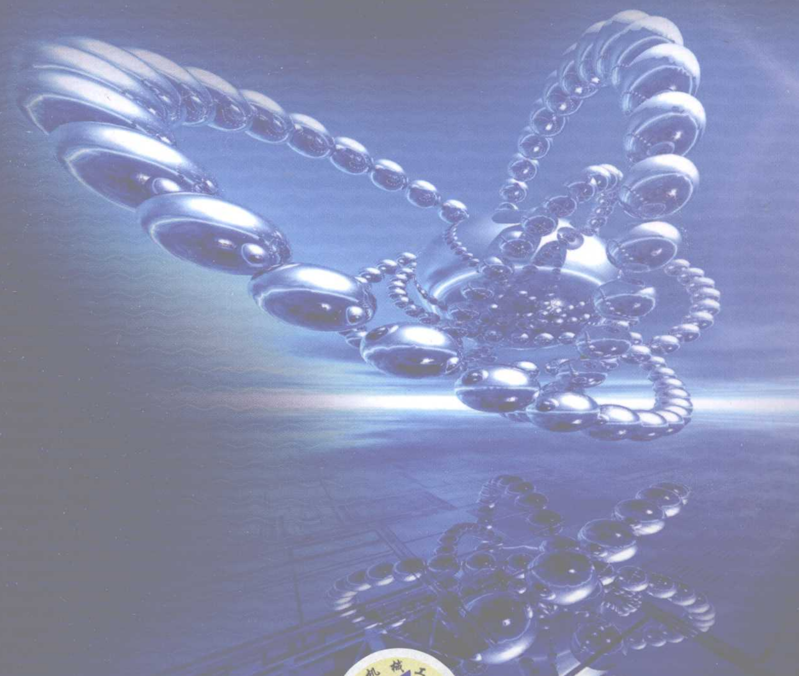
免费提供
电子教案

高等院校规划教材
计算机科学与技术系列

离散数学

第2版

尤枫　颜可庆　编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

高等院校规划教材·计算机科学与技术系列

离 散 数 学

第2版

尤 枫 颜可庆 编著

机 械 工 业 出 版 社

本书系统地介绍了离散数学的主要内容，包括数理逻辑、集合论、代数结构和图论4篇。各篇既相对独立又有机联系，既强调基本理论的描述，又注重离散数学的证明方法和离散数学在计算机中的应用。

本书在第1版的基础上，增加了相当数量且难度不同的例题和习题，并结合教学和实际需要引入了部分新的内容和应用实例。

本书可作为高等学校计算机科学与技术及相关专业的教材，也可供从事计算机工作的科技人员和工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

离散数学/尤枫，颜可庆编著. —2版. —北京：机械工业出版社，2008.9

（高等院校规划教材·计算机科学与技术系列）

ISBN 978-7-111-24929-0

Ⅰ. 离… Ⅱ. ①尤…②颜… Ⅲ. 离散数学－高等学校－教材 Ⅳ. 0158

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第126200号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）

策划编辑：赵 慧

责任编辑：陈 皓

责任印制：杨 曦

三河市宏达印刷有限公司印刷

2008年9月·第2版第1次印刷

184mm×260mm·17.5印张·432千字

11001－16000册

标准书号：ISBN 978-7-111-24929-0

定价：30.00元

出版说明

计算机技术的发展极大地促进了现代科学技术的发展，明显地加快了社会发展的进程。因此，各国都非常重视计算机教育。

近年来，随着我国信息化建设的全面推进和高等教育的蓬勃发展，高等院校的计算机教育模式也在不断改革，计算机学科的课程体系和教学内容趋于更加科学和合理，计算机教材建设逐渐成熟。在“十五”期间，机械工业出版社组织出版了大量计算机教材，包括“21世纪高等院校计算机教材系列”、“21世纪重点大学规划教材”、“高等院校计算机科学与技术‘十五’规划教材”、“21世纪高等院校应用型规划教材”等，均取得了可喜成果，其中多个品种的教材被评为国家级、省部级的精品教材。

为了进一步满足计算机教育的需求，机械工业出版社策划开发了“高等院校规划教材”。这套教材是在总结我社以往计算机教材出版经验的基础上策划的，同时借鉴了其他出版社同类教材的优点，对我社已有的计算机教材资源进行整合，旨在大幅提高教材质量。我们邀请多所高校的计算机专家、教师及教务部门针对此次计算机教材建设进行了充分的研讨，达成了许多共识，并由此形成了“高等院校规划教材”的体系架构与编写原则，以保证本套教材与各高等院校的办学层次、学科设置和人才培养模式等相匹配，满足其计算机教学的需要。

本套教材包括计算机科学与技术、软件工程、网络工程、信息管理与信息系统、计算机应用技术以及计算机基础教育等系列。其中，计算机科学与技术系列、软件工程系列、网络工程系列和信息管理与信息系统系列是针对高校相应专业方向的课程设置而组织编写的，体系完整，讲解透彻；计算机应用技术系列是针对计算机应用类课程而组织编写的，着重培养学生利用计算机技术解决实际问题的能力；计算机基础教育系列是为大学公共基础课层面的计算机基础教学而设计的，采用通俗易懂的方法讲解计算机的基础理论、常用技术及应用。

本套教材的内容源自致力于教学与科研一线的骨干教师与资深专家的实践经验和研究成果，融合了先进的教学理念，涵盖了计算机领域的核心理论和最新的应用技术，真正在教材体系、内容和方法上做到了创新。同时，本套教材根据实际需要配有电子教案、实验指导或多媒体光盘等教学资源，实现了教材的“立体化”建设。本套教材将随着计算机技术的进步和计算机应用领域的扩展而及时改版，并及时吸纳新兴课程和特色课程的教材。我们将努力把这套教材打造成为国家级或省部级精品教材，为高等院校的计算机教育提供更好的服务。

对于本套教材的组织出版工作，希望计算机教育界的专家和老师能提出宝贵的意见和建议。衷心感谢计算机教育工作者和广大读者的支持与帮助！

机械工业出版社

前　言

随着计算机科学技术的迅速发展，作为其数学基础的离散数学也显示出了越来越重要的作用，已成为计算机科学技术的基础理论和计算机应用的有力工具。

离散数学属于现代数学的范畴，涵盖了数学的多个分支，如本书所涉及的数理逻辑、集合论、代数结构和图论等，主要研究离散对象的数量和空间关系。因此，它能充分描述计算机科学离散性的特点。

离散数学是计算机专业的核心课程之一，也是可计算性理论、算法与数据结构、操作系统、编译原理、数据库理论、人工智能和信息论等多门计算机专业课程的基础。它在教给学生离散问题建模、数学理论和计算机算法等知识的同时，也培养了学生的抽象思维能力和缜密的逻辑思维能力。通过本课程的学习，不仅可使学生提高利用离散数学知识分析问题和解决问题的能力，而且可为学生的专业课学习打下坚实的基础。

本书凝聚了作者多年的教学实践经验，在本次重新修订过程中，充分考虑了计算机专业学生和学习者的数学素养，为巩固、深化和扩展学习者所学的知识和技能，添加了部分新知识和新内容，补充了相当数量和难度的例题与习题，并进一步引入了应用实例。

本书的特点是：内容系统，文字流畅，例题丰富，讲解深入浅出。

本书第 1、2、4、9～12 章由尤枫编写，第 3、5～8 章由颜可庆编写，全书由尤枫统稿。

朱望规教授审阅了部分书稿并提出了许多有益的见解，赵子江副教授为本书的编写提供了许多帮助，在此向他们表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，难免有错误和欠妥之处，希望读者不吝赐教。

作　者

目　录

第2篇 集 合 论

第 3 篇　代 数 结 构

第4篇 图 论

第1篇　数理逻辑

第1章　命题逻辑

逻辑学是一门研究思维形式和思维规律的科学。根据研究对象和方法的不同，逻辑学又分为辩证逻辑、形式逻辑和数理逻辑。

辩证逻辑是以辩证法认识论为基础的学科；形式逻辑是对思维的形式结构和规律进行研究的学科；而数理逻辑则是以数学方法研究推理规律的学科，研究的中心问题是推理。

数理逻辑是由德国数学家和哲学家莱布尼兹（G .W.Leibniz）在17世纪中叶创立的，但直到20世纪30年代，随着数学家哥德尔（Gödel）完全性定理的证明，数理逻辑的基础才得到了完善。

现代数理逻辑可分为逻辑演算、证明论、模型论、公理化集合论和递归论等，已成为数学的一个重要分支。由于它引入了一套表意符号体系，能简洁地表达出各种推理的逻辑关系，因此，数理逻辑又称为符号逻辑。它的优点是表达简洁、推理方便、概括性好、易于分析。

数理逻辑和计算机的发展有着密切的关系，它被广泛地应用于逻辑电路设计、人工智能、计算机语言理论、程序正确性证明等计算机应用和理论研究领域。

本篇介绍计算机科学中所必须的数理逻辑基础知识：命题逻辑和谓词逻辑。

1.1　命题和联结词

1.1.1　命题及其表示

在数理逻辑中，进行推理的基本要素是命题。**命题**就是指具有真假意义或能判断真假的陈述句。每个命题都有唯一的取值，该值称为命题的**真值**。真值只有“真”和“假”两种，分别记作T（真）和F（假）。一个命题的取值或者为真，或者为假，且二者必居其一。如果一个命题的取值为真，就称它是真命题或它的真值为真；如果一个命题的取值为假，就称它是假命题或它的真值为假。

【例1-1】　判断下列语句是否为命题。

（1）北京是中国的首都。

（2）充分大的偶数等于两个素数之和（哥德巴赫猜想）。

（3）2和3都是偶数。

（4）$x+4>7$。

（5）今天是星期三吗？

（6）这里的景色真美啊！

（7）地球是宇宙中唯一存在生命的星球。

（8）我在说假话。

（9）能整除 7 的正整数只有 1 和 7。

解 在此例中，语句（5）是疑问句，语句（6）是感叹句，它们都不是陈述句，故不是命题。语句（1）、语句（2）、语句（3）、语句（7）和语句（9）都是命题，并且语句（1）和语句（9）是真命题，语句（3）是假命题，对于语句（2）和语句（7），虽然我们现在不能分辨它们的真假，但它们的真值是客观存在的，而且是唯一的。语句（4）和语句（8）虽然是陈述句，但它们都不是命题，语句（4）无确定的真值，其真值随 x 的取值会发生变化，可真可假。语句（8）也无法确定其真值，若假定这句话是真的，这时根据其意义又可推出这句话是假的；若假定这句话是假的，这时根据其意义又可推出这句话是真的，这是一个不能判断真假的陈述句。像这样的由真推出假，又由假推出真的陈述句称为悖论。

需要注意的是，一个句子本身是否能分辨真假与我们是否知道它的真假是两回事，也就是说，有时我们可能无法判断一个句子的真假，但这个句子本身是有真假的。

从上述分析可以看到，判断一个句子是否是命题，首先要看它是否是陈述句，然后再看它是否具有唯一的真值。

上例中所列举的命题都是由简单的陈述句构成的，是最简单的命题。这种由简单陈述句构成的命题称为**原子命题**或**简单命题**。

原子命题一般用小写英文字母 p，q，r，…，或者带下标的小写英文字母 p_i，q_i，r_i，…来表示，并将字母放在所表示的命题之前，这称为命题的符号化。这些表示原子命题的符号称为**命题标识符**。例如，

p：海南是个美丽的岛屿。

q：我是一个中国人。

那么 p 表示命题“海南是个美丽的岛屿”，q 表示命题“我是一个中国人”。在这里，p 和 q 就是命题标识符，这样就把符号和命题联系起来了。

在各种论述和推理中，有许多命题是由若干个原子命题通过联结词构成的复合句来表示的，这类命题称为**复合命题**。

例如，“他既是数学家又是物理学家”这句话就是由简单陈述句“他是数学家”和“他是物理学家”通过联结词“既……又……”复合而成的复合命题。

又如，“如果明天是晴天，那么我就去颐和园”这句话就是由原子命题“明天是晴天”和“我去颐和园”通过联结词“如果……，那么……”连接而成的复合命题。

在自然语言中有许多联结词，如“不”、“并且”、“或者”、“如果……，则……”和“当且仅当”，等等，使用它们可以将一个命题加以否定或将多个命题联结起来得到复合命题。

复合命题的真值依赖于复合命题中各原子命题的真值和所使用的联结词。复合命题的符号化要涉及到两个方面：复合命题中所包含原子命题的符号化和复合命题中所包含联结词的符号化。

在研究推理时，如果把命题分析到原子命题为止，那么这种建立在以原子命题为基本推理单位之上的逻辑体系，称为**命题逻辑**。

1.1.2 联结词

本节介绍常用的五种联结词及其相应复合命题的定义。

1．否定联结词

定义 1-1 设 P 为命题，复合命题“非 p”（或“p 的否定”）称为 p 的**否定式**，记作 $\neg p$。符号 $\neg$ 称为否定联结词。规定 $\neg p$ 为真当且仅当 p 为假。

$\neg p$ 的真值可用列表形式给出，如表 1-1 所示。表的每行对应于命题 p 的一种可能真值，即真（T）或假（F）。第一行表示如果 p 的真值为假，则 $\neg p$ 的真值为真；第二行表示如果 p 的真值为真，则 $\neg p$ 的真值为假。

在自然语言中，“非 p”、“不是 p”、“并非 p” 等都可表示成 p 的否定。例如，

p：今天是星期二，则 $\neg p$：今天不是星期二。

q：人人都爱吃肉，则 $\neg q$：并非人人都爱吃肉。

2．合取联结词

定义 1-2 设 p 和 q 为命题，复合命题“p 并且 q”称为 p 和 q 的**合取式**，记作 $p\wedge q$，符号 $\wedge$ 称为合取联结词。规定 $p\wedge q$ 真值为真当且仅当 p，q 同时为真。

$p\wedge q$ 的真值如表 1-2 所示。表的每行对应于两个命题 p 和 q 真值的一种可能组合。第一行表示如果 p 与 q 的真值均为假，则 $p\wedge q$ 的真值为假；第二行表示如果 p 的真值为假而 q 的真值为真，则 $p\wedge q$ 的真值为假；第三行表示如果 p 的真值为真而 q 的真值为假，则 $p\wedge q$ 的真值为假；第四行表示如果 p 与 q 的真值均为真，则 $p\wedge q$ 的真值为真。

表 1-1

p	$\neg p$
F	T
T	F

表 1-2

p	q	$p\wedge q$
F	F	F
F	T	F
T	F	F
T	T	T

在自然语言中，“既……又……”、“并且”、“和”、“不但……，而且……” 等联结词都可符号化为 $\wedge$。例如，

p：天正在下雨，q：天很冷，则

$p\wedge q$：天正在下雨并且很冷。

3．析取联结词

定义 1-3 设 p 和 q 为命题，复合命题“p 或 q”称为 p 和 q 的**析取式**，记作 $p\vee q$，符号 $\vee$ 称为析取联结词。规定 $p\vee q$ 真值为真当且仅当 p，q 至少有一个为真。

$p\vee q$ 的真值表如表 1-3 所示。

在自然语言中，“或者……或者……”、“或者”、“要么……要么……” 等都可符号化为 $\vee$。例如，

p：我选修“离散数学”课程，q：我选修“计算机安全学”课程，则

$p\vee q$：我选修“离散数学”课程或者“计算机安全学”课程。

4．条件联结词

定义 1-4 设 p 和 q 为命题，复合命题“如果 p，则 q”称为 p 和 q 的**条件式**，记作 $p\rightarrow q$，符号 $\rightarrow$ 称为条件联结词。一般将 p 称为条件式的**前件**或**前提**，q 称为条件式的**后件**或**结论**。规定当 p 为真和 q 为假时，$p\rightarrow q$ 真值为假，否则 $p\rightarrow q$ 真值为真。

$p \to q$ 的真值表如表 1-4 所示。

表 1-3

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	T

表 1-4

p	q	$p \to q$
F	F	T
F	T	T
T	F	F
T	T	T

在自然语言中，“如果……，则……”、“只要……，就……”、“因为……，所以……”等都可符号化为→。条件式表示的基本逻辑关系是 q 是 p 的必要条件（或称 p 是 q 的充分条件）。例如，

p：两角为对顶角，q：两角相等，则

$p \to q$：如果两角为对顶角，则两角相等。

在自然语言中，q 是 p 的必要条件还有许多不同的叙述方法。例如，“p 仅当 q”、“只有 q 才 p”、“除非 q 才 p”、“除非 q，否则非 p”等，这些联结词均应符号化为→。

一般地，在自然语言中，“如果……”和“则……”之间总是有着某种内在的联系，而在数理逻辑中，对于复合命题 $p \to q$ 来说，只要 p 和 q 是命题，$p \to q$ 就有意义，而不要求 p 和 q 一定有什么关系。例如，

“如果鲨鱼会飞，则长城位于中国北方”就可表示为 $p \to q$ 的形式，其中 p：鲨鱼会飞，q：长城位于中国北方，且因为命题 p 为假，命题 q 为真，故 $p \to q$ 为真。

此外，自然语言中对于“如果……，则……”这样的句子，当前提为假时，不管结论真假，这个句子的真假往往无法判断。而对于条件式，按照规定当前件 p 为假时，无论后件 q 为真还是假，$p \to q$ 真值均为真，这是一种善意的推定。下面通过一个例子来说明这一善意的推定。

设 p：他有时间，q：他会帮助你，则 $p \to q$ 表示命题“如果他有时间，那么他会帮助你”。把这个命题看作是一个诺言讨论该命题的真值，有 4 种情况：

（1）他有时间，他也帮助了你。这时他没有违背诺言，诺言 $p \to q$ 为真。

（2）他有时间，他却没有帮助你。这时他违背了诺言，诺言 $p \to q$ 为假。

（3）他没有时间，他帮助了你。这时他没有违背诺言，所以认定诺言 $p \to q$ 为真是合适的。

（4）他没有时间，他也没有帮助你。这时他也没有违背诺言，所以认定命题 $p \to q$ 为真也是合适的。

5. 双条件联结词

定义 1-5 设 p 和 q 为命题，复合命题“p 当且仅当 q”称为 p 和 q 的**双条件式**，记作 $p \leftrightarrow q$，符号↔称为双条件联结词。规定 $p \leftrightarrow q$ 真值为真当且仅当 p, q 真值相同。

$p \leftrightarrow q$ 的真值表如表 1-5 所示。

表 1-5

p	q	$p \leftrightarrow q$
F	F	T
F	T	F
T	F	F
T	T	T

在自然语言中，“当且仅当”、“等价于”、“同……一样”等都可符号化为↔。双条件式表示的基本逻辑关系为 p 与 q 互为充分必要条件。例如，

p：一个数是偶数，q：一个数能被 2 整除，则

$p \leftrightarrow q$：一个数是偶数当且仅当该数能被 2 整除。

以上定义了 5 种最基本、最常用的联结词，将它们组成一个集合$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$，称为**联结词集**，其中$\neg$称为一元联结词，$\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$称为二元联结词。

由联结词集$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$中的一个联结词联结一个或两个原子命题组成的复合命题是最简单的复合命题。多次使用联结词集中的联结词，可以组成更为复杂的复合命题。

1.2 命题公式和真值表

1.2.1 命题公式

在数学中，字母$x, y, z,\cdots$经常用来表示变量，这些变量可以表示任意的实数，也可以表示一个特定的实数。同样，在命题逻辑中，字母$p, q, r,\cdots$可以表示一个具体的命题，称为**命题常元**，也可以表示一个抽象的命题，称为**命题变元**。由于命题常元表示一个具体的命题，所以它有确定的真值（真或假），而命题变元可以表示任意的命题，所以没有确定的真值，仅当它与一个具体的命题相联系，即将一个命题变元用一个具体的命题来定义时，它才有确定的真值（真或假），这称为对命题变元的**赋值**（**解释**或**真值指派**）。

通常情况下，一个复合命题可能有许多组成部分，而各部分本身可以是原子命题，也可以是复合命题。例如，$(p\vee q)\wedge(r\rightarrow\neg s)$，即由命题常元和联结词组成了更复杂的复合命题。若在复合命题中，p, q, r 等不仅可代表命题常元，还可代表命题变元，这样组成的复合命题形式称为命题公式。抽象地说，命题公式是由命题常元、命题变元、联结词和圆括号组成的符号串，但并不是由命题常元、命题变元、联结词和圆括号组成的任何符号串都是命题公式，它的表示有一定规则。命题公式可按下述规则进行递归定义。

定义 1-6　命题公式（又称**合式公式**，简称**公式**）递归定义如下：

（1）命题常元和命题变元（例如$p, q, r,\cdots$, T, F）是命题公式（也称为原子命题公式）。

（2）如果 A 是命题公式，则$(\neg A)$也是命题公式。

（3）如果 A, B 是命题公式，则$(A\wedge B)$、$(A\vee B)$、$(A\rightarrow B)$和$(A\leftrightarrow B)$也是命题公式。

（4）规则（1）～（3）的有限次使用得到的由命题常元、命题变元、逻辑联结词和括号组成的符号串才是命题公式。

对于上述定义，做如下说明：

（1）为简化书写，约定$(\neg A)$两端的括号和任一命题公式的最外层括号可以省略。

（2）定义中引入了 A, B 等符号，用它们表示任意的命题公式，而不是某个具体的公式，这与 p、q、$(p\wedge q)\rightarrow r$ 等是具体的公式不同。

（3）规定联结词（包括圆括号）的优先顺序为：( )、$\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$和$\leftrightarrow$，对于同一优先级的联结词，先出现者先运算。

例如，如下的一些符号串都是命题公式：

$$p\wedge q,\ (p\rightarrow(q\rightarrow r))\vee s,\ ((p\wedge q)\wedge r)\rightarrow(p\wedge(q\wedge r))$$

而如下的一些符号串不是命题公式：

$$(p\wedge q)\rightarrow(\rightarrow r),\ \wedge r\vee p,\ (p\vee q)\rightarrow r),\ pq\wedge r$$

由于命题公式是通过递归方法进行定义的，所以它的各个组成部分本身也可以构成命题公式，称为子命题公式。

定义 1-7 如果 B 是命题公式 A 的一个组成部分，且 B 本身也是一个命题公式，称 B 是 A 的**子命题公式或子公式**。

例如，对命题公式$(p\wedge q)\rightarrow(r\vee(q\wedge s))$而言，$p\wedge q$, $q\wedge s$, $r\vee(q\wedge s)$都它的子公式。

命题公式本身不是命题，因为在命题公式中有命题变元出现，所以其真值是不确定的。只有当其中所有的命题变元都解释成具体的命题后，命题公式才变成一个真值确定的命题，它的真值依赖于解释命题变元的那些命题的真值。例如，在公式$(p\vee q)\rightarrow r$ 中，若 p 解释为：2 是偶数，q 解释为：3 是无理数，r 解释为：2+3 是有理数，则 p 和 r 为真命题，q 为假命题，此时$(p\vee q)\rightarrow r$ 为真命题；若 p 解释为：2 是偶数，q 解释为：3 是无理数，r 解释为：2+3 是无理数，故 p 为真命题，而 q 和 r 为假命题，此时$(p\vee q)\rightarrow r$ 为假命题。还可以给上述公式进行各种解释，其结果不是得到真命题就是假命题。

1.2.2 命题的符号化

把一个用自然语言描述的命题表示成命题公式的形式，称为**命题的符号化或命题的翻译**。命题符号化在数理逻辑中占有很重要的地位，往往在逻辑推理中最先遇到的就是命题的符号化，是进行逻辑推理的基础。

命题的符号化一般经过如下三个步骤：

（1）找出命题中各原子命题，将原子命题符号化。

（2）找出命题中各联结词，将联结词符号化。

（3）把符号化的原子命题和符号化的联结词联结起来。

【例 1-2】 将下列命题符号化。

（1）张颖或者明天来或者后天来。

（2）我和他既是兄弟又是同学。

（3）除非他来，否则我不会同他和解。

（4）周末天下雨，下雨天是周末。

（5）如果他是美国人或英国人，那么他一定会说英语。

（6）两集合 A，B 相等当且仅当集合 A 包含集合 B 并且集合 B 包含集合 A。

（7）如果你和他不都固执己见的话，那么不愉快的事情也不会发生。

解 （1）设 p：张颖明天来，q：张颖后天来。该命题符号化为 $p\vee q$。

（2）设 p：我和他是兄弟，q：我和他是同学。该命题符号化为 $p\wedge q$。

（3）设 p：他来，q：我同他和解。该命题符号化为 $q\rightarrow p$。

（4）设 p：周末，q：天下雨。该命题符号化为 $p\leftrightarrow q$。

（5）设 p：他是美国人，q：他是英国人，r：他会说英语。该命题符号化为$(p\vee q)\rightarrow r$。

（6）设 p：两集合 A、B 相等，q：集合 A 包含集合 B，r：集合 B 包含集合 A。该命题符号化为 $p\leftrightarrow(q\wedge r)$。

（7）设 p：你固执己见，q：他固执己见，r：不愉快的事情不会发生。该命题符号化为$(\neg p\vee\neg q)\rightarrow r$。

注意，命题（3）的意义也可理解为："如果他不来，我就不同他和解"，故该命题也可符号化为 $\neg p\rightarrow\neg q$。对于同一命题有不同的符号化结果的这类问题，将在后面讨论。

命题的符号化要注意以下几个方面：

（1）要善于确定原子命题，不要把一个概念硬拆成几个概念。如【例 1-2】中的命题（2）中的“兄弟”是一个概念，不要拆成“兄”和“弟”，“我和他是兄弟”是一个原子命题。

（2）要善于识别自然语言中的联结词，有时它们可能被省略。如【例 1-2】中的命题（4）可以理解为“如果是周末天就下雨，如果下雨就是周末”。

（3）否定联结词的位置要放准确，如【例 1-2】中的命题（7）。

一个命题公式也可以翻译成用自然语言表示的陈述句。

【例 1-3】 设 p：天下雨，q：我将去镇上，r：我有时间。试用自然语言描述下列命题。

（1）$(\neg p\wedge r)\rightarrow q$

（2）$q\leftrightarrow r$

（3）$p\rightarrow\neg q$

解 （1）如果天不下雨并且我有时间，那么我将去镇上。

（2）我将去镇上，当且仅当我有时间。

（3）如果天下雨，那么我就不去镇上。

1.2.3 真值表

定义 1-8 设 A 是一个命题公式，$p_1, p_2,\cdots, p_n$ 是出现在 A 中的所有命题变元（一般地，也可用 $A(p_1, p_2,\cdots, p_n)$来表示含有 n 个命题变元 $p_1, p_2,\cdots, p_n$ 的命题公式 A），给变元 $p_1, p_2,\cdots, p_n$ 指定一组真值，称为对 A 的一个**赋值**或**解释**。若所指定的一组真值使 A 的真值为真，则称该组真值为 A 的**成真赋值**或**成真解释**；若所指定的一组真值使 A 的真值为假，则称该组真值为 A 的**成假赋值**或**成假解释**。

一个命题变元有两种可能的真值（真或假），因此，一个含有 n 个变元的命题公式有 2^n 组不同的解释。对于每一个解释，命题公式都有一个确定的真值。

命题公式与其所包含命题变元之间的关系，可通过真值表来表示。

定义 1-9 对于命题公式 A，由 A 所有可能的解释和 A 在其所有可能解释下所得的真值列成的表，称为命题公式 A 的**真值表**。

真值表反映了命题公式的真值随其命题变元真值变化的情况，一个命题公式的真值表由两部分组成：

（1）表的左边部分列出命题公式的每一个解释。对于一个含有 n 个命题变元的命题公式，不同的解释共有 2^n 个。

（2）表的右边部分列出对应每一个解释命题公式取得的真值。

为了构造真值表的方便和一致，约定命题变元按字典顺序排列，对每个变元的解释顺序为先 F 后 T。若有必要或命题公式本身很复杂，可在表的中间部分列出对应每一个解释命题公式中各子公式的真值（按子公式出现的先后顺序排列，若有括号，应从内层向外层展开）。

【例 1-4】 给出命题公式$(\neg p\wedge q)\vee p$ 的真值表。

解 命题公式$(\neg p\wedge q)\vee p$ 的真值表如表 1-6 所示。

【例 1-5】 给出命题公式$(p\rightarrow q)\leftrightarrow(p\vee\neg q)$的真值表。

解 命题公式$(p\rightarrow q)\leftrightarrow(p\vee\neg q)$的真值表如表 1-7 所示。

【例 1-6】 给出命题公式$(\neg p\vee\neg q)\rightarrow r$ 的真值表，并求成真解释和成假解释。

解 命题公式$(\neg p\vee\neg q)\rightarrow r$ 的真值表如表 1-8 所示。