

A ROAD TO *MBA*

'99 MBA

数学 管理 考试
语文 逻辑 辅导练习

邵冲 林和曾 余望之 编
朱婵清 刘锦方

A ROAD TO MBA——
'99MBA 数学 管理 考试辅导练习
语文 逻辑

邵冲 林和曾 余望之 编
朱婵清 刘锦方

中山大学出版社
·广州·

版权所有 翻印必究

图书在版编目 (CIP) 数据

A ROAD TO MBA——'99MBA 数学 管理 语文 逻辑考试辅导练习/邵冲, 林和曾,
余望之, 朱婵清, 刘锦方编. —广州: 中山大学出版社, 1998. 9
ISBN 7-306-01472-2

I. A… II. 邵… III. 研究生, 工商行政管理专业—入学考试—习题 IV. G 643
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (9) 第 00 号

中山大学出版社出版发行
(广州市新港西路 135 号)
从化市印刷厂印刷 广东省新华书店经销
787×1092 毫米 16 开 11.75 印张 265 千字
1998 年 9 月第 1 版 1998 年 9 月第 1 次印刷
印数: 0001—5000 册 定价: 18.80 元

编写说明

为了帮助考生更好地理解和掌握'99MBA 联考考试大纲所要求的内容，我们组织部分参加过'98MBA 联考考试辅导的教师，编写了这本习题集。本书可作为各类 MBA 联考考前辅导教材的辅助学习资料。

参加编写的人员有：数学部分由林和曾、余望之编写；管理部分由邵冲编写；语文部分由朱婵清编写；逻辑部分由刘锦方编写。

由于编写时间仓促，水平有限，书中难免存在不足之处。我们真诚地希望使用本书的辅导教师和 MBA 考生提出宝贵意见，使本书通过修改不断得到完善和提高。

编写者

1998 年 6 月

目 录

数学	(1)
第一章 初等数学	(1)
第一节 代数	(1)
第二节 几何	(4)
第二章 函数与极限	(5)
第一节 函数	(5)
第二节 极限	(7)
第三节 连续函数	(10)
第三章 导数与微分	(12)
第一节 导数的概念	(12)
第二节 导数的运算	(13)
第三节 二阶导数	(15)
第四节 微分	(15)
第五节 罗比达法则	(15)
第六节 函数单调性及其判定	(16)
第七节 函数的凹凸性及拐点求法	(17)
第八节 函数的极值和最大值、最小值	(17)
第四章 不定积分与定积分	(18)
第一节 基本积分公式和不定积分性质	(18)
第二节 不定积分的换元积分法	(18)
第三节 分部积分法	(19)
第四节 变限积分与牛顿－莱布尼兹公式	(20)
第五节 定积分的换元法与分部积分法	(20)
第六节 用定积分求平面图形的面积	(21)
第五章 线性代数	(22)
第一节 行列式	(22)
第二节 矩阵	(24)
第三节 线性方程组	(26)
第四节 矩阵的特征值与特征向量	(30)

第六章 概率论 (30)

管理	(36)
基本经济概念	(36)
管理基础知识	(45)
语文	(55)
基础知识	(55)
练习一	(55)
练习二	(57)
练习三	(60)
练习四	(63)
阅读	(67)
甲、现代文阅读练习	(67)
乙、诗词阅读练习	(78)
丙、文言文阅读练习	(80)
逻辑	(88)
练习题(一)	(88)
练习题(二)	(101)
练习题(三)	(114)
练习题(四)	(127)
练习题(五)	(139)
数学参考答案	(154)
管理参考答案	(173)
语文参考答案	(175)
逻辑参考答案	(178)

数 学

第一章 初 等 数 学

第一节 代 数

一、设 $x + \frac{1}{x} = a$, 试用 a 表示 $x^3 + \frac{1}{x^3}$

二、已知 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 求 $x^8 + \frac{1}{x^8}$ 的值。

三、当 $x = 6.5$ 时, 求 $\frac{x^2 + 7x + 6}{x^2 - 36}$ 的值。

四、把下列各式分解因式:

1. $4x^4 + 4x^3 - 9x^2 - x + 2$

2. $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

3. $x^4 - 10x^2 + 9$

4. $x^4 - 16x^2 + 25$

5. $x^4 - 10x^2 + 9$

6. $x^4 - 16x^2 + 25$

7. $x^4 - 10x^2 + 9$

8. $x^4 - 16x^2 + 25$

9. $x^4 - 10x^2 + 9$

10. $x^4 - 16x^2 + 25$

11. $x^4 - 10x^2 + 9$

12. $x^4 - 16x^2 + 25$

13. $x^4 - 10x^2 + 9$

14. $x^4 - 16x^2 + 25$

15. $x^4 - 10x^2 + 9$

16. $x^4 - 16x^2 + 25$

17. $x^4 - 10x^2 + 9$

18. $x^4 - 16x^2 + 25$

19. $x^4 - 10x^2 + 9$

20. $x^4 - 16x^2 + 25$

21. $x^4 - 10x^2 + 9$

22. $x^4 - 16x^2 + 25$

23. $x^4 - 10x^2 + 9$

24. $x^4 - 16x^2 + 25$

25. $x^4 - 10x^2 + 9$

26. $x^4 - 16x^2 + 25$

27. $x^4 - 10x^2 + 9$

28. $x^4 - 16x^2 + 25$

29. $x^4 - 10x^2 + 9$

30. $x^4 - 16x^2 + 25$

31. $x^4 - 10x^2 + 9$

32. $x^4 - 16x^2 + 25$

33. $x^4 - 10x^2 + 9$

34. $x^4 - 16x^2 + 25$

35. $x^4 - 10x^2 + 9$

36. $x^4 - 16x^2 + 25$

37. $x^4 - 10x^2 + 9$

38. $x^4 - 16x^2 + 25$

39. $x^4 - 10x^2 + 9$

40. $x^4 - 16x^2 + 25$

41. $x^4 - 10x^2 + 9$

42. $x^4 - 16x^2 + 25$

43. $x^4 - 10x^2 + 9$

44. $x^4 - 16x^2 + 25$

45. $x^4 - 10x^2 + 9$

46. $x^4 - 16x^2 + 25$

47. $x^4 - 10x^2 + 9$

48. $x^4 - 16x^2 + 25$

49. $x^4 - 10x^2 + 9$

50. $x^4 - 16x^2 + 25$

51. $x^4 - 10x^2 + 9$

52. $x^4 - 16x^2 + 25$

53. $x^4 - 10x^2 + 9$

54. $x^4 - 16x^2 + 25$

55. $x^4 - 10x^2 + 9$

56. $x^4 - 16x^2 + 25$

57. $x^4 - 10x^2 + 9$

58. $x^4 - 16x^2 + 25$

59. $x^4 - 10x^2 + 9$

60. $x^4 - 16x^2 + 25$

61. $x^4 - 10x^2 + 9$

62. $x^4 - 16x^2 + 25$

63. $x^4 - 10x^2 + 9$

64. $x^4 - 16x^2 + 25$

65. $x^4 - 10x^2 + 9$

66. $x^4 - 16x^2 + 25$

67. $x^4 - 10x^2 + 9$

68. $x^4 - 16x^2 + 25$

69. $x^4 - 10x^2 + 9$

70. $x^4 - 16x^2 + 25$

71. $x^4 - 10x^2 + 9$

72. $x^4 - 16x^2 + 25$

73. $x^4 - 10x^2 + 9$

74. $x^4 - 16x^2 + 25$

75. $x^4 - 10x^2 + 9$

76. $x^4 - 16x^2 + 25$

77. $x^4 - 10x^2 + 9$

78. $x^4 - 16x^2 + 25$

79. $x^4 - 10x^2 + 9$

80. $x^4 - 16x^2 + 25$

81. $x^4 - 10x^2 + 9$

82. $x^4 - 16x^2 + 25$

83. $x^4 - 10x^2 + 9$

84. $x^4 - 16x^2 + 25$

85. $x^4 - 10x^2 + 9$

86. $x^4 - 16x^2 + 25$

87. $x^4 - 10x^2 + 9$

88. $x^4 - 16x^2 + 25$

89. $x^4 - 10x^2 + 9$

90. $x^4 - 16x^2 + 25$

91. $x^4 - 10x^2 + 9$

92. $x^4 - 16x^2 + 25$

93. $x^4 - 10x^2 + 9$

94. $x^4 - 16x^2 + 25$

95. $x^4 - 10x^2 + 9$

96. $x^4 - 16x^2 + 25$

97. $x^4 - 10x^2 + 9$

98. $x^4 - 16x^2 + 25$

99. $x^4 - 10x^2 + 9$

100. $x^4 - 16x^2 + 25$

2. $|x - 3| - |5x - 2| = 0$
 3. $|-x^2 + 2x - 13| = |2x^2 - 3x + 2|$
 4. $x^2 - |2x - 1| = 4$

十五、设 $x > 1$, 比较 x^3 与 $x^2 - x + 1$ 的大小

十六、解下列不等式:

1. $\begin{cases} (3x^2 + 2x + 5)(x - 3) < 0 \\ 3x + 4 < 5x - 6 \end{cases}$

2. $3x^2 - 11x - 4 > 0$

3. $\frac{x^2 - 2x - 15}{x - 2} < 0$

4. $1 + \frac{x - 4}{x - 3} > \frac{x - 2}{x - 1}$

5. $\sqrt{x+2} - \sqrt{6-4x} < \sqrt{6-5x}$

6. $2\sqrt{25-x^2} < 10 - x$

十七、解下列不等式:

1. $1 < |3x + 4| \leq 6$

2. $|\sqrt{3x-2} - 3| > 1$

3. $|x^2 - x| < 6$

4. $|2x - 1| < |x - 1|$

十八、如果对于任意实数 x , 不等式 $kx^2 - kx + 1 > 0$ 都成立, 求 k 的取值范围。

十九、如果方程 $k(x^2 - 4) + ax - 1 = 0$ ($a \neq 0$) 对于一切实数 k 都有实数根, 求实数 a 的取值范围。

二十、实数 m 取何值时, 方程

$$m(m+1)x^2 + m(m+2)x + m^2 - 1 = 0$$

1° 有一根为零; 2° 两根互为相反数。

二十一、 m 取何实数时, 方程 $(m+3)x^2 - mx + 1 = 0$ 的两个根, 1° 都是负数;

2° 一个是正数, 另一个是负数。

二十二、已知方程 $x^2 - x - 4 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 求 $x_1^3 + x_2^3$ 的值。

二十三、设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 已知 $a_1 + a_2 + a_3 = 9$, $a_1 a_2 a_3 = 15$, 求公差 d 与首项 a_1 的值。

二十四、设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 15 项之和 $S_{15} = 75$, 求 $a_3 + a_6 + a_{10} + a_{13}$ 的值。

二十五、设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 已知 $a_{20} - a_3 = 10$, $a_{18} + a_{15} = 13$, 求前 15 项之和 S_{15} 的值。

二十六、在 12 与 60 之间插入 3 个数, 使它们同这两个数成等差数列。

二十七、一个屋顶的某一斜面成等腰梯形, 最上面一层铺了瓦片 21 块, 往下每层多铺一块, 斜面上铺了瓦片 19 层, 共铺瓦片多少块?

二十八、设 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_3 + a_5 = 10$, $a_2 a_4 = 4$, 求公比 q 的值。

二十九、设 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_n > 0$ ($n \in \mathbb{N}$), $a_3 a_7 + 2a_4 a_9 + a_6 a_{10} = 36$, 求 a_5

$+ a_8$ 的值。

三十一、设 $\{a_n\}$ 是等比数列， $a_5 + a_6 = a_7 - a_5 = 48$ ，求前 10 项和 S_{10} 的值。

三十二、在 160 与 5 中间插入 4 个数，使它们同这两个数成等比数列。

三十三、从盛满 20 升纯酒精的容器里倒出一升，然后用水填满，再倒出 1 升混合溶液，又用水填满，这样继续进行，一共倒了 3 次，这时容器里还有多少升纯酒精（保留到小数点后两位）？

三十四、一个工厂今年生产某种机器 1080 台，计划到后年把产量提高到每年生产机器 1920 台。如果每一年比上一年增长的百分率相同，这个百分率是多少（精确到 0.1%）？

三十五、某工厂去年的产值是 138 万元，计划在今后 5 年内每年比上一年产值增长 10.9%。这 5 年的总产值是多少（精确到百元）？

三十六、有四个整数，其中前三个数成等差数列，后三个数成等比数列，并且第一个数与第四个数的和是 37，第二个数与第三个数的和是 36，求这四个数。

三十七、课外科学小组共有 13 人，其中男同学 8 人，女同学 5 人，从这 13 人里选出 3 人准备作报告，选出 3 人中至少有一个女同学，问一共有多少种选法？

三十八、6 个同学站成一排照相，其中某人不站最左边也不站最右边，问共有多少种排法？

三十九、用 0, 1, 2, 3, 4, 5 能够组成多少个大于 201345 的没有重复数字的自然数？

四十、从 24 人中选出 4 人坐在一排 6 张椅子上，有多少种坐法？

四十一、从 1, 2, 3, … 100 中取两个数相乘，其积能被 3 除尽的有几对？

四十二、把 8 个同学平均分成 4 组到 4 辆公共汽车里参加劳动，如果以同样两个人在不同汽车上劳动作为不同情况，问有几种不同的分法？

四十三、求 $\left(\sqrt[3]{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^{10}$ 展开式中不含 a 的项。

四十四、已知 $\left(2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ 展开式中第 5 项的系数与第 6 项的系数相等，求含 x 的一次幂的项。

四十五、求 $\left(1 + x + \frac{1}{x}\right)^4$ 展开式中不含有 x 的项。

四十六、求 $(1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots + (1+x)^{n+2}$ 展开式中 x^2 项的系数。

四十七、设 $(1-x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_7x^7$ ，求 $a_0 + a_2 + a_4 + a_6$ 的值。

四十八、如果 $(1+x)^2 (1-x+x^2)^k$ 的展开式中 x^2 的系数是 3，求 k 的值。

四十九、证明下列恒等式：

$$1. \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} 2\alpha$$

$$2. \frac{\sin^2 x}{\sin x - \cos x} - \frac{\sin x + \cos x}{\operatorname{tg}^2 x - 1} = \sin x + \cos x$$

$$3. \frac{\sin x - \sin y}{\sin(x+y)} = \frac{\sin \frac{1}{2}(x-y)}{\sin \frac{1}{2}(x+y)}$$

$$4. \sin x \left(1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) = \operatorname{tg} x$$

$$5. \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{\operatorname{ctg}^2 x + 1} = \cos 2x$$

$$6. \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right) = \frac{1}{\cos x}$$

$$7. \frac{\sin(2\alpha + \beta)}{\sin \alpha} - 2 \cos(\alpha + \beta) = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$8. \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 3x$$

$$9. \frac{3+4\cos 2x + \cos 4x}{3-4\cos 2x + \cos 4x} = \operatorname{ctg}^4 x$$

$$10. (\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$11. \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$$

五十、证明 $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ = \frac{1}{8}$

五十一、证明 $\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} = \frac{1}{2}$

五十二、在 $\triangle ABC$ 中, 求证:

$$1. \operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} A \cdot \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C$$

$$2. \frac{\cos A}{\sin B \sin C} + \frac{\cos B}{\sin C \sin A} + \frac{\cos C}{\sin A \sin B} = 2$$

五十三、求下列各式的值:

$$1. \sin[\arcsin(-\frac{3}{5})]$$

$$2. \cos[\arcsin \frac{2}{3}]$$

$$3. \sin(2\arcsin \frac{1}{3})$$

$$4. \cos\left(\frac{\pi}{3} + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$5. \arccos[\cos(-\frac{\pi}{3})]$$

$$6. \operatorname{tg}(2\operatorname{arcctg} 2)$$

$$7. \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} \frac{1}{2})$$

第二节 几何

一、已知一个圆锥的底面半径为 R , 高为 H 。在其中有一个高为 x 的内接圆柱。

1°求圆柱的侧面积。2° x 为何值时, 圆柱的侧面积最大?

二、圆锥的全面积是 $5\pi \text{cm}^2$, 侧面展开图的扇形圆心角为 90° , 求圆锥的体积。

三、如果底面直径等于高的圆锥, 其体积等于半径为 $\sqrt{4}$ 的球的体积, 求圆锥底面的半径。

四、球的半径为 R , 当内接这球面的圆锥的体积取最大值时, 求圆锥的高。

五、圆柱的全面积为定值 S , 当圆柱的体积取最大值时, 求高与底面半径之比的值。

六、正方体的全面积是 a^2 , 它的顶点都在球面上, 求这个球的表面积。

七、已知过球面上 A, B, C 三点的截面和球心的距离等于球半径的一半, 且 $AB = BC = CA = 2$, 求球面的面积。

八、已知体积为 8cm^3 的长方体的表面积为 32cm^2 , 且它的长、宽、高成等比数列, 求该长方体的所有棱的长度之和。

第二章 函数与极限

第一节 函数

一、求下列函数的定义域:

1. $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

2. $y = \sqrt{\frac{x+1}{(1-x)(3-x)}}$

$y = \lg \frac{1+x}{1-x}$

4. $y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{\lg(1-x)}$

5. $y = \arcsin \frac{x-3}{2}$

6. $y = \arcsin \left(\lg \frac{x}{10} \right)$

7. $y = \sqrt{3-x} + \sin \sqrt{x}$

8. $y = \lg \frac{x}{x-2} + \arccos \frac{3x-1}{5}$

9. $y = \lg [\lg(x-1)]$

10. $y = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & x < -1 \\ \frac{x}{2x-1} & -1 \leq x < 1 \\ 2^x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

11. 如果函数 $y = \lg(kx^2 - 3x + 2k)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 求 k 的取值范围。

二、下列各题中, 函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否相同?

- $f(x) = \frac{1}{1+x}$, $g(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$
- $f(x) = \sqrt{x^2}$, $g(x) = (\sqrt{x})^2$
- $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$, $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$
- $f(x) = \sqrt{(1-x)^2}$, $g(x) = 1-x$
- $f(x) = \lg x^2$, $g(x) = 2\lg x$
- $f(x) = \lg \sqrt{|x|}$, $g(x) = \frac{1}{2} \lg |x|$
- $f(x) = \lg \frac{x-2}{x+2}$, $g(x) = \lg(x-2) - \lg(x+2)$
- $f(x) = \lg(x^2-4)$, $g(x) = \lg(x-2) + \lg(x+2)$
- $f(x) = \sin(\arcsinx)$, $g(x) = x$
- $f(x) = x$, $g(x) = \arccos(\cos x)$

三、判别下列函数 $f(x)$ 的奇偶性:

- $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ ($a > 0$, $a \neq 1$);
- $f(x) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x})$ ($a > 0$, $a \neq 1$);
- $f(x) = \frac{a^x + 1}{a^x - 1}$ ($a > 0$, $a \neq 1$)
- $f(x) = \sin x - \operatorname{tg} x$
- $f(x) = \lg(x + \sqrt{x^2 + 1})$
- $f(x) = \lg(x - \sqrt{x^2 - 1})$
- $f(x) = g(x) - g(-x)$, 其中 $g(x)$ 定义于 $(-\infty, +\infty)$
- $f(x) = g(x) \left(\frac{1}{a^x + 1} - \frac{1}{2} \right)$, 其中 $g(x)$ 是奇函数, $a > 0$, $a \neq 1$
- 若 $f(x)$ 满足 $2f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2}{x}$

四、解下列各题:

- 若 $f(x+1) = x^2 - 1$, 求 $f(x)$;
- 若 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 求 $f(x)$;
- 若 $f\left(\sin \frac{x}{2}\right) = 1 + \cos x$, 求 $f\left(\cos \frac{x}{2}\right)$
- 若 $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 0 \\ x^2+4 & x < 0 \end{cases}$ 求 $f(x-1)$
- 若 $f(x) = \begin{cases} 0 & x > 0 \\ 1 & x \leq 0 \end{cases}$ 求 $f(x) - f(x-1)$
- 若 $f(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$ 求 $f(f(x))$
- 若 $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases}$ $\varphi(x) = x^2 - 1$, 求 $f(\varphi(x))$

$$8. \text{ 若 } f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x - 1 & x \geq 1 \\ 1 - x & x < 1 \end{cases}$$

求 $g(f(x))$

五、设函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 求下列函数的定义域:

1. $f(x^2)$
2. $f(x+1)$
3. $f(e^x)$
4. $f(\lg x)$
5. $f(x+a) - f(x-a), (a > 0)$

六、求下列函数的反函数:

1. $y = \frac{10^x + 10^{-x}}{10^x - 10^{-x}} + 1$
2. $y = \sqrt{1 - x^2} \quad (-5 \leq x \leq 0)$
3. $y = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 1})$
4. $y = 2\sin 3x \quad \left(\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$
5. $y = 1 + 2\sin \frac{x-1}{x+1} \quad (x \geq 0)$
6. $y = \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2}$
7. $y = \begin{cases} x^3 & -\infty < x \leq 0 \\ \log_2(2+x) & 0 < x \leq 6 \\ x^2 - 10x + 27 & 6 < x \end{cases}$

第二节 极限

一、求下列极限:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n} \right)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{1}{3^{n-1}} \right)$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\cdots+n}{n^2}$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+a+a^2+\cdots+a^n}{1+b+b^2+\cdots+b^n} \quad (|a| < 1, |b| < 1)$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+2)} \right]$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2+1}+n)^2}{\sqrt[3]{n^6+1}}$
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin(n!)}{n^2+1}$
8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x-2}$
9. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x^3+2x^2-x-2}$

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{3}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x+1)-3}{(\sqrt{2x+1}+\sqrt{3})(\sqrt{x+1}+\sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)}{(\sqrt{2x+1}+\sqrt{3})(\sqrt{x+1}+\sqrt{2})}$$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3-x}-\sqrt{1+x}}{x^2-1}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3-x)-(1+x)}{(\sqrt{3-x}+\sqrt{1+x})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-4}{(\sqrt{3-x}+\sqrt{1+x})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})}$$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x^2)-1}{x(\sqrt{1+x^2}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x(\sqrt{1+x^2}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}+1} = 0$$

13. $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt[3]{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{(1-x)-27}{(2+\sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{1-x}+3)} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{-26}{(2+\sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{1-x}+3)} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{-26}{2+\sqrt[3]{x}} = \infty$$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+2x}-1}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{(\sqrt[3]{1+2x}-1)(\sqrt[3]{1+2x}^2+\sqrt[3]{1+2x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{(\sqrt[3]{1+2x}-1)(\sqrt[3]{1+2x}^2+\sqrt[3]{1+2x}+1)} = 0$$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{(x+1)^5}-1}{x}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^5-1}{x(\sqrt[3]{(x+1)^5}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^5-1}{x(\sqrt[3]{(x+1)^5}+1)} = 0$$

16. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{(x-1)(x+1)} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+1-2}{(x-1)(x+1)} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{(x-1)(x+1)} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$$

17. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n-1}{x-1}$ ($n \in \mathbb{N}$)
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+\dots+x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^{n-1}+x^{n-2}+\dots+x+1) = n$$

18. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}} = \infty$$

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2}-(1+x)}{x}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2}-(1+x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-2x-x^2)-(1+x)^2}{x(\sqrt{1-2x-x^2}+(1+x))} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3x-2x^2}{x(\sqrt{1-2x-x^2}+(1+x))} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3-2x}{\sqrt{1-2x-x^2}+(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3-2x}{\sqrt{1-2x-x^2}+(1+x)} = 0$$

20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x}$ ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$)
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)-1}{x(\sqrt[3]{1+x}^2+\sqrt[3]{1+x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt[3]{1+x}^2+\sqrt[3]{1+x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{1+x}^2+\sqrt[3]{1+x}+1} = 1$$

21. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x})$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x})(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x})}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}} = 0$$

二、求下列极限：

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \sin \frac{x}{2^n}$
 分母有理化得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \sin \frac{x}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{x}{2^n}}{\frac{1}{2^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2^n} \cos \frac{x}{2^n} \cdot \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^{2n}}}{\frac{1}{2^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2^n} \cos \frac{x}{2^n} \cdot \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^{2n}}}{\frac{1}{2^n}} = 0$$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2-1)}{x-1}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin((x-1)(x+1))}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin((x-1)(x+1))}{x-1} = 0$$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2) \cos \frac{1}{x}}{x}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2) \cos \frac{1}{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2) \cos \frac{1}{x}}{x} = 0$$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(2x+x^2)}{x}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(2x+x^2)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(2x+x^2)}{x} = 0$$

5. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi-x}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi-x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi-x} = 0$$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x} = 0$$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x} = 0$$

8. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \operatorname{tg} 3x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$
 分母有理化得

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \operatorname{tg} 3x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \operatorname{tg} 3x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 0$$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{x}$
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\operatorname{tg} 2x}$
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin 3x}$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2-x}{2} \right)^{\frac{2}{x}}$
15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{2+x} \right)^x$
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+\frac{1}{2}}$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3\operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\csc^2 x}$

三、求下列极限：

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + \sin^2 x}{\sin 2x - x^2}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin \beta x - \cos \beta x}$ ($\beta \neq 0$)
3. $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$
4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\operatorname{tg} x \cdot \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)}{1 - 2\sin x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \sqrt{\cos 2x}$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} \cdots \cos \frac{x}{2^n} \right)$
7. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^{3 \sec x}$
8. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sqrt[n]{\left(\operatorname{tg} \frac{x}{\sqrt{n}} - \sin \frac{x}{\sqrt{n}} \right)}$
9. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right)}{1 - 2\cos x}$
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x - 1} \right)$
11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \cdots + x^n - n}{x - 1}$
12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$

$$13. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{n+1} - (n+1)x + n}{(x-1)^2}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow +\infty} x\sqrt{x}(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x})$$

$$15. \lim_{x \rightarrow a+0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (a > 0)$$

四、若 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x + k}{x - 3} = 4$, 求常数 k 的值。

五、已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{1-x} = 5$, 求常数 a, b 的值。

六、已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(ax + b - \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}\right) = 0$, 求常数 a, b 的值。

七、已知 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{ax^2 + bx + 1}) = 1$, 求常数 a, b 的值。

八、若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{\sin(x^2 - 1)} = 3$, 求常数 a, b 的值。

九、若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+c}{x-c}\right)^x = 4$, 求常数 c 的值。

十、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + a^2} - a}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} & (a > 0) \\ \frac{(m-1)x - m}{x^2 - x - 1} & (m \neq 0) \end{cases} \quad -1 < x < 0 \\ \quad 0 \leq x \leq 1$

问常数 a 为何值时, 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在?

十一、当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列函数是关于 x 的多少阶无穷小?

$$1. 1 - x - \frac{2}{2+x}$$

$$2. 2\sin x - \sin 2x$$

$$3. \sqrt{1+x^4} - \sqrt{1-x^4}$$

十二、如果当 $x \rightarrow 0$ 时无穷小量 $1 - \cos x$ 与 mx^n 等价, 其中 m, n 为常数, 求 m, n 的值。

第三节 连续函数

一、指出下列函数的间断点及其类型, 若是可去间断点, 则补充定义函数值使其连续。

$$1. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$$

$$2. y = \sin x \cos \frac{1}{x}$$

$$3. y = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$$

$$4. y = e^{-\frac{1}{x^2}}$$

$$5. y = (1+x) \arctg \frac{1}{1-x^2}$$

$$6. y = \frac{x^2 - x}{|x| (x^2 - 1)}$$

$$7. y = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x > 0 \\ \sin x & x \leq 0 \\ 1 & \end{cases}$$

$$8. y = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{x} & x > 0 \\ \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

$$9. y = \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2} x & |x| \leq 1 \\ |x-1| & |x| > 1 \end{cases}$$

二、设

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x & x < 0 \\ k & x = 0 \\ x \sin \frac{1}{x} + 1 & x > 0 \end{cases}$$

求常数 k 的值，使 $f(x)$ 在定义域上连续。

三、设

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} & -\pi < x < 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{\ln(1+2x)}{x} + a & x > 0 \end{cases}$$

问： a, b 为何值时 $f(x)$ 在定义域上连续。

$$\text{四、设 } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{\sqrt{1 - \cos x}} & -\pi < x < 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{1}{x} [\ln x - \ln(x^2 + x)] & x > 0 \end{cases}$$

求常数 a, b 的值，使 $f(x)$ 在定义域上连续。

五、求下列极限：

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin 2x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^x - 1) \ln(1+x)}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{\ln(1+\sin x)}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} x (e^{\frac{1}{x}} - 1)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\operatorname{tg} x}$$