A ROAD TO MBA

'99 MBA

数学 管理 语文 逻辑 考试 辅导练习

邵 冲 林和曾 余望之 朱婵清 刘锦方 编

中山大学出版社

A ROAD TO MBA——

'99MBA 数学 管理 语文 逻辑 考试辅导练习

邵 冲 林和曾 余望之 朱婵清 刘锦方 编

中山大学出版社
·广州·

图书在版编目（CIP）数据

A ROAD TO MBA——'99MBA 数学　管理　语文　逻辑考试辅导练习/邵冲，林和曾，余望之，朱婵清，刘锦方编．—广州：中山大学出版社，1998．9
ISBN 7－306－01472－2

Ⅰ．A…　Ⅱ．邵…　Ⅲ．研究生，工商行政管理专业—入学考试—习题　Ⅳ．G 643
中国版本图书馆 CIP 数据核字（9　）第 00　　号

中山大学出版社出版发行
（广州市新港西路 135 号）
从化市印刷厂印刷　广东省新华书店经销
787×1092 毫米　16 开　11.75 印张　265 千字
1998 年 9 月第 1 版　1998 年 9 月第 1 次印刷
印数：0001－5000 册　定价：18.80 元

编 写 说 明

为了帮助考生更好地理解和掌握'99MBA 联考考试大纲所要求的内容，我们组织部分参加过'98MBA 联考考试辅导的教师，编写了这本习题集。本书可作为各类 MBA 联考考前辅导教材的辅助学习资料。

参加编写的人员有：数学部分由林和曾、余望之编写；管理部分由邵冲编写；语文部分由朱婵清编写；逻辑部分由刘锦方编写。

由于编写时间仓促，水平有限，书中难免存在不足之处。我们真诚地希望使用本书的辅导教师和 MBA 考生提出宝贵意见，使本书通过修改不断得到完善和提高。

编写者
1998 年 6 月

目　录

数　学

第一章　初等数学

第一节　代　数

一、设 $x+\frac{1}{x}=a$，试用 a 表示 $x^3+\frac{1}{x^3}$

二、已知 $x^2-3x+1=0$，求 $x^8+\frac{1}{x^8}$的值。

三、当 $x=6.5$ 时，求$\frac{x^2+7x+6}{x^2-36}$的值。

四、把下列各式分解因式：

1. $4x^4+4x^3-9x^2-x+2$

2. x^3+3x^2+3x+2

五、求 $x=98$ 时，

$\frac{2}{x^2-4x+3}-\frac{1}{x^2-x-6}+\frac{3}{x^2+x-2}$的值。

六、化简　$\dfrac{|x-1|}{1-\dfrac{3}{x+2}}$

七、将下列各式分解成部分分式：

1. $\frac{12-x}{x^2-3x}$　　2. $\frac{2x^2+1}{x^3-1}$　　3. $\frac{3x-1}{(x+3)(x+1)^2}$

八、化简　$\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x+3)^2}$

九、化简　$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{7}+3}$

十、把$\frac{1}{3+\sqrt[3]{x-1}}$分母有理化

十一、解方程 $x^2+\frac{1}{x^2}=4+\frac{1}{4}$

十二、解方程$\frac{x^2}{9}+\frac{16}{x^2}=\frac{10}{3}\left(\frac{x}{3}-\frac{4}{x}\right)$

十三、解方程 $x^2-3x-5\sqrt{x^2-3x+2}+6=0$

十四、解下列方程：

1. $|x-2|+|2x+1|=7$

2. $|x-3|-|5x-2|=0$

3. $|-x^2+2x-13|=|2x^2-3x+2|$

4. $x^2-|2x-1|=4$

十五、设 $x>1$，比较 x^3 与 x^2-x+1 的大小

十六、解下列不等式：

1. $\begin{cases}(3x^2+2x+5)(x-3)<0\\ 3x+4<5x-6\end{cases}$

2. $3x^2-11x-4>0$

3. $\dfrac{x^2-2x-15}{x-2}<0$

4. $1+\dfrac{x-4}{x-3}>\dfrac{x-2}{x-1}$

5. $\sqrt{x+2}-\sqrt{6-4x}<\sqrt{6-5x}$

6. $2\sqrt{25-x^2}<10-x$

十七、解下列不等式：

1. $1<|3x+4|\leqslant 6$

2. $|\sqrt{3x-2}-3|>1$

3. $|x^2-x|<6$

4. $|2x-1|<|x-1|$

十八、如果对于任意实数 x，不等式 $kx^2-kx+1>0$ 都成立，求 k 的取值范围。

十九、如果方程 $k(x^2-4)+ax-1=0$ $(a\neq 0)$ 对于一切实数 k 都有实数根，求实数 a 的取值范围。

二十、实数 m 取何值时，方程

$$m(m+1)x^2+m(m+2)x+m^2-1=0$$

1° 有一根为零；2° 两根互为相反数。

二十一、m 取何实数时，方程 $(m+3)x^2-mx+1=0$ 的两个根，1° 都是负数；2° 一个是正数，另一个是负数。

二十二、已知方程 $x^2-x-4=0$ 的两根为 x_1，x_2，求 $x_1^3+x_2^3$ 的值。

二十三、设 $\{a_n\}$ 是等差数列，已知 $a_1+a_2+a_3=9$，$a_1a_2a_3=15$，求公差 d 与首项 a_1 的值。

二十四、设 $\{a_n\}$ 是等差数列，其前 15 项之和 $S_{15}=75$，求 $a_3+a_6+a_{10}+a_{13}$ 的值。

二十五、设 $\{a_n\}$ 是等差数列，已知 $a_{20}-a_3=10$，$a_{18}+a_{15}=13$，求前 15 项之和 S_{15} 的值。

二十六、在 12 与 60 之间插入 3 个数，使它们同这两个数成等差数列。

二十七、一个屋顶的某一斜面成等腰梯形，最上面一层铺了瓦片 21 块，往下每一层多铺一块，斜面上铺了瓦片 19 层，共铺瓦片多少块？

二十八、设 $\{a_n\}$ 是等比数列，$a_3+a_5=10$，$a_2a_4=4$，求公比 q 的值。

二十九、设 $\{a_n\}$ 是等比数列，$a_n>0$ $(n\in \mathrm{N})$，$a_3a_7+2a_4a_9+a_6a_{10}=36$，求 a_5

$+ a_8$ 的值。

三十、设 $\{a_n\}$ 是等比数列，$a_5 + a_6 = a_7 - a_5 = 48$，求前 10 项和 S_{10}的值。

三十一、在 160 与 5 中间插入 4 个数，使它们同这两个数成等比数列。

三十二、从盛满 20 升纯酒精的容器里倒出一升，然后用水填满，再倒出 1 升混合溶液，又用水填满，这样继续进行，一共倒了 3 次，这时容器里还有多少升纯酒精（保留到小数点后两位)?

三十三、一个工厂今年生产某种机器 1 080 台，计划到后年把产量提高到每年生产机器 1 920 台。如果每一年比上一年增长的百分率相同，这个百分率是多少（精确到 0.1%)?

三十四、某工厂去年的产值是 138 万元，计划在今后 5 年内每年比上一年产值增长 1 090。这 5 年的总产值是多少（精确到百元)?

三十五、一个球从 100 米高处自由落下，每次着地后又跳回到原高度的一半再落下，当它第 10 次着地时，共经过了多少米（保留到小数点后一位)?

三十六、有四个整数，其中前三个数成等差数列，后三个数成等比数列，并且第一个数与第四个数的和是 37，第二个数与第三个数的和是 36，求这四个数。

三十七、课外科学小组共有 13 人，其中男同学 8 人，女同学 5 人，从这 13 人里选出 3 人准备作报告，选出 3 人中至少有一个女同学，问一共有多少种选法?

三十八、6 个同学站成一排照相，其中某人不站最左边也不站最右边，问共有多少种排法?

三十九、用 0，1，2，3，4，5 能够组成多少个大于 201345 的没有重复数字的自然数?

四十、从 24 人中选出 4 人坐在一排 6 张椅子上，有多少种坐法?

四十一、从 1，2，3，…100 中取两个数相乘，其积能被 3 除尽的有几对?

四十二、把 8 个同学平均分成 4 组到 4 辆公共汽车里参加劳动，如果以同样两个人在不同汽车上劳动作为不同情况，问有几种不同的分法?

四十三、求$\left(\sqrt[3]{a} - \dfrac{1}{\sqrt{a}}\right)^{10}$展开式中不含 a 的项。

四十四、已知$\left(2\sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ 展开式中第 5 项的系数与第 6 项的系数相等，求含 x 的一次幂的项。

四十五、求$\left(1 + x + \dfrac{1}{x}\right)^4$ 展开式中不含有 x 的项。

四十六、求 $(1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots + (1+x)^{n+2}$展开式中 x^2 项的系数。

四十七、设 $(1-x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_7x^7$，求 $a_0 + a_2 + a_4 + a_6$ 的值。

四十八、如果 $(1+x)^2(1-x+x^2)^k$ 的展开式中 x^2 的系数是 3，求 k 的值。

四十九、证明下列恒等式：

1. $\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha} = -\dfrac{1}{2}\mathrm{tg}2\alpha$

2. $\dfrac{\sin^2 x}{\sin x - \cos x} - \dfrac{\sin x + \cos x}{\mathrm{tg}^2 x - 1} = \sin x + \cos x$

3. $\dfrac{\sin x-\sin y}{\sin(x+y)}=\dfrac{\sin\frac{1}{2}(x-y)}{\sin\frac{1}{2}(x+y)}$

4. $\sin x\left(1+\operatorname{tg}x\cdot\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}\right)=\operatorname{tg}x$

5. $\dfrac{\operatorname{ctg}^2x-1}{\operatorname{ctg}^2x+1}=\cos 2x$

6. $\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2}\right)=\dfrac{1}{\cos x}$

7. $\dfrac{\sin(2\alpha+\beta)}{\sin\alpha}-2\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$

8. $\operatorname{tg}x\operatorname{tg}2x\operatorname{tg}3x+\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}2x=\operatorname{tg}3x$

9. $\dfrac{3+4\cos 2x+\cos 4x}{3-4\cos 2x+\cos 4x}=c\operatorname{tg}^4x$

10. $(\cos\alpha+\cos\beta)^2+(\sin\alpha+\sin\beta)^2=4\cos^2\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$

11. $\sin^6+\cos^6x=1-\dfrac{3}{4}\sin^22x$

五十、证明 $\cos20°\cdot\cos40°\cdot\cos80°=\dfrac{1}{8}$

五十一、证明 $\cos\dfrac{\pi}{7}+\cos\dfrac{3\pi}{7}+\cos\dfrac{5\pi}{7}=\dfrac{1}{2}$

五十二、在$\triangle ABC$中，求证：

1. $\operatorname{tg}A+\operatorname{tg}B+\operatorname{tg}C=\operatorname{tg}A\cdot\operatorname{tg}B\cdot\operatorname{tg}C$

2. $\dfrac{\cos A}{\sin B\sin C}+\dfrac{\cos B}{\sin C\cdot\sin A}+\dfrac{\cos C}{\sin A\sin B}=2$

五十三、求下列各式的值：

1. $\sin\left[\arcsin\left(-\dfrac{3}{5}\right)\right]$

2. $\cos\left[\arcsin\dfrac{2}{3}\right]$

3. $\sin\left(2\arcsin\dfrac{1}{3}\right)$

4. $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}+\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

5. $\arccos\left[\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right]$

6. $\operatorname{tg}(2\operatorname{arcctg}2)$

7. $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg}\dfrac{1}{2}\right)$

第二节　几　　何

一、已知一个圆锥的底面半径为 R，高为 H。在其中有一个高为 x 的内接圆柱。1°求圆柱的侧面积。2°x 为何值时，圆柱的侧面积最大？

二、圆锥的全面积是 $5\pi \text{cm}^2$，侧面展开图的扇形圆心角为 $90°$，求圆锥的体积。

三、如果底面直径等于高的圆锥，其体积等于半径为$\sqrt[3]{4}$的球的体积，求圆锥底面的半径。

四、球的半径为 R，当内接这球面的圆锥的体积取最大值时，求圆锥的高。

五、圆柱的全面积为定值 S，当圆柱的体积取最大值时，求高与底面半径之比的值。

六、正方体的全面积是 a^2，它的顶点都在球面上，求这个球的表面积。

七、已知过球面上 A，B，C 三点的截面和球心的距离等于球半径的一半，且 $AB = BC = CA = 2$，求球面的面积。

八、已知体积为 8cm^3 的长方体的表面积为 32cm^2，且它的长、宽、高成等比数列，求该长方体的所有棱的长度之和。

第二章　函数与极限

第一节　函　　数

一、求下列函数的定义域：

1. $y=\sqrt{x^2-3x+2}$

2. $y=\sqrt{\dfrac{x+1}{(1-x)(3-x)}}$

$y=\lg\dfrac{1+x}{1-x}$

4. $y=\sqrt{x+2}+\dfrac{1}{\lg(1-x)}$

5. $y=\arcsin\dfrac{x-3}{2}$

6. $y=\arcsin\left(\lg\dfrac{x}{10}\right)$

7. $y=\sqrt{3-x}+\sin\sqrt{x}$

8. $y=\lg\dfrac{x}{x-2}+\arccos\dfrac{3x-1}{5}$

9. $y=\lg[\lg(x-1)]$

10. $y=\begin{cases}\dfrac{1}{x+1} & x<-1\\[2mm] \dfrac{x}{2x-1} & \dfrac{1}{2}<x<1\\[2mm] 2^x & 1\leqslant x\leqslant 2\end{cases}$

11. 如果函数 $y=\lg(kx^2-3x+2k)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，求 k 的取值范围。

二、下列各题中，函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否相同？

1. $f(x)=\frac{1}{1+x}$,　$g(x)=\frac{x-1}{x^2-1}$

2. $f(x)=\sqrt{x^2}$,　$g(x)=(\sqrt{x})^2$

3. $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$,　$g(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$

4. $f(x)=\sqrt{(1-x)^2}$,　$g(x)=1-x$

5. $f(x)=\lg x^2$,　$g(x)=2\lg x$

6. $f(x)=\lg\sqrt{x}$,$g(x)=\frac{1}{2}\lg|x|$

7. $f(x)=\lg\frac{x-2}{x+2}$,$g(x)=\lg(x-2)-\lg(x+2)$

8. $f(x)=\lg(x^2-4)$,$g(x)=\lg(x-2)+\lg(x+2)$

9. $f(x)=\sin(\arcsin x)$,$g(x)=x$

10. $f(x)=x$,$g(x)=\arccos(\cos x)$

三、判别下列函数$f(x)$的奇偶性:

1. $f(x)=\frac{1}{2}(a^x+a^{-x})$　$(a>0,\ a\neq1)$;

2. $f(x)=\frac{1}{2}(a^x-a^{-x})$　$(a>0,\ a\neq1)$;

3. $f(x)=\frac{a^x+1}{a^x-1}$　$(a>0,\ \neq1)$

4. $f(x)=\sin x-tgx$

5. $f(x)=\lg\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$

6. $f(x)=\lg\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$

7. $f(x)=g(x)-g(-x)$,其中$g(x)$定义于$(-\infty,+\infty)$

8. $f(x)=g(x)\left(\frac{1}{a^x+1}-\frac{1}{2}\right)$,其中$g(x)$是奇函数,$a>0$,$a\neq1$

9. 若$f(x)$满足$2f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{2}{x}$

四、解下列各题:

1. 若$f(x+1)\ x^2-1$,求$f(x)$;

2. 若$f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$,求$f(x)$;

3. 若$f\left(\sin\frac{x}{2}\right)=1+\cos x$,求$f\left(\cos\frac{x}{2}\right)$

4. 若$f(x)=\begin{cases}2x+1 & x\geqslant0\\ x^2+4 & x<0\end{cases}$　求$f(x-1)$

5. 若$f(x)=\begin{cases}0 & x>0\\ 1 & x\geqslant0\end{cases}$　求$f(x)-f(x-1)$

6. 若$f(x)=\begin{cases}1 & |x|\leqslant1\\ 0 & |x|>1\end{cases}$　求$f(f(x))$

7. 若$f(x)=\begin{cases}2x & x\leqslant0\\ 0 & x>0\end{cases}$　$\varphi(x)=x^2-1$,求$f(\varphi(x))$

8. 若$f(x)=\begin{cases}1 & x>0\\0 & x\leqslant 0\end{cases}$　　$g(x)=\begin{cases}x-1 & x\geqslant 1\\1-x & x<1\end{cases}$

求$g(f(x))$

五、设函数$f(x)$的定义域是$[0,1]$，求下列函数的定义域：

1. $f(x^2)$　　2. $f(x+1)$

3. $f(e^x)$　　4. $f(\lg x)$

5. $f(x+a)-f(x-a)$，$(a>0)$

六、求下列函数的反函数：

1. $y=\dfrac{10^x+10^{-x}}{10^x-10^{-x}}+1$

2. $y=\sqrt{1-x^2}$　$(-5\leqslant x\leqslant 0)$

3. $y=\log_a\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$

4. $y=2\sin 3x$　$\left(\dfrac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right)$

5. $y=1+2\sin\dfrac{x-1}{x+1}$　$(x\geqslant 0)$

6. $y=\arccos\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$

7. $y=\begin{cases}x^3 & -\infty<x\leqslant 0\\ \log_2(2+x) & 0<x\leqslant 6\\ x^2-10x+27 & 6<x\end{cases}$

第二节　极　　限

一、求下列极限：

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{27}+\cdots+(-1)^{n-1}\dfrac{1}{3^{n-1}}\right)$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+\cdots+n}{n^2}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+a+a^2+\cdots+a^n}{1+b+b^2+\cdots+b^n}$　$(|a|<1,\ |b|<1)$

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{1}{1\cdot 3}+\dfrac{1}{2\cdot 4}+\dfrac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+2)}\right]$

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\left(\sqrt{n^2+1}+n\right)^2}{\sqrt[3]{n^6+1}}$

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\sin(n!)}{n^2+1}$

8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+x-6}{x-2}$

9. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+3x+2}{x^3+2x^2-x-2}$

10. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{3}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}$

11. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3-x}-\sqrt{1+x}}{x^2-1}$

12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$

13. $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$

14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt[4]{1+2x}-1}$

15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[7]{(x+1)^5}-1}{x}$

16. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{2}{x^2-1}\right)$

17. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^n-1}{x-1}$　$(n\in\mathrm{N})$

18. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}$

19. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-2x-x^2}-(1+x)}{x}$

20. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[n]{1+x}-1}{x}$　$(n\in\mathrm{N},\ n\geqslant 2)$

21. $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)$

二、求下列极限：

1. $\lim\limits_{n\to\infty}2^n\sin\dfrac{x}{2^n}$

2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(x^2-1)}{x-1}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x^2)\cos\dfrac{1}{x}}{x}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}(2x+x^2)}{x}$

5. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\sin x}{\pi-x}$

6. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x^2}{\sin \pi x}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$

8. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}}\mathrm{tg}3x\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-x\right)$

9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}x-\sin x}{x^3}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x-\sin 3x}{x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\operatorname{tg}2x}$

12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}x}{x}$

13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}2x}{\sin 3x}$

14. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2-x}{2}\right)^{\frac{2}{x}}$

15. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{3+x}{2+x}\right)^{x}$

16. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+\frac{1}{2}}$

17. $\lim\limits_{x\to 0}(1+3\operatorname{tg}^2x)^{\operatorname{ctg}^2x}$

18. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\csc^2x}$

三、求下列极限：

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x+\sin^2x}{\sin 2x-x^2}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+\sin x-\cos x}{1+\sin\beta x-\cos\beta x}\quad(\beta\neq 0)$

3. $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}$

4. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}}\dfrac{\operatorname{tg}x\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)}{1-2\sin x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x\sqrt{\cos 2x}}{x^2}$

6. $\lim\limits_{n\to \infty}\left(\cos\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{4}\cdots\cos\dfrac{x}{2^n}\right)$

7. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}(1+\cos x)^{3\sec x}$

8. $\lim\limits_{n\to +\infty}n\sqrt{n}\left(\operatorname{tg}\dfrac{x}{\sqrt{n}}-\sin\dfrac{x}{\sqrt{n}}\right)$

9. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{1-2\cos x}$

10. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{x^3}{2x^2-1}-\dfrac{x^2}{2x-1}\right)$

11. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+x^2+\cdots+x^n-n}{x-1}$

12. $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+a}-\sqrt{x})$

13. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{n+1}-(n+1)x+n}{(x-1)^2}$

14. $\lim\limits_{x\to+\infty}x\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}-2\sqrt{x}\right)$

15. $\lim\limits_{x\to a+0}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{a}+\sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2-a^2}}$　$(a>0)$

四、若$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-2x+k}{x-3}=4$，求常数 k 的值。

五、已知$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+ax+b}{1-x}=5$，求常数 a，b 的值。

六、已知$\lim\limits_{x\to\infty}\left(ax+b-\dfrac{x^3+1}{x^2+1}\right)=0$，求常数 a，b 的值。

七、已知$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{ax^2+bx+1}\right)=1$，求常数 a，b 的值。

八、若$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+ax+b}{\sin(x^2-1)}=3$，求常 a，b 的值。

九、若$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+c}{x-c}\right)^x=4$，求常数 c 的值。

十、设$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+a^2}-a}{\sqrt{x^2+1}-1} & (a>0)\quad -1<x<0\\[2ex] \dfrac{(m-1)x-m}{x^2-x-1} & (m\neq 0)\quad 0\leqslant x\leqslant 1\end{cases}$

问常数 a 为何值时，极限$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$存在？

十一、当 $x\to 0$ 时，下列函数是关于 x 的多少阶无穷小？

1. $1-x-\dfrac{2}{2+x}$

2. $2\sin x-\sin 2x$

3. $\sqrt{1+x^4}-\sqrt{1-x^4}$

十二、如果当 $x\to 0$ 时无穷小量 $1-\cos x$ 与 mx^n 等价，其中 m，n 为常数，求 m，n 的值。

第三节　连 续 函 数

一、指出下列函数的间断点及其类型，若是可去间断点，则补充定义函数值使其连续。

1. $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-4x+3}$

2. $y=\sin x\cos\dfrac{1}{x}$

3. $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{x}$

4. $y=e^{-\frac{1}{x^2}}$

5. $y=(1+x)\operatorname{arctg}\dfrac{1}{1-x^2}$

6. $y=\dfrac{x^2-x}{|x|(x^2-1)}$

7. $y=\begin{cases}\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x} & x>0\\ 1 & x\leqslant 0\end{cases}$

8. $y=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+x)}{x} & x>0\\ \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} & -1\leqslant x<0\end{cases}$

9. $y=\begin{cases}\cos\dfrac{\pi}{2}x & |x|\leqslant 1\\ |x-1| & |x|>1\end{cases}$

二、设

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}\sin x & x<0\\ k & x=0\\ x\sin\dfrac{1}{x}+1 & x>0\end{cases}$$

求常数 k 的值，使 $f(x)$ 在定义域上连续。

三、设

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x} & -\pi<x<0\\ b & x=0\\ \dfrac{\ln(1+2x)}{x}+a & x>0\end{cases}$$

问：a，b 为何值时 $f(x)$ 在定义域上连续。

四、设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin ax}{\sqrt{1-\cos x}} & -\pi<x<0\\ b & x=0\\ \dfrac{1}{x}[\ln x-\ln(x^2+x)] & x>0\end{cases}$

求常数 a，b 的值，使 $f(x)$ 在定义域上连续。

五、求下列极限：

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{\sin 2x}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{(e^x-1)\ln(1+x)}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}x}{\ln(1+\sin x)}$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}x(e^{\frac{1}{x}}-1)$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{-x}}{\operatorname{tg}x}$