

普通高等教育规划教材

工程力学基础

徐博侯 陶伟明 应祖光 编著



普通高等教育规划教材

工 程 力 学 基 础

徐博侯 陶伟明 应祖光 编著
范钦珊 主审



机 械 工 业 出 版 社

本书根据浙江大学基础力学教学改革的经验 and 理论力学与材料力学这两门课程所研究的力的两方面效应——运动效应和变形效应，对其本质上一致的地方和不同之处以平衡法和能量法（拉格朗日力学）作为两条贯通主线进行融合。在保证力学正确性的前提下，放弃数学上的推导或者将有关数学问题放到附录中讲述。特别强调基本概念和基本原理，而把培养解题技巧放到第二位。在讲静力学时，不仅使学生熟悉求解作用在物体上的外力的方法，同时也使学生熟悉求解作用在梁和杆件上的内力的方法。突出能量原理，针对不同对象，采用相同的原则进行反复的处理，易于学生熟练掌握。另外，每章后面还附加了一些精心编选的思考题和习题，加强学生的训练环节。

本书包括：绪论，物体的受力分析与平衡，杆件的内力分析，弹性杆件的应力和位移，应力状态、应变状态和强度理论，运动学，牛顿动力学方程，离散系统的拉格朗日方程，弹性杆件的拉格朗日方程，杆件稳定性，振动理论初步及相关附录等内容。本书适合于机械工程、土木工程、航空航天、材料工程等专业的基礎力学课程教学使用。为便于教师讲授本教材，配套编制了电子教案，教师可登录机械工业出版社教材网（<http://www.cmpedu.com>）免费下载使用。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学基础/徐博侯, 陶伟明, 应祖光编著. —北京: 机械工业出版社, 2008. 7
普通高等教育规划教材
ISBN 978 - 7 - 111 - 24489 - 9

I. 工… II. ①徐…②陶…③应… III. 工程力学 - 高等学校 - 教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 095474 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 季顺利 责任校对: 刘志文

封面设计: 姚毅 责任印制: 李妍

北京蓝海印刷有限公司印刷

2008 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 27 印张 · 671 千字

标准书号: ISBN 978 - 7 - 111 - 24489 - 9

定价: 40.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

销售服务热线电话: (010) 68326294

购书热线电话: (010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话: (010) 88379729

封面防伪标均为盗版

序

浙江大学国家工科力学教学基地徐博侯教授等编写《工程力学基础》一书是基于作者的高学术水平与多年的教学经验，把传统的理论力学与材料力学两门力学基础课程从更高的层次上的融合与统一。与已出版的同类教材相比，具有明显的特色与优点，今分述如下：

按过去的习惯，理论力学（或更广泛而言，“一般力学”）以具有有限自由度的离散系统为研究对象，材料力学以具有无限自由度的连续系统为研究对象。而本书的讲授体系不是按研究的对象来区分，而是按研究的方法来区分，把平衡法（牛顿力学）与能量法（拉格朗日力学）两条红线贯穿于整个工程力学。能量法占的比重比较大，约占全书的40%，例如拉格朗日方程，不仅用于离散系统，而且也用于连续系统；由拉格朗日方程引导出平衡稳定性的概念与求解方法也兼适用于离散系统与连续系统。因此使学生能从能量法的更高角度把握“工程力学”的体系，这个体系将有助于给学生后续的弹性力学等课程打下良好的基础，因为后续的弹性力学仅仅是本书中连续系统从一维到三维的推广而已。

本书对力学的基本原理与基本概念的叙述既严格而又细腻透彻，这一点在仔细阅读本书的过程中可以感受到。举几个典型例子：在第2章讲授力系的等效时，特别强调所谓等效是指力的运动学效应意义下的等效，并藉此强调第1章中介绍的圣维南原理的重要意义。在第4章中讲授梁弯曲的克希霍夫各假定时，把每个假定在推导过程中起的作用阐述得很清楚（而不是像有些教材中只是笼统的一句“横截面位移后仍然保持平面”，同时阐明这些假定的实质。在第10章中对稳定性概念讲授很科学、严格、细致（不像有些教材中简单而笼统的提“除去干扰后构件能否回复到初始平衡构形”作为稳定性定义）。

本书还配有思考问题、习题，在保证最低要求的基础上，给不同层次的学生以不同水平的发展空间。

总之，本书是一本切中时弊、体系新颖、能帮助学生从更高的观点掌握工程力学基础的好教材。我认为教学方法固然很重要，但教学改革的关键在于教学体系的更新。我深信本书的出版必将有助于提高大学本科基础力学的教学质量。

清华大学

2007年12月

前 言

1997年浙江大学建立了国家工科力学教学基地，而教学基地的核心工作是课程体系改革，因而学校领导根据当时教育部工科力学课程教学指导委员会的要求，明确要求我们编写出一部能贯穿传统的理论力学和材料力学的贯通式教材。经过十年的努力和试用（以讲义和教材形式），积累了大量的经验和教训，在总结、修改的基础上，使这本教材以崭新的面貌呈现在读者面前。

传统的工科力学，分成理论力学和材料力学两部分来进行讲述。由于这两部分内容长期分离，风格各异，又各自形成一套相对独立的体系，从而使学生往往产生错觉，体会不到这两门课程背后一种更高层次上的统一性，也看不到两者基本的差异及由此产生的异同。事实上这两门课程研究的是力的两方面效应：运动效应和变形效应，它们有很多在本质上一致的地方，而不同之处是由于对力的效应的研究角度不同所引起的。近年来，国际上力学界出现了一些把这两门（甚至更多）课程贯通在一起的尝试，例如德国的马格努斯教授等的“工程力学”（张维，等译，北京理工大学出版社，1997）就是一例。在讨论贯通式教材大纲时，我们认为，仅仅用牛顿力学（即平衡）来贯通这两门课程似乎太单薄了，容易搞成模块式，从而需要另找出一条贯通主线来，最后我们决定同时采用平衡法和能量法（拉格朗日力学）作为两条贯通主线。平衡法实质上就是物理课中已知的牛顿力学，对学生来说容易接受；而能量法尽管在传统的理论力学和材料力学中均有所介绍，但总的来说不够系统，远远没有显示出其所具有的威力。本课程之所以强调能量法，主要是出于以下两个考虑：首先，比起力来，能量是一个更基本的概念，它一方面容易扩充到其他领域（如电磁、热等），另一方面也能处理一些仅用力平衡无法解决的问题，例如极值型稳定性问题；其次，能量法便于数值计算，这对力学在工程中的应用是特别重要的。当然用能量法也有其困难之处，因为相对力来说，能量的概念比较抽象，学生需要有个熟悉过程，且所需用到的数学知识也比较多一些。为了绕过教学上的一些困难，我们采用了在保证力学正确性的前提下放弃数学上推导性的办法，或者将有关数学问题放到附录中讲述。

除了上面提到的贯通式外，本书还有下面两个特点。一是特别强调基本概念和基本原理，而把培养解题技巧放到第二位。这一点体现在对基本概念（如弯曲的克希霍夫假定）的叙述和讨论上舍得化较多的篇幅；另外每章后面还附加了一些精心编选的思考题（建议读者在学完每章内容后，把思考题认真做一下，这对深入理解这一章的内容是大有好处的）。二是大部分例题的解答都叙述得比较简洁。这一方面是希望读者能自己动手，按提示完成详细解答，以熟悉相关内容；另一方面更希望能养成思维简洁的习惯，即对一个具体问题先考虑解答的框架，然后再具体完成它。

书稿完成后，曾寄给清华大学的黄克智教授和北京大学的武际可教授，承蒙他们提出了宝贵的意见和热情的鼓励，对此我们深表感谢。先后参加这项工作的（除编著者外）还有

吴淇泰教授、许金泉教授、沈新荣副教授，研究生毕国丽、于富军、章惠全和陈伟梁等参加了插图绘制、习题答案的校核等工作，在此一并致谢。

本书由范钦珊教授主审，范钦珊教授对书稿提出了许多宝贵意见，使本书减少了错误，提高了水平。在此表示衷心的感谢。

由于编著者水平有限，加之对这一新体系教材缺乏足够的教学经验，错误和不足之处在所难免，恳请广大教师和读者批评指正。

于浙江大学
2007 年 11 月

目 录

序

前言

主要符号表

第 1 章 绪论 1

1.1 力学和工程力学基础课程 1

1.1.1 力学简介 1

1.1.2 设置工程力学基础课程的目的 1

1.1.3 课程的主要内容 3

1.2 力学模型 3

1.2.1 物理性质的简化 4

1.2.2 几何形状的简化 4

1.2.3 约束 5

1.3 小结 9

第 2 章 物体的受力分析与平衡 10

2.1 受力分析 11

2.2 力系的等效 14

2.2.1 力矩 14

2.2.2 主矢和主矩 16

2.2.3 等效力系定理 17

2.3 力系的平衡 21

2.3.1 几种特殊情形 21

2.3.2 例 22

2.4 静定与超静定结构 27

2.4.1 几何可变体系和几何不变体系 27

2.4.2 约束 28

2.4.3 静定结构的组成规律 29

2.4.4 求静定结构的约束力 31

2.5 刚化原理 32

2.6 几个专门问题 34

2.6.1 重心 34

2.6.2 摩擦 38

2.7 小结 43

思考题 44

习题 45

第 3 章 杆件的内力分析 52

3.1 杆的几何特征与基本变形 52

3.2 杆横截面上的内力 53

3.3 平衡方程 54

3.3.1 平面载荷作用的情形 55

3.3.2 扭转力偶作用的情形 57

3.3.3 一般情形 58

3.4 平衡方程的应用 58

3.4.1 杆的拉压与桁架 58

3.4.2 梁的横力弯曲 62

3.4.3 轴的扭转 66

3.4.4 其他情形 67

3.5 小结 69

思考题 69

习题 70

第 4 章 弹性杆件的应力和位移分析 77

4.1 杆内的应力和应变 77

4.2 杆的拉伸与压缩 79

4.2.1 杆的拉伸与压缩的平面假定 79

4.2.2 拉伸与压缩的变形 80

4.3 杆的弯曲 83

4.3.1 杆的弯曲假定 84

4.3.2 弯曲正应力的计算 87

4.3.3 横力弯曲引起的切应力 92

4.3.4 弯曲变形 94

4.4 杆的扭转 99

4.4.1 圆轴的扭转 99

4.4.2 圆轴的扭转变形 102

4.4.3 非圆截面杆的扭转	103	5.6.2 拉压杆的强度设计	150
4.4.4 薄壁杆件的扭转	105	5.6.3 连接件的工程假定设计	151
4.5 叠加法	108	5.6.4 梁的强度设计	154
4.5.1 变形的可加性	109	5.6.5 圆轴的强度设计	159
4.5.2 多个载荷存在的情形	109	5.7 小结	161
4.5.3 组合变形的情形	112	思考题	162
4.5.4 超静定结构	113	习题	163
4.6 小结	115		
思考题	115	第6章 运动学	170
习题	116		
第5章 应力状态、应变状态和强度理论	123	6.1 运动学模型与参考系	170
5.1 一点应力状态	123	6.1.1 运动学模型	170
5.1.1 应力状态	123	6.1.2 参考系	172
5.1.2 主应力	127	6.2 质点的运动	172
5.1.3 一般三维应力状态	131	6.2.1 速度和加速度	172
5.2 应变状态和广义胡克定律	133	6.2.2 直角坐标的描述	172
5.2.1 应变状态	133	6.2.3 自然坐标的描述	173
5.2.2 广义胡克定律	135	6.2.4 极坐标和柱坐标的描述	174
5.3 应变能	136	6.3 刚体的简单运动	176
5.3.1 应变能密度	137	6.3.1 刚体的平行移动	176
5.3.2 体积改变能密度和形状改变能密度	137	6.3.2 刚体绕定轴转动	177
5.3.3 杆的应变能	139	6.4 刚体的平面运动	178
5.4 构件的失效与强度理论	141	6.4.1 基点的选择对平动和转动的 影响	178
5.4.1 构件的失效形式	141	6.4.2 平面图形上各点的速度	179
5.4.2 强度与强度准则	142	6.4.3 平面图形上各点的加速度	181
5.4.3 强度准则的一般形式	146	6.4.4 刚体绕平行轴转动的合成	182
5.5 无应力奇异时的强度准则	146	6.5 刚体绕定点转动	183
5.5.1 最大拉应力准则(第一强度理论)	147	6.5.1 刚体绕定点运动的描述	183
5.5.2 最大伸长线应变准则(第二强度理论)	147	6.5.2 刚体绕定点运动的角速度和 角加速度	185
5.5.3 最大切应力准则(第三强度理论)	147	6.5.3 刚体绕定点运动时各点的 速度和加速度	186
5.5.4 最大形状改变能密度准则(第四强度理论)	148	6.5.4 刚体的一般运动	186
5.5.5 强度理论的讨论	149	6.6 点的复合运动	187
5.6 杆件的静力学强度设计	149	6.6.1 速度合成定理	187
5.6.1 一般设计原则	149	6.6.2 加速度合成定理	188
		6.7 小结	190
		思考题	191
		习题	192
		第7章 牛顿动力学方程	198
		7.1 质点动力学基本定律	198

7.1.1 质点运动的微分方程	198	8.3.2 广义力	259
7.1.2 质点相对运动的微分方程	199	8.3.3 保守力	260
7.1.3 质点动力学的两类基本问题	199	8.3.4 第二类拉格朗日方程成立的 条件及讨论	264
7.2 质点系的动量定理	202	8.4 拉格朗日方程对平衡问题的 应用	265
7.2.1 动量定理	202	8.4.1 平衡时的拉格朗日方程	265
7.2.2 变质量体问题	204	8.4.2 平衡点的稳定性	267
7.2.3 质心的运动定理	205	8.5 小结	270
7.3 质点系的动量矩定理	206	思考题	272
7.3.1 质点系的动量矩	206	习题	273
7.3.2 质点和质点系的动量矩定理	210		
7.3.3 刚体绕定轴转动的微分方程	213		
7.4 动能定理	215	第9章 弹性杆件的拉格朗日方程	279
7.4.1 质点和质点系的动能	215	9.1 连续系统的拉格朗日方程	279
7.4.2 功、功率	216	9.1.1 直杆的纵向运动	279
7.4.3 质点和质点系的动能定理	221	9.1.2 杆的横向运动	283
7.4.4 势能、机械能	225	9.1.3 连续系统的小结	285
7.5 动静法	227	9.2 弹性杆件的最小势能原理	288
7.5.1 惯性力及达朗贝尔原理	227	9.2.1 杆件变形的拉格朗日函数	288
7.5.2 刚体惯性力系的简化	229	9.2.2 最小势能原理	289
7.5.3 绕定轴转动刚体的轴承附加动 反力	233	9.2.3 例题	291
7.6 小结	235	9.3 线性弹性问题的几个基本 定理	295
思考题	235	9.3.1 虚位移原理和单位载荷法	295
习题	236	9.3.2 功互等定理	298
第8章 离散系统的拉格朗日方程	243	9.4 小结	302
8.1 理想约束、虚位移原理和 达朗贝尔—拉格朗日方程	243	思考题	303
8.1.1 虚位移	244	习题	304
8.1.2 理想约束	246		
8.1.3 虚位移原理	248	第10章 杆件稳定性	308
8.1.4 理想约束条件下力学系统的 达朗贝尔—拉格朗日方程	252	10.1 稳定性概念	308
8.2 完整约束和广义坐标	254	10.1.1 分支点失稳	309
8.2.1 完整约束	254	10.1.2 极值点失稳	310
8.2.2 非完整约束	256	10.2 稳定性分析方法	312
8.2.3 广义坐标	256	10.2.1 静力法	312
8.2.4 各类约束的比较	257	10.2.2 能量法	313
8.3 理想、完整系统的拉格朗日 方程	257	10.3 压杆稳定性	315
8.3.1 第二类拉格朗日方程	257	10.4 小结	322
		思考题	322
		习题	323

第 11 章 振动理论初步	328
11.1 单自由度振动	328
11.1.1 模型与方程	328
11.1.2 无阻尼自由振动	329
11.1.3 有阻尼的自由振动	330
11.1.4 受迫振动	332
11.1.5 等效质量、等效刚度和等效 阻尼	336
11.1.6 隔振	340
11.2 多自由度系统的振动	342
11.2.1 运动方程、自由振动	343
11.2.2 耦合与坐标变换	344
11.2.3 振型的正交性、振型展开 定理	347
11.2.4 无阻尼受迫振动	350
11.2.5 多自由度系统的阻尼	351
11.3 无限自由度系统的振动	352
11.3.1 固有振动	352
11.3.2 杆的纵向振动	354
11.3.3 杆的横向振动	356
11.3.4 数值计算	359
11.4 小结	360
思考题	361
习题	361
附录	367
附录 A 矢量	367
A.1 矢量及其表示	367
A.2 矢量的代数运算	367
A.2.1 数乘	367
A.2.2 加法	367
A.2.3 标量积 (内积)	368
A.2.4 矢量积 (外积)	369
A.3 变矢量的导数	370
A.4 矢量系的等效	370
A.4.1 滑动矢量系等效的基本性质	371
A.4.2 两个共面滑动矢量的简化	372
A.4.3 一般滑动矢量系的简化	372
附录 B 平面图形的几何性质	373
B.1 静矩和形心	373
B.2 惯性矩、惯性积和惯性半径	374
B.3 坐标变换	375
B.3.1 坐标系平移	375
B.3.2 坐标系转动	376
习题	378
附录 C 实对称矩阵	379
C.1 实对称矩阵	379
C.2 正交矩阵	382
C.3 对称矩阵的特征值性质	383
C.4 广义特征值	385
C.5 对称矩阵特征值的极值原理	386
习题	388
附录 D 刚体一般运动的动力学 方程	389
D.1 刚体的转动惯量和惯量积	389
D.2 刚体绕定点转动的动力学方程	390
D.3 刚体一般运动的动力学方程	391
习题	391
附录 E 变分法简介和哈密尔顿 原理	393
E.1 变分法简介	393
E.1.1 泛函与泛函的极值	393
E.1.2 变分	395
E.1.3 欧拉方程	398
E.1.4 条件极值	400
E.1.5 二阶变分	402
E.1.6 直接法	403
E.2 哈密尔顿原理	404
E.2.1 拉格朗日方程	404
E.2.2 连续系统的情形	405
E.2.3 初值条件	406
E.2.4 非保守系统	406
习题	406
附录 F 习题答案	407
参考文献	420

第1章 绪论

1.1 力学和工程力学基础课程

1.1.1 力学简介

力学是以物质宏观的机械运动（以下简称机械运动）作为研究对象，而平衡是机械运动的一种特殊形式。机械运动是自然界诸多运动中最常见、最普遍的一种运动，也是最容易被人们的感觉所感知的运动。理解了机械运动将对了解其他形式的运动带来很大的好处，这就是为什么力学是在物理学中最早得到充分发展，而且早期物理学的很多分支，像热力学、电动力学、统计力学、量子力学等都被冠以“力学”的名称的原因；这也是近几年来几乎覆盖所有自然科学的非线性科学首先在力学中获得发展的原因之一。

力学本是物理学的一个分支，而物理学科的发展就是从力学开始的。在物理学中，人们曾用纯力学理论解释机械运动以外的各种形式的运动，如热、电磁、光和原子内的运动等。进入20世纪后，发现在微观世界里，经典力学的一些规律不再适用了，物理学的主要精力就集中于探求微观世界的未知规律上，力学则在工程技术的推动下继续探求宏观世界的规律，成为与物理学并列的一门学科。现代力学中的一个重要分支是工程力学，这是一门技术科学，是许多工程技术的理论基础，又在广泛的应用过程中不断得到发展。当工程学还只有民用工程学（即土木工程学）和军事工程学两大分支时，力学在这两个分支中已起着举足轻重的作用。工程学越分越细，各个分支中许多关键性的进展都有赖于力学中有关运动规律、强度、刚度、稳定性等问题的解决。力学和工程学的结合促使工程力学各分支的形成和发展。现在，无论历史较久的土木工程、水利工程、机械工程、船舶工程等，还是后起的航空工程、航天工程、核技术工程、生物医学工程、海洋工程、信息技术工程等，都还在不断给工程力学提出新的问题、新的要求。工程力学作为一门技术科学，并不能代替工程学，工程力学的任务是指出工程技术中解决力学问题的途径（这一点往往是很关键的），而工程学则是从更综合的角度考虑具体任务的完成。

1.1.2 设置工程力学基础课程的目的

所谓工程力学基础指的是工程力学的基础部分。为了保证工程结构或机械的正常工作，构件应当按规定的要求运动，应当有足够能力负担起应当承受的载荷，即满足运动、强度、刚度和稳定性的要求，这些就是工程力学基础的主要内容，它是工科专业的基础课。在这里，重点放在引入重要的概念、基本定律和处理方法，而不是企图完整地介绍内容；对那些需要深入学习力学知识的读者，指出进一步发展的道路并找到与此相衔接的力学分支。课程

的目标包括以下三个层次：

1. 为工程专业的学生提供必要的力学知识

正如前面所提到的，力学在工程科学中是必不可少的，而这门课程中提供的像运动（振动）、刚度、强度、稳定性等概念可以说遍及工程学科的所有领域。目前有种说法：由于现在有各种专用的力学计算的计算机软件，力学计算知识的掌握显得不像以前那么重要。但实际上，要正确使用这些软件，特别是在对新的设计对象提出符合实际要求的力学模型方面，力学知识特别是准确的基本概念仍是必不可少的。

2. 培养各种能力

这门课程的最主要目的应当在这个层次上。具体说，它将着重培养以下几方面的能力：

• 把握物体运动规律的能力

因为机械运动是自然界最基本的运动形式之一，也是最被人们所感知的运动之一，所以透彻了解机械运动，不但有助于理解与机械运动有关的自然现象和技术，而且通过类推，能理解很大一部分其他形式的运动所反映的规律。

• 建模能力

模型的建立和简化，也就是把一个具体的工程问题，根据其特点，建立可以进行分析的模型，是对科技工作者的基本要求。工程力学基础的一个特点，就是针对具体工程对象，抓住主要的本质的内容，忽略次要的内容，建立适用于解决具体工程问题的模型，并进一步讨论模型的适用范围。工程力学基础中提到的刚体、质点、弹性体、杆等，就是针对不同的对象提出的相应的模型。

• 分析能力

在建立模型的基础上，进一步利用理论、数值、实验等方法，对具体问题进行进一步分析，这在科学技术中是极为重要的。工程力学基础可以作为灵活应用各种分析方法的一个典范。

• 把握整体和局部关系的能力

描述复杂的自然现象至少可以分为两大类：一类是刻画局部的性质，另一类是刻画整体的性质。用微分形式表达的力学规律是系统的局部形式，而用能量原理表达的却是系统的整体形式。由于传统的工程数学以微积分为主，所以人们往往习惯于局部分析，这也是牛顿力学的特点。这次新编写的工程力学基础教材，增加了拉格朗日力学（能量法）、即增加了整体分析的内容。通过这两类方法的学习和比较，可以培养学生把握整体与局部关系的能力。

• 直觉能力

力学中有一些抽象的概念，如应力等，是解决工程问题不可或缺的内容。这些概念的建立需要有一个过程，而一经建立，则变成一种可以感受的心理行为（即直觉）。一个经验丰富的结构工程师，不用详细计算，就能感受到何处应力大，何处应力小。在实际设计中，这种能力是不可缺少的，而这种能力可以通过本课程得到培养。

以上这些能力的培养，在工程力学基础课程中有其独特的优势。

3. 培养创新素质

在知识经济时代，素质教育的核心是培养创新精神和创新能力，这可以统称为创新素质。前面提到的所培养的各种能力，应视为培养创新素质的一部分。当然创新素质在工程力学基础中的培养不仅仅体现在内容安排上，还应体现在整个课程的全过程，包括教学形式、

方法、手段、要求等各方面。由于科学发展的迅速和职业更改的频繁（知识经济的特点之一），对大多数人来说，大学阶段所学的知识不可能全都用得上，但通过这些知识的学习所培养的能力和形成的素质将会一辈子起作用。如果一个学生通过各方面的努力，养成善于从不同方面考虑问题的习惯，能按科学的方法分析和解决问题，善于从大处着眼、小处着手，善于联想等，则今后不论从事何种工作都将得益匪浅。

1.1.3 课程的主要内容

如前面所述，这门课主要解决工程对象的运动、强度、刚度（变形）和稳定性的问题。基于课程的基础性，我们仅限于研究可以简化成质点、刚体和弹性杆件的工程构件及系统。尽管如此，这门课程中所学到的概念、方法不难推广到工程力学的其他领域中去，如水力学、板壳理论等方面。

整个课程分为两部分：牛顿力学（第2~7章）和拉格朗日力学（第8~11章），后者本质上就是能量法。在第2章中，先讲质点和刚体系统的力的分析与平衡，随后利用刚化原理和圣维南原理推广到变形体上去。第3、4章讲述一种特殊的工程构件——杆的内力、应力和位移的分析，这是传统材料力学的主要内容。第5章讲述一般的应力状态（即多向应力状态）以及常用的强度理论。以上各章均是研究静力平衡问题的。第6、7两章是传统的运动学和动力学内容，考虑到与大学物理的力学部分相衔接，所以写得比较简略。第8章讲述离散系统的拉格朗日力学，而在第9章中将有关结果推广到连续系统上去。第10、11章则是把第9章的结果应用到杆的稳定性和振动上去。这样，最后四章构成了对能量法的一个比较完整的描述。

1.2 力学模型

现代科学分析问题的一个基本方法是，先根据研究对象和问题的性质建立模型，然后再分析这些模型以得到所求的结论。由此可见，能否准确地建立模型是解决问题关键的一环。

工程力学研究的对象是物体（工程构件），研究的目的有时是对象的运动，有时是对象的约束力或内力（应力），有时是变形（位移），有时是稳定性。所谓建立模型，主要分下列两步：

- （1）根据对象的特点和研究目的，对问题进行简化。
- （2）在简化基础上，根据力学的基本规律（牛顿力学、拉格朗日力学）建立数学模型。

这里的第一步即简化，是十分重要的，能否正确地简化一个力学模型往往决定研究工作的成败。自然界的物体是多种多样的，可以说没有两个绝对一样的研究对象。所谓简化就是抓住关键的、本质的东西，大胆忽略次要的东西。简化还与研究的目的有关，譬如工程中的大部分对象，当仅仅研究其内力和变形时，则可以采用小变形假定，把问题简化；但需要研究其稳定性时，则一般不能采用这一假定。那么怎样简化模型是合理的呢？这里提出两条标准：

- 保证结果的定性是正确的。
- 保证有足够的工程精度。

怎样来验证模型的合理性呢？实践中无非是：

- 通过试验（或工程实践验证），证实其合理性。
- 通过与更精确的理论比较，证实其合理性。

下面我们就常见的几种简化进行介绍。

1.2.1 物理性质的简化

任何物体内的材料都不可能是完全均匀的，譬如难免有气孔、夹杂的情形，但如果这些缺陷的尺寸足够小，则我们往往把该物体看成是均匀的。即使像混凝土这类材料，我们在实际中往往仍按均匀材料处理。除非缺陷很大，足以影响整个应力场的分布，或造成强度的薄弱环节（譬如焊缝的气隙），需要单独处理外，本课程中所涉及的材料都按均匀材料处理。

像木材、钢筋混凝土、复合材料、单晶等材料，它们沿某一特定方向的性质与横向的性质是不一样的，这称为各向异性。除此之外，由于工程中遇到的材料各向异性的现象不很明显，所以在本课程中我们都按各向同性材料来处理。

任何物体受力以后或多或少会有变形；如果变形很小，可以忽略不计，则可当作刚体处理，否则作为变形体处理。所谓刚体，是指物体在受力和运动过程中其任意两点之间的距离和相对位置保持不变，这样一来，描述一个刚体运动只有六个独立的参数：三个平动、三个转动（见第6章）。但要描述一个变形物体的运动，则需要无限多个参数，即

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \quad (1.1)$$

例如如图 1.1，这里 $\mathbf{u} = (u \ v \ w)^T$ 为位移矢量， $\mathbf{x} = (x \ y \ z)^T$ 为该点的坐标。由于物体中有无限多个点，而这些点的位移除了彼此需要保持连续外，没有其他限制，所以其参数为无限多个。

一般来说，如果研究整个物体的运动，则往往将其视为刚体；如果需要研究物体的内力分布（即应力）或内部的相对运动（如振动），则必须将其视为变形体。有时，物体的一部分

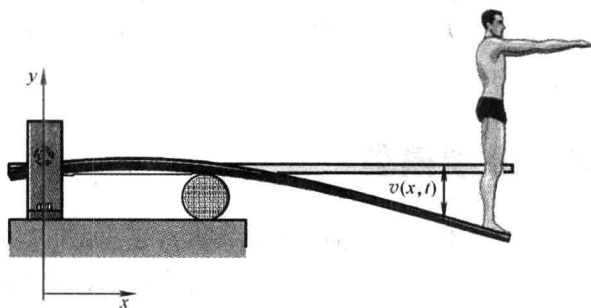


图 1.1

刚度很大（不易变形），而另一部分刚度很小，此时需要采用混合模型——刚体和变形体混合，否则问题可能因严重病态而无法处理。譬如图 1.2 所示带两块太阳能电池板的飞船，当研究其轨道运动和姿态变化时，则将整个飞船作为刚体处理；但当需要研究其内部振动时，则需将两块电池板作为变形体，而飞船体则按刚体处理，因为后者刚度比前者要大得多。

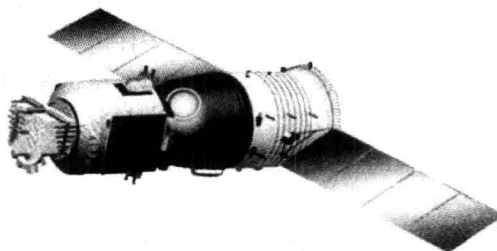


图 1.2 带太阳能电池板的飞船

1.2.2 几何形状的简化

由于测量和加工的原因，实际几何尺寸与标称尺寸之间多少有差别，但一般说来这种差别是很小的，在本课程的大部分内容中不考虑

这种差别所引起的误差。只有两类问题需要考虑这种偏差，即超静定结构的装配应力和非完善结构（体系）的稳定性问题，因为这种偏差对问题的结果起着十分重要，甚至是关键性的影响。

根据具体问题的性质，物体可简化为点（刚体）、杆或板（壳）。前面已提到，如果研究的是整个物体的运动，则可以简化为刚体运动——质心的平动和转动（转动有时称为姿态运动）；进一步若可以忽略物体的转动，则就相当于将物体简化为质点。

如果物体在一个方向上的尺度远远大于另外两个方向的尺度，则该物体可以视为杆。杆相当于一维的几何体，也就是它的所有未知量——位移、应力都可以用一个自变量（一般用 x ）的未知函数来表示。当然用这些未知函数来表示整个杆内位移和应力分布还要引入另外的（简化）假定，这一点将在第4章中进一步讨论。

如果物体的两个方向尺度远远大于另一个方向的尺度，则该物体可以简化为壳。壳是个二维的几何体，从而其未知函数都是两个自变量的函数。壳的特殊形状为板。与杆类似，我们也可以通过进一步引入简化假定来研究，不过这已不是本课程的任务了。

最一般的几何体为块体。研究变形块体属于弹性力学的任务。

1.2.3 约束

像空中飞行的炮弹、飞机，其在空间的运动没有受到其他物体的任何限制，称为自由体。而另外一类，如轨道上的机车、路面上的汽车、大楼的结构框架则不能完全自由运动，因为它们受到其他物体的限制，称为非自由体。对物体运动或变形预加的限制称为约束。

物体的受力可以分成两类：主动力和约束力。主动力一般是已知外力，而约束力（约束反力）是因为物体的某些运动或变形受到限制而引起的其他物体对其的作用力，所以一般是未知力。由约束力的定义可知，有运动（变形）限制，就有约束力；反之，没有运动（变形）限制就没有约束力。

1. 刚性约束

所谓刚性约束，是指物体的某些运动（自由度）受到完全限制。这实际上是一种理想化（简化）的假定。如图1.3所示，当物体与固定约束图1.3a或活动约束图1.3b间的接触面非常光滑，并且是刚性（不变形）的，则约束只限制物体沿接触面的法向运动，其约束力是使其法向运动为零的集中力 F_N 。

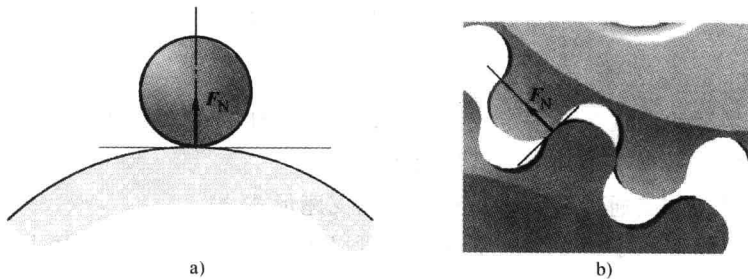


图 1.3 光滑面约束实例

下面介绍三种常见的杆在二维空间内的基座约束：固支、固定铰支、滑动铰支。所谓二维空间是指，其自由体可以有三个独立的运动（自由度）： x 、 y 方向的平动以及转动。

• 固支

杆的一端焊接在基座上 (图 1.4a), 从而这一端处的 x 、 y 方向的位移必定为零, 此外, 也不能绕该点转动。这样, 该端的三个运动全部被约束, 其约束力为 F_x 、 F_y 和 M (作用在该端的力偶, 详见 2.2.1 节)。这样的约束可以用简图 1.4b 来表示。

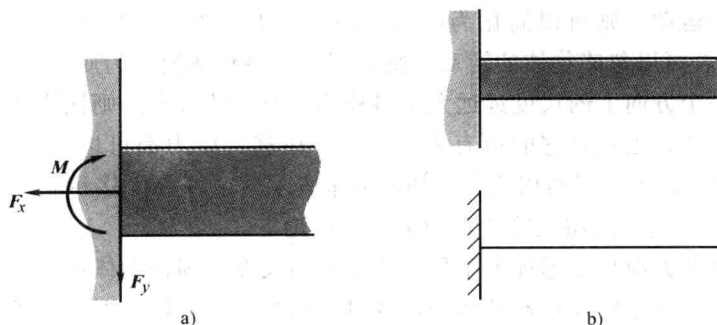


图 1.4 固支端及约束符号

• 固定铰支

杆的一端用柱铰连接在基座上 (图 1.5), 从而这一端两个位移为零, 但可以自由转动。这样该处有两个约束力 F_x 、 F_y 。

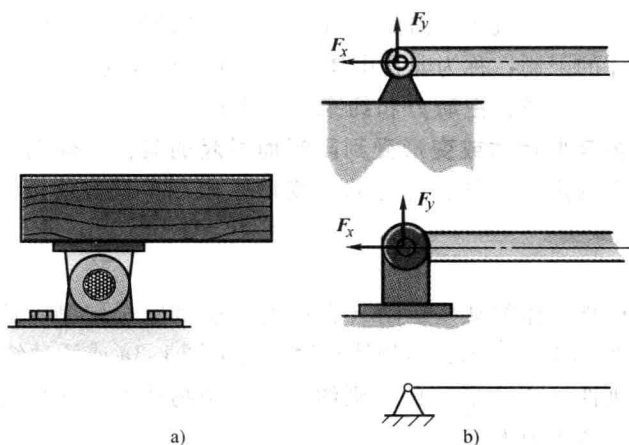


图 1.5 固定铰支的结构及符号

• 滑动铰支

图 1.6 所示是滑动铰支。与固定铰支相比, 它允许杆端在 x 方向自由移动, 但沿 y 方向位移仍为零, 所以它只有一个约束, 其约束力为 F_y 。

固定铰支和滑动铰支通称铰支, 是杆常用的支座形式之一。

除了基座约束外, 固定约束和铰支约束也可以用到杆和杆之间的连接上去, 如杆与杆之间的固结和铰结。

• 固结

图 1.7 表示两根杆在 A 点是固结的: 即这两杆在 A 处位移相同、转角相同, 它们有三个未知的约束力: F_x 、 F_y 和 M 。

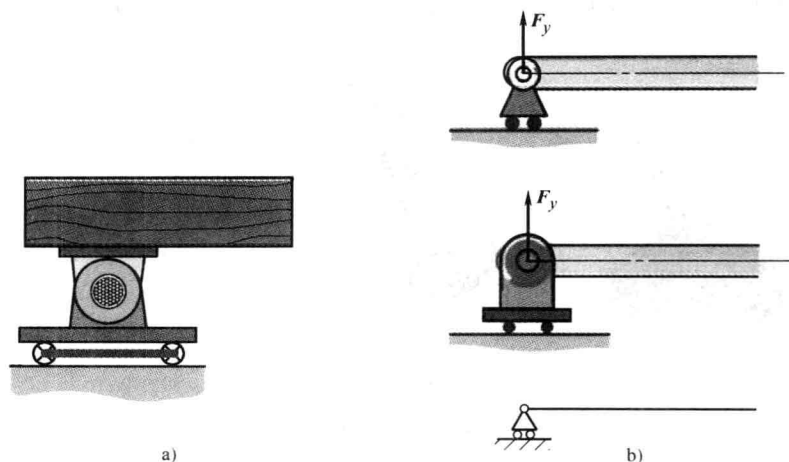


图 1.6 滑动铰支的结构及符号

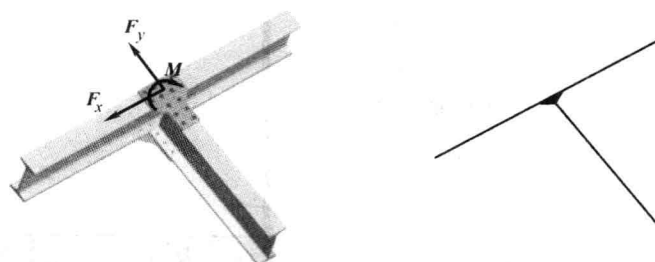


图 1.7 固结结构及约束符号

• 铰结

图 1.8 表示两根杆在 A 点是铰结的：这两杆在 A 处的位移相同，但转角可以不相同，因此有两个未知的约束力： F_x 和 F_y （此时 $M=0$ ）。

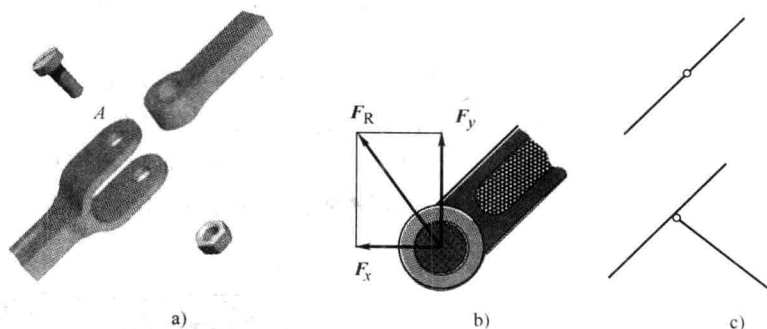


图 1.8 铰结结构及约束符号

以上都是二维空间中的约束。对于三维空间也可以得到类似的约束，下面我们举两个例子。

• 球铰

与二维空间中的铰支相对应，三维空间中有球铰。像图 1.9 所示的固定球铰，它允许杆