



总主编 薛金星

知识记忆解题技巧荟萃

巧思妙解

初中数学 题型题解分析汇编

- 以新课标为依据，兼容各个版本教材，汇集海量知识
- 广罗知识，拓展视野，让您形成科学的思维习惯
- 一线名师的精妙点拨，帮您精确把握学考精髓



北京出版社出版集团
BEIJING PUBLISHING HOUSE GROUP



北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE



知识记忆解题技巧荟萃

巧思妙解

初中数学 题型题解分析汇编

总主编：薛金星

主 编：姜汝顺 管培福



北京出版社出版集团
BEIJING PUBLISHING HOUSE GROUP



北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

巧思妙解. 初中数学 / 薛金星主编. —北京: 北京教育出版社, 2008. 5

ISBN 978—7—5303—6453—6

I. 巧… II. 薛… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 058397 号

巧思妙解

初中数学·题型题解分析汇编

QIAOSI MIAOJIE

CHUZHONG SHUXUE · TIXING TIJIE FENXI HUIBIAN

总主编 薛金星

*

北京出版社出版集团
北京教育出版社 出版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码: 100011

网 址: www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

各地书店经销

北京海德伟业印务有限公司

*

890×1240 32 开本 9.25 印张 390 000 字

2008 年 5 月第 1 版 2008 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 978—7—5303—6453—6/G · 6372

定价: 15.80 元

质量投诉电话: 010—61743009 010—62380997 010—58572393

出版前言

随着课程改革、中考制度的变化及其命题思路的创新,怎样学好知识,怎样运用所学解题,成为广大师生迫切需要解决的问题。为了解决这个问题,我们组织了上百位特高级骨干教师和教育考试专家反复研究论证,以灵活多变、不拘一格的形式,精心打造出本套旨在提高同学们超越常规的创造性思维的系列丛书《巧思妙解》。丛书具有如下特色:

1. 贴近课标, 开拓创新

遵循课改精神,依据最新考纲,以现行最新教材为蓝本撰写。在内容选材和问题设计上,按中考要求精心挑选,科学设计;内容丰富,难易适度;关注社会热点,追踪中考动向;创设新情景,加强开放性、探究性问题的研究,突出方法、技巧、规律的总结,注重学法、解法、考法、练法的归纳,培养发散思维和创新思维。

2. 科学系统, 高效实用

丛书将知识概括化繁为简,网络构建,科学记忆,对知识的难点和疑点进行全面透彻的讲解分析,便于学生加深理解,从而达到巩固知识要点、提高思维能力的目的。系统完整地归纳本题型下的重点,很好地帮助学生提高学习成绩和应试能力。

3. 点拨方法, 创新思维

于经典处触类旁通,在肯綮处点拨贯通,对瓶颈处各个击破,从方法处一点就通。在剖析这些热点题型的过程中进行科学指导,提出开放性的解题思路,重在教会学生破解的思维技巧,注重方法技巧的总结,帮助学生深入了解命题原则,寻求答题规律,达到“鱼”“渔”双收的目的。

4. 题型新颖, 一网打尽

收集的中考题型全,几乎囊括了近几年来全国各地中考典题。选题新、信息量大,所选“开放型与探究型例题”题型新,反映了最新考试动向,突出了综合性和应用性,体现了预测性和实战性。

《巧思妙解》让您选择最优的学习方案,迸发创造性的思维火花,实现学习的最高效率,顿悟思维的捷径。本丛书给您以“舟”——帮您整合传统与现代的学习方法;给您以“径”——让您提升系统应用知识的能力。她将成为你成长道路上的良师,求学道路上的益友,帮助千千万万的芸芸学子,学会学习,学会思维,成为解题高手,走向成功,成就梦想。



目 录

Contents

第1讲 实数	(1)
知识关系巧织网	(1)
重点知识巧记忆	(1)
有理数的分类(1)/数轴(2)/实数的有关概念和性质(2)/非负数的概念及性质(3)/乘方与开方(4)/实数的运算(5)/近似数、有效数字、科学记数法(6)	
典型例题妙解析	(7)
如何运用正数和负数的概念解答生活中的实际问题(7)/怎样理解实数与数轴的关系(7)/如何理解数轴与绝对值的关系(8)/如何正确地理解和运用实数的倒数、相反数、绝对值(8)/如何正确地理解无理数的概念(9)/怎样估算带根号的无理数的值(10)/怎样比较两个实数的大小(10)/如何应用非负数的性质解题(11)/怎样运用近似数、有效数字和科学记数法解决生活中的问题(12)/怎样正确地进行实数的运算(12)/怎样解答实数的综合性题目(13)/如何解答实数应用题(14)	
方法规律妙归纳	(15)
数形结合的思想(15)/分类讨论的思想(16)/探索性问题解答技巧(16)/解答阅读理解题的技巧(17)/开放性问题的解答技巧(18)/跨学科问题可提升学生的综合能力(19)/创新应用能力(19)	
第2讲 整式	(21)
知识关系巧织网	(21)
重点知识巧记忆	(22)
代数式(22)/整式及其分类(22)/同类项(23)/去括号与添括号法则(24)/整式的加减(24)/幂的运算法则(24)/整式的乘法(24)/乘法公式(25)/整式的除法(25)/因式分解(26)	
典型例题妙解析	(26)
如何列代数式(26)/如何理解整式、单项式与多项式的有关概念(27)/如何利用同类项、合并同类项的概念解题(28)/怎样求代数式的值(28)/怎样运用幂的运算性质进行计算(29)/怎样进行整式的运算(30)/怎样进行因式分解(31)/怎样应用因式分解的方法解答问题(31)/如何解答整式应用题(32)	
方法规律妙归纳	(32)
数形结合的思想(32)/整体代入思想(33)/从“特殊到一般”，又从“一般到特殊”的数学思想方法(34)/阅读理解题可加强学生的自学能力(35)/综合题的解答技巧(36)/创新思维拓展(37)	

第3讲 分式 (38)

知识关系巧织网 (38)

重点知识巧记忆 (38)

分式的定义及有理式(38)/分式的基本性质(39)/约分、通分及最简分式(39)/分式的运算法则及混合运算(39)/可化为一元一次方程或一元二次方程的分式方程的解法(40)/零指数幂与负整数指数幂(40)

典型例题妙解析 (41)

如何理解分式的概念(41)/如何理解和运用分式的基本性质(42)/怎样进行分式的化简(42)/怎样化简分式求值(43)/怎样解分式方程(44)/怎样求分式方程中字母的值(44)/怎样列分式方程(组)解应用题(45)/如何正确地计算零指数幂与负整数指数幂(46)

方法规律妙归纳 (47)

巧求分式的值(47)/类比思想(48)/综合计算题(48)/拓展探究、创新性问题(49)

第4讲 二次根式 (51)

知识关系巧织网 (51)

重点知识巧记忆 (51)

二次根式的概念(51)/二次根式的性质(51)/二次根式的乘除法(52)/二次根式的加减法(52)/分母有理化(53)

典型例题妙解析 (54)

怎样理解二次根式的概念和性质(54)/如何化简二次根式(54)/如何理解二次根式的概念(55)/怎样判断同类二次根式(56)/怎样进行二次根式的计算(56)/怎样解二次根式的化简求值题(57)/怎样进行分母有理化(57)

方法规律妙归纳 (58)

数形结合题(58)/分类讨论题(59)/探索性问题(59)/二次根式的综合性问题(60)/拓展创新型问题(62)/二次根式运算的方法技巧(62)

第5讲 一元一次方程 (64)

知识关系巧织网 (64)

重点知识巧记忆 (64)

方程的有关概念(64)/方程的简单变形(64)/一元一次方程(65)/列一元一次方程解应用题的一般步骤(65)/实际问题常见类型(66)

典型例题妙解析 (66)

判断方程的解(66)/应用方程的解求待定系数的值(67)/如何理解一元一次方程的概念(67)/如何灵活选用解方程的步骤解方程(68)

方法规律妙归纳 (68)

分类讨论问题的解法(68)/综合题的解题技巧(69)/构建一元一次方程模型解答应用题(70)/开放创新题(72)

第6讲 二元一次方程组 (73)

知识关系巧织网 (73)

重点知识巧记忆 (73)

二元一次方程(73)/二元一次方程组(74)/二元一次方程组的解法(74)/二元一次方程组的应用(75)	
典型例题妙解析	(75)
利用二元一次方程的解解决有关问题(75)/灵活运用二元一次方程组的解解决求值问题(76)/解二元一次方程组(77)/列二元一次方程组解图表信息题(78)/图文信息题(79)/经营决策性问题(80)	
方法规律妙归纳	(80)
分类讨论思想(80)/数形结合思想(82)/方程组的知识的综合应用(83)/方程组的思想(83)/开放性问题(84)/探究性问题(85)/拓展创新题(85)	
第7讲 一元一次不等式(组)	(87)
知识关系巧织网	(87)
重点知识巧记忆	(87)
不等式的有关概念(87)/不等式的基本性质(88)/一元一次不等式的有关概念(88)/一元一次不等式组的有关概念(89)/利用不等式(组)解决实际问题(90)	
典型例题妙解析	(90)
如何利用不等式的性质进行不等式的变形(90)/怎样解一元一次不等式(90)/怎样解不等式组(91)/怎样求不等式组的特殊解(92)/怎样依据一元一次不等式(组)的解集确定字母的值或取值范围(93)/怎样利用不等式(组)解图表信息题(94)/怎样利用不等式(组)解“方案设计型”问题(95)/怎样利用不等式组解“经营决策性”问题(97)	
方法规律妙归纳	(98)
确定不等式(组)的解集的方法和规律(98)/求不等式(组)中参数的取值范围(99)/一元一次不等式组与方程的联系(99)/一元一次不等式组与函数的联系(100)/开放性问题的解答规律(101)	
第8讲 一元二次方程	(102)
知识关系巧织网	(102)
重点知识巧记忆	(102)
一元二次方程的概念(102)/一元二次方程的解法(103)/列一元二次方程解应用题(104)/实践与探究(104)	
典型例题妙解析	(104)
如何利用一元二次方程的概念解题(104)/如何利用一元二次方程根的概念求值(105)/怎样选择恰当的方法解一元二次方程(105)/怎样利用一元二次方程根的判别式解题(106)/怎样利用一元二次方程根与系数的关系解题(107)/怎样解答一元二次方程根的判别式和根与系数关系的综合题(108)/怎样列一元二次方程解应用题(109)	
方法规律妙归纳	(110)
整体的思想方法(110)/数形结合的思想方法(110)/分类讨论的思想方法(111)/方程的思想方法(112)/一元二次方程与其他知识的综合问题(113)/阅读理解题的解题技巧(114)/开放性、探究性问题解答技巧(114)/新型题解答技巧(115)	

第9讲 函数及其图象 (117)

知识关系巧织网 (117)

重点知识巧记忆 (117)

平面直角坐标系(117)/函数(119)/一次函数(120)/反比例函数(122)

典型例题妙解析 (122)

利用平面直角坐标系确定一个点的坐标(122)/利用坐标平面内各象限点的坐标特征解题(123)/利用对称点的坐标特征解题(123)/利用图形的变化求点的坐标(124)/坐标平面内的点到两坐标轴及原点的距离(124)/求函数自变量的取值范围(125)/利用函数的图象解答实际问题(125)/应用一次函数(包括正比例函数)的概念解题(126)/利用一次函数图象的性质解题(126)/反比例函数的概念(127)/利用反比例函数图象、性质解题(127)/利用待定系数法求一次函数和反比例函数的解析式(128)/构建二次函数模型解答实际问题(128)/构建反比例函数模型解答实际问题(129)/解与函数有关的图形面积问题(131)

方法规律妙归纳 (131)

函数图象的理解与应用(131)/两种函数图象的交点问题(133)/如何培养数形结合的思想方法(134)/函数的思想方法(134)/开放探究性问题(135)

第10讲 二次函数 (137)

知识关系巧织网 (137)

重点知识巧记忆 (137)

二次函数的概念(137)/二次函数的图象及几种重要形式的特点(137)/二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的变化情况(增减性)(138)/二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的最值(138)/二次函数 $y=a(x-h)^2+k(a \neq 0, h>0, k>0)$ (139)/二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图象的画法(139)/抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 中, a, b, c 符号的确定(139)/求二次函数解析式(140)/二次函数的应用(140)

典型例题妙解析 (140)

怎样将一般式化为顶点式(140)/怎样求二次函数的顶点坐标和对称轴(140)/如何理解二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图象与系数 a, b, c 之间的关系(141)/怎样利用抛物线的平移规律解题(142)/怎样借助抛物线的性质求最值(143)/怎样利用二次函数的图象和性质解题(144)/怎样求二次函数的解析式(145)/怎样解二次函数与一元二次方程、一元二次不等式的综合题(146)/怎样运用二次函数知识解决实际问题(146)

方法规律妙归纳 (147)

数形结合的思想方法(147)/解答判断说理题的技巧(148)/解运动型题的技巧(149)/二次函数与三角函数等知识的综合问题(151)/拓展创新题(152)

第11讲 统计 (154)

知识关系巧织网 (154)

重点知识巧记忆 (154)

数据的收集(154)/频数与频率(155)/数据的表示(155)/描述数据集

中趋势的量(155)/描述数据离散程度的量(156)/抽样(156)/总体、个体、样本、样本容量(156)	
典型例题妙解析	(157)
怎样收集和整理数据(157)/怎样应用不同的统计图表传递信息(157)/怎样选用平均数、众数、中位数解决实际问题(160)/怎样应用极差、方差、标准差解答实际问题(163)/如何理解总体、个体、样本、样本容量(164)	
方法规律妙归纳	(165)
统计的基本思想方法(165)/扇形统计图、折线统计图、条形统计图(166)/统计知识的综合应用(168)	
第12讲 概 率	(170)
知识关系巧织网	(170)
重点知识巧记忆	(170)
确定事件与不确定事件(170)/概率(170)/获得概率的方法(171)	
典型例题妙解析	(171)
怎样理解和应用确定事件与不确定事件的概念(171)/怎样判断事件发生的可能性大小(172)/如何计算简单事件的概率(172)/怎样求两步实验事件的概率(173)/怎样应用随机事件的频率确定概率(174)/怎样应用概率知识解题(175)/怎样利用概率判断游戏是否公平(176)	
方法规律妙归纳	(178)
构建概率模型解题(178)/拓展、创新、实践(180)/概率知识的综合应用(182)	
第13讲 图形的初步认识	(184)
知识关系巧织网	(184)
重点知识巧记忆	(184)
生活中常见的立体图形及分类(184)/立体图形的三视图(185)/图形的投影(185)/立体图形的表面展开图(185)/点和线(185)/角的运算(186)/角的特殊关系(187)/平行线的判定(187)/平行线的性质(187)	
典型例题妙解析	(187)
如何根据立体图形画出三视图(187)/如何根据三视图研究物体的形状特征(188)/如何解决几何体及其平面展开图问题(189)/怎样解决物体的投影及几何问题(190)/如何利用角的特殊关系求角的度数(191)/怎样证明两直线平行(192)/怎样利用平行线的性质进行推理和计算(192)	
方法规律妙归纳	(193)
如何利用“公理”解决实际问题(193)/怎样进行角的运算(193)/怎样求线段的长度(194)/怎样对简单的几何问题进行推理(195)	
第14讲 多边形	(196)
知识关系巧织网	(196)
重点知识巧记忆	(196)
三角形的基本概念(196)/三角形的外角和(197)/三角形的三边关系(197)/多边形的内角和与外角和(197)/多边形的密铺(197)	
典型例题妙解析	(198)



如何利用三角形的内角和与外角和求角的度数(198)/如何利用三角形的三边关系判断三角形(198)/如何解决与三角形三边关系相联系的综合性问题(199)/如何利用三角形的三边关系解决线段的大小问题(199)/如何利用多边形进行密铺(200)/怎样利用多边形的内角和与外角和定理解决多边形问题(201)

方法规律妙归纳 (203)

怎样数三角形的个数(203)/怎样利用三角形解决多边形的有关问题(203)

第15讲 平行四边形 (205)

知识关系巧织网 (205)

重点知识巧记忆 (205)

平行四边形的定义(205)/平行四边形的面积(205)/平行四边形的性质(205)/平行四边形的判定(205)/平行线间的距离处处相等(206)

典型例题妙解析 (206)

如何求平行四边形的面积(206)/怎样证明四边形为平行四边形(207)/如何利用平行四边形的性质解决平行四边形的边角问题(208)/如何利用定理“平行线间的距离处处相等”解决面积问题(208)/怎样利用平行四边形的对称性解决平行四边形问题(209)

方法规律妙归纳 (209)

如何解决平行四边形的折叠问题(209)/如何将平行四边形的问题转化为三角形的问题(210)

第16讲 特殊的平行四边形 (211)

知识关系巧织网 (211)

重点知识巧记忆 (211)

矩形、菱形、正方形的概念(211)/矩形、菱形、正方形的性质(211)/矩形、菱形、正方形的识别(212)/矩形、菱形、正方形的面积(212)

典型例题妙解析 (212)

如何利用特殊四边形的性质探求边角问题(212)/怎样利用正方形、菱形、矩形的性质求图形面积(213)/如何利用图形的对称性解决几何问题(213)/如何判断矩形、菱形和正方形(214)/如何解决特殊四边形的综合性问题(214)

方法规律妙归纳 (215)

与矩形、菱形、正方形有关的开放性问题(215)/如何利用特殊平行四边形的性质解决折叠问题(215)

第17讲 梯形 (217)

知识关系巧织网 (217)

重点知识巧记忆 (217)

梯形及其分类(217)/等腰梯形的性质(217)/等腰梯形的识别方法(218)/梯形的中位线定理(218)/梯形中的常见辅助线(218)

典型例题妙解析 (218)

如何利用梯形的性质求边长和角的度数(218)/怎样利用梯形(等腰梯形)的性质求面积(219)/如何应用梯形中位线定理解决问题(219)/如何解决等腰梯形的密铺问题(220)

方法规律妙归纳 (220)

如何作梯形中常用的辅助线(220)/解梯形的综合性问题(222)/如何

解决梯形中的动点问题(222)

第18讲 轴对称 (224)

知识关系巧织网 (224)

重点知识巧记忆 (224)

轴对称与轴对称图形(224)/角平分线(225)/线段的垂直平分线(225)/
等腰三角形的性质(225)/等腰三角形的判定(226)/设计轴对称图
案(226)

典型例题妙解析 (226)

怎样识别轴对称图形(226)/怎样作轴对称图形(227)/利用线段垂直
平分线的性质与判定进行计算和推理(228)/如何利用角平分线的性
质与判定进行计算和推理(228)/如何利用等腰三角形的性质与判定
进行推理和计算(229)

方法规律妙归纳 (230)

如何利用构造图形法证明几何问题(230)/体验生活中的轴对称,设计
轴对称图案(230)

第19讲 平移与旋转 (232)

知识关系巧织网 (232)

重点知识巧记忆 (232)

平移的定义与特征(232)/旋转的定义与特征(232)/中心对称的意义
与特征(233)

典型例题妙解析 (233)

怎样识别平移对称图形(233)/怎样识别旋转对称图形(233)/怎样识
别中心对称图形(234)/如何利用平移对称的特征解决图形平移问题
(234)/利用旋转对称的特征解决图形的旋转问题(235)

方法规律妙归纳 (235)

怎样利用平移与旋转的性质进行图案设计(235)/怎样解决与平移和旋
转对称相关的综合性问题(237)/与平移和旋转相关的新定义变换(237)

第20讲 图形的相似 (239)

知识关系巧织网 (239)

重点知识巧记忆 (239)

比例、比例线段(239)/相似多边形(240)/相似三角形(240)/位似图
形(240)

典型例题妙解析 (240)

怎样利用比例与比例线段(240)/如何证明等积式与比例式(241)/如何
利用相似多边形的性质解决实际问题(242)/怎样识别相似三角形(242)
/如何利用相似三角形的性质解决实际问题(243)/利用位似变换解决数
学问题(244)

方法规律妙归纳 (244)

利用相似三角形解决运动型问题(244)/与相似有关的综合性问题(246)

第21讲 解直角三角形 (248)

知识关系巧织网 (248)

重点知识巧记忆 (248)

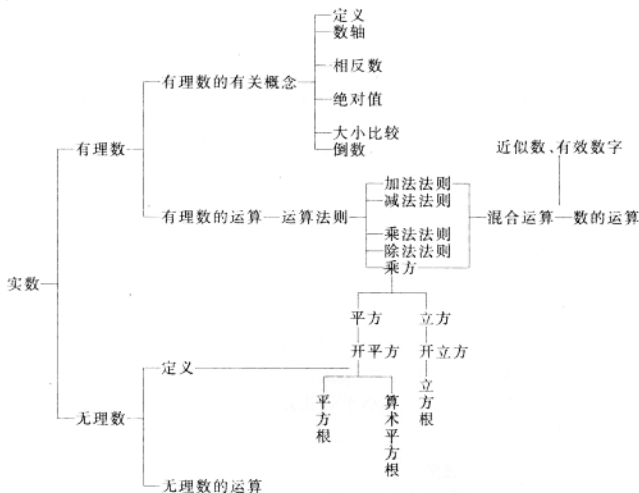
锐角三角函数的概念(248)/锐角三角函数的关系(248)/特殊角的三角
函数值(249)/勾股定理(249)/解直角三角形(249)/视角与方位角(250)

典型例题妙解析	(250)
如何利用三角函数的概念解决三角函数问题(250)/如何利用特殊角的三角函数值进行计算(250)/怎样解直角三角形(251)/如何解决视 角、坡度、坡角问题(252)	
方法规律妙归纳	(253)
运用勾股定理解决几何问题(253)/怎样解斜三角形(254)/解直角三 角形在实际问题中的应用(256)	
第 22 讲 圆	(258)
知识关系巧织网	(258)
重点知识巧记忆	(258)
圆的基本概念与基本性质(258)/垂径定理(259)/点与圆的位置关系 (259)/直线与圆的位置关系(260)/切线及其判定和性质(260)/切线 长及其性质(260)/三角形的外接圆和内切圆(260)/圆与圆的位置关 系(261)/弧长公式(261)/扇形(262)/圆锥的侧面积和全面积(262)	
典型例题妙解析	(262)
如何利用圆的性质解决问题(262)/怎样利用垂径定理进行计算和证明 (263)/怎样判断点与圆的位置关系(263)/如何判断直线与圆的位置 关系(264)/如何利用圆的切线的判定与性质解证几何题(265)/怎 样利用切线长定理理解证几何问题(266)/圆与圆的位置关系的判定与 应用(267)/怎样求圆上的弧长(268)/求扇形的面积(268)	
方法规律妙归纳	(269)
求阴影部分的面积(269)/怎样求圆柱、圆锥侧面展开图问题(270)/与 圆有关的综合性问题(270)	
第 23 讲 图形的全等	(272)
知识关系巧织网	(272)
重点知识巧记忆	(272)
全等的图形(272)/全等三角形的识别(272)/尺规作图(273)	
典型例题妙解析	(273)
怎样识别全等三角形(273)/怎样利用全等三角形解证几何问题(274)/ 如何利用尺规作图(275)	
方法规律妙归纳	(276)
怎样解决与全等有关的综合问题(276)	
第 24 讲 命题与证明	(278)
知识关系巧织网	(278)
重点知识巧记忆	(278)
什么是定义(278)/命题(278)/真命题、假命题(279)/公理与定理 (279)/证明(279)/三角形的中位线(280)/梯形的中位线(280)	
典型例题妙解析	(280)
怎样判断定义(280)/怎样判断命题(280)/怎样证明命题(281)/怎样 利用反证法证明几何问题(281)/怎样利用“中位线定理”解证几何 问题(282)	
方法规律妙归纳	(283)
怎样证明线段相等(283)/怎样证明两角相等(283)	

第1讲 实数

知识关系网

提纲挈领 纲举目张

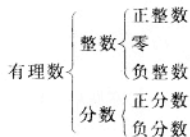


重点知识巧记忆

化繁为简 化难为易

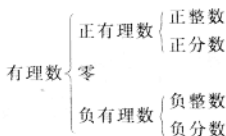
1. 有理数的分类

(1) 按整数、分数的关系分类:





(2)按正号、负号的关系分类:



金点子:(1)观察上述两种分类方法可见,有理数可被细分为五类:正整数、正分数、零、负整数、负分数。(2)通常把正有理数和零统称为非负有理数,把负有理数和零统称为非正有理数,把正整数和零统称为非负整数,把负整数和零统称为非正整数。

2. 数轴

(1)数轴的概念:规定了原点、正方向、单位长度的直线叫数轴。

巧突破:数轴的定义包含三层含义:①数轴是一条直线,可以向两端无限延伸;②数轴有三要素:原点、正方向、单位长度,三者缺一不可;③原点位置的选定,单位长度大小的确定,正方向的取向,都是根据实际需要“规定”的。一般情况,画成水平直线,确定原点后,取向右的方向为正方向,单位长度根据具体情况而言,可长些,也可短些,但同一数轴的单位长度要一致。

(2)实数与数轴

实数与数轴上的点一一对应,即每一个实数都可以用数轴上的一个点表示;反过来,数轴上的每一个点都可以用一个实数表示。

巧突破:有理数大小的比较法则在实数范围内仍成立。

法则一:在数轴上表示的两个数,右边的数总比左边的数大。

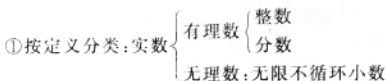
法则二:正数都大于0,负数都小于0,正数大于一切负数;两个负数比较,绝对值大的反而小。

3. 实数的有关概念和性质

(1)实数:有理数与无理数统称为实数。

巧突破:无限不循环小数叫做无理数,例如: π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{11}-1$ 等;而有限小数(包括整数)和无限循环小数都是有理数,特别注意的是任何分数总能化成有限小数或无限循环小数,因此分数一定是有理数。

(2)实数的分类:



- ②按符号性质分类:实数
- | | | | | |
|---|---|----------|---|------|
| 零 | { | 正实数(即正数) | { | 正有理数 |
| | | | | 正无理数 |
| | { | 负实数(即负数) | { | 负有理数 |
| | | | | 负无理数 |

巧突破:正数 a 可表示为 $a > 0$; 负数 a 可表示为 $a < 0$; 非负数 a 可表示为 $a \geq 0$; 非正数 a 可表示为 $a \leq 0$.

(3) 实数的相反数、绝对值、倒数.

	几何意义	代数意义	性质
相反数	在数轴上表示互为相反数的点,分别位于原点两旁,且与原点距离相等.如 $\sqrt{3}$ 与 $-\sqrt{3}$ 互为相反数,在原点两旁且距原点都是 $\sqrt{3}$ 个单位长度	像 $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$, b 和 $-b$ 这样,只有符号不同的两个数叫做互为相反数	① a 的相反数是 $-a$, 0 的相反数是 0 ; ② a 与 b 互为相反数 $\Leftrightarrow a + b = 0$
绝对值	一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离	一个正数的绝对值是它本身;一个负数的绝对值是它的相反数;零的绝对值是零. $ a = \begin{cases} a (a \geq 0), \\ -a (a < 0) \end{cases}$	① $ a \geq 0$; ② 互为相反数的两个数的绝对值相等
倒数		用 1 除以一个数叫做这个数的倒数, a 的倒数是 $\frac{1}{a}$ ($a \neq 0$)	① a 与 b 互为倒数 $\Leftrightarrow ab = 1$; ② 正数的倒数是正数,负数的倒数是负数,零没有倒数

巧突破:有理数与无理数统称为实数.在我们初中所学的数中,不是有理数,就是无理数.常见的几种无理数:①根号型:如 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ 等开方开不尽的数.②构造型:如 $1.211\ 211\ 12\cdots$ 等无限不循环小数.③化简后含有 π (圆周率) 的数,如 3π , $-\frac{\pi}{2}$, $-\frac{180}{\pi}$ 等,但要注意:并非所有用根号表示的数都为无理数.例如 $(\sqrt{2}+1)^0$, $\sqrt{\frac{1}{9}}$, $\sqrt[3]{-8}$, $\sqrt{4}$ 等都是有理数,除以上三种外,今后我们还要学习三角函数如 $\sin 45^\circ$, $\tan \frac{\pi}{3}$ 等无理数.

4. 非负数的概念及性质

(1) 在实数范围内,正数和零统称非负数.

我们学过的非负数有以下三种形式:

- ①任何一个实数的绝对值是非负数,如 $|a-1| \geq 0$.
- ②任何一个实数的偶次方是非负数,如: $a^{2n} \geq 0$. (n 为正整数)
- ③任何非负数的算术平方根是非负数,如 $\sqrt{a} \geq 0$ ($a \geq 0$), $\sqrt{a^2} \geq 0$.

(2)非负数的性质:

- ①有限个非负数的和仍然是非负数.
- ②如果几个非负数的和等于零,那么每个非负数都等于零,如 $(x-1)^2 + \sqrt{y-2} = 0$, 则 $x-1=0, y-2=0$, 即 $x=1, y=2$.
- (3)非负数的最小值是 0. 如 a^2 的最小值是 0, $|a-1|-1$ 的最小值是 -1 , $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的最小值是 0, 没有最大值.

5. 乘方与开方

(1)平方根、算术平方根、立方根.

如果一个数的平方等于 a , 这个数就叫 a 的平方根, 正数 a 的平方根可表示为 $\pm\sqrt{a}$. 正数 a 的正的平方根叫 a 的算术平方根, 0 的算术平方根是 0.

如果一个数的立方等于 a , 则这个数就叫 a 的立方根.

巧突破:①平方根:一个正数有两个平方根,它们互为相反数;0 的平方根是 0;负数没有平方根. 算术平方根:一个正数的正的平方根叫做这个数的算术平方根,0 的算术平方根是 0. 立方根:一个正数有一个正的立方根,一个负数有一个负的立方根,0 的立方根是 0.

②平方根与立方根的区别:只有正数和 0 才有平方根,且正数的平方根有两个;任何实数都有立方根,且一个数的立方根只有一个.

(2)乘方与开方.

	意义	表示法	运算特点
乘方	求 n 个相同因数的积的运算叫乘方,乘方的结果叫做幂	一般地, $\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个 } a}$ 记作 a^n	正数的任何次幂都是正数;负数的奇次幂是负数,负数的偶次幂是正数;0 的任何次幂都是 0
开方	若 $x^n = a$, 则 x 叫做 a 的 n 次方根(n 为正整数)	a 的 n 次方根表示为: 当 n 为偶数时,表示为 $\pm\sqrt[n]{a}$ ($a \geq 0$); 当 n 为奇数时,表示为 $\sqrt[n]{a}$	一个正数的偶次方根有两个,它们是互为相反数;一个正数的奇次方根是一个正数,一个负数的奇次方根是一个负数,0 的任何次方根都是 0

巧突破:①乘方与开方互为逆运算. ②乘方总可以进行,而开方则不一定,因为任何实数的偶次方是非负的,所以只有正数和 0 才能进行开偶次方运算,负数只能开奇次方运算.

6. 实数的运算

(1) 实数的加、减、乘、除运算法则.

运算	类型	结果的符号	结果的绝对值
加法	同号两数相加	取两加数的符号	并把绝对值相加
	异号两数相加	取绝对值较大的加数的符号	并用较大的绝对值减去较小的绝对值
乘法	同号两数相乘	为正	并把绝对值相乘
	异号两数相乘	为负	
除法	同号两数相除	为正	并把绝对值相除
	异号两数相除	为负	

金点子: 减去一个数等于加上这个数的相反数, 除以一个非零的数等于乘这个数的倒数, 因此遇到减法运算常转化为加法运算进行计算, 而遇到除法运算则常转化为乘法运算进行计算, 但要注意: “-”变“+”, 同时减数要变成它的相反数; 而“÷”变“×”号的同时, 除数要变成它的倒数.

(2) 实数的加减乘除运算律.

运算律	内容	用字母表示
加法交换律	两个数相加, 交换加数的位置, 和不变	$a+b=b+a$
加法结合律	三个数相加, 先把前两个数相加, 或者先把后两个数相加, 和不变	$(a+b)+c=a+(b+c)$
乘法交换律	两数相乘, 交换因数的位置, 积不变	$ab=ba$
乘法结合律	三个数相乘, 先把前两个数相乘, 或者先把后两个数相乘, 积不变	$(ab)c=a(bc)$
乘法分配律	一个数同两个数的和相乘, 就等于用这个数分别同这两个数相乘, 再把积相加	$a(b+c)=ab+ac$

巧突破: 在实数范围内, 可以进行加、减、乘、除、乘方及开方运算, 而且有有理数的运算法则和运算律在实数范围内仍然成立, 实数混合运算的运算顺序与有理数的运算顺序基本相同, 先乘方、开方, 再乘除, 最后算加减, 同级运算按从左到右顺序进行, 有括号先算括号里的.

在实数运算中, 当遇到无理数, 并且需要求出结果的近似值时, 可按照所要求的精确度用相应的近似有限小数去代替无理数, 再进行计算.

在实数的运算中, 要灵活运用运算律进行简便计算, 并注意每步运算过程的正确性, 提高计算能力.