

数学 SHUXUE

PEIYOUJINGSAIXINFANGFA



培优竞赛

新方法

五年级

主编 黄东坡

编著 李卫国 涂汉奕



- 汇优秀试题之精粹
- 集思想方法之大成
- 筑能力培养之平台
- 走培优竞赛之新路

最新
修订版

湖北长江出版集团
湖北人民出版社

数学 SHUXUE

PEIYOUJINGSAIXINFANGFA



培优竞赛

新方法 五年级

主编 黄东坡

编著 李卫国 涂汉奕



最新
修订版

湖北长江出版集团
湖北人民出版社

鄂新登字 01 号

图书在版编目(CIP)数据

数学培优竞赛新方法·五年级/黄东坡主编;李卫国,涂汉弈编著.
武汉:湖北人民出版社,2008.9

ISBN 978-7-216-03763-1

I. 数…

II. ①黄…②李…③涂…

III. 数学课-小学-教学参考资料

IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 077098 号

主编 黄东坡

编著 李卫国 涂汉弈

数学培优竞赛新方法
五年级

主编 黄东坡
编著 李卫国 涂汉弈

出版发行: 湖北长江出版集团
湖北人民出版社

地址:武汉市雄楚大街 268 号
邮编:430070

印刷:武汉明天印务有限公司
开本:787 毫米×1092 毫米 1/16
字数:334 千字

经销:湖北省新华书店
印张:13.25
定价:17.00 元

版次:2008 年 9 月第 2 版

印次:2008 年 9 月第 8 次印刷

印数:66 001-81 000

书号:ISBN 978-7-216-03763-1

本社网址:<http://www.hbpp.com.cn>

数学培优竞赛新方法序

时值暑假，朋友们送来了《数学培优竞赛新方法》一书的部分样稿，匆匆翻阅之，顿觉眼前一亮，给人一种强烈的感受——“新”。“新”在它关注人文精神的滋养，在每一章标题的后面都有一段名人名言，它不仅紧扣主题，而且给了我们思想上的某些启示，甚至是心灵上的震撼。“新”在它重组了小学数学竞赛的内容，它采用从课内到课外逐步延伸扩充的方式形成专题，并整合为“基础”与“拓展”两大篇，在“基础篇”里强调普及，是课内数学内容的加深和拓宽；在“拓展篇”里强调提高，帮助学生拓展知识视野，提高分析能力，培养创新精神，这样安排有利于我们根据自己的实际情况和要求有选择地进行学习和阅读，这也体现了作者注重数学的大众化和普及性的精细之处。“新”在它体现了现代数学教育理念，通过“链接”总结数学思想和方法，启迪数学思维，点拨解题思路，延伸数学问题，介绍问题背景，这正是作者的高明之处，把学习进程、培优过程与学生的发展相协调，这不正是数学培优的“新方法”吗？

细细捧读之，又感受到了朋友们在编写上的匠心之所在，以“知识纵横”开篇，提炼出数学思想和方法，使得你能站在某一个制高点上，以居高临下者的姿态纵览全局，把握要领。在“例题求解”中，既不“求”之，也不“解”之，只有寥寥数语的“思路点拨”，却给我们留下了无尽的思考空间，让我们在自主探索和亲身体验中学习思考问题的方法和策略，这正是“天高任鸟飞，海阔凭鱼跃”，我们何不尽情地遐思、遐想呢？真是“于无字处胜有字”啊！当然，你若欲见“求解”真面目，可在“参考答案”中去寻之。而每一章的相应练习，绝不是几道习题的堆砌，而是由“基础夯实”、“能力拓展”、“综合创新”三个层次组成的“学力训练”，其中所选题目不偏、不怪、难度不大，主要是运用基础知识，训练思维方法，学会灵活地处理信息和解决数学问题，使不同程度的学生都能获得必要的数学知识，培养数学解题能力。

数学是思维的体操。学习数学，不仅仅是用来应付各种考试和竞赛，更重要的是数学能使我们的思维更加灵活、更加严谨、更加富有创新意识。在众多的数学培优竞赛书中，《数学培优竞赛新方法》可以说是一朵奇葩，它是朋友们携手合作的成果，是朋友们心血与汗水的结晶。在这本书即将和广大读者见面之际，我在这里写下了上面几行文字，既是对朋友们表示由衷的祝贺和钦佩，也是表达我对朋友们对我信任的感谢！

马青山

立足新方法 培养新思维

随着教育改革的不断深入与发展,广大学生与家长迫切需要一本能指导变革时期小学数学培优竞赛的新读本。湖北人民出版社组织了一批既具教学实践经验,又有较高教学理论水平中青年骨干教师,精心编写并重新修订出版了这套《小学数学培优竞赛新方法》丛书。

本套书立足于尝试数学教育的“新方法”,突出体现人文精神,关注数学学习的互动与建构,融数学知识和思维方法于一体,力求以《全日制义务教育数学课程标准》为依据,为广大教育工作者提供全面的系统的各类小学培优竞赛试题的分析与解答方法,突出素质教育的新思维,既注重知识的系统性、连续性,又注重有关知识的链接和引申,强调问题背景的揭示、解题思路的探求、解题方法的概括,关注问题的开放性与应用性,在培养能力的同时拓展数学知识方法与思想。本套书精选了近年来具有代表性的优秀试题,采用科学的分类方法,将每个年级精编为多个专题进行训练,每个专题编写过程中,又采用循序渐进的方法,要求达到举一反三、触类旁通的目的。每章中,“知识纵横”对专题做全方位、多角度的知识扫描;“例题求解”精选题型,合理安排;“思路点拨”简洁明了,画龙点睛;“学力训练”深入浅出、高屋建瓴。每个专题力求达到知识与能力并举,培优与竞赛兼顾,激发学习兴趣,优化学习过程,追求人文关怀,培养数学美感的总体要求。

在本书的编写与修订过程中,有幸得到了全国知名教师黄东坡的大力帮助与精心指导,武汉市教研室的特级教师马青山也在百忙之中抽出宝贵时间多次给予关心和指导,并欣然作序。另外还得到许多热心家长和同行的关心和帮助,在此一并表示诚挚的感谢!本书疏漏之处欢迎广大读者朋友批评指正!

编者

2008年8月

马青山

目 录

基 础 篇

①	小数运算技巧(一)	(1)
②	小数运算技巧(二)	(6)
③	平均数问题	(11)
④	牛吃草问题	(18)
⑤	简易方程	(24)
⑥	对策问题	(30)
⑦	数的整除	(35)
⑧	整数的奇偶性	(42)
⑨	质数、合数与分解质因数	(47)
⑩	最大公约数	(53)
⑪	最小公倍数	(59)
⑫	最大公约数与最小公倍数	(64)
⑬	带余数的除法	(68)
⑭	同余问题	(73)
⑮	行程问题(一)	(78)
⑯	行程问题(二)	(84)
⑰	行程问题(三)	(90)
⑱	行程问题(四)	(96)
⑲	分数大小的比较	(101)
⑳	分数与小数的互化	(106)

综 合 篇

㉑	图形计数	(112)
㉒	图形的切拼	(119)
㉓	巧求度数和周长	(125)
㉔	三角形	(130)
㉕	平面组合图形	(136)
㉖	逻辑问题	(142)
㉗	定义新运算	(150)
㉘	最大与最小	(154)
㉙	可能性问题	(160)
㉚	杂题选讲	(165)
	参考答案	(171)



1 小数运算技巧(一)



链接

当许多人在一条路上徘徊不前时，他们不得不让开一条大路，让那珍惜时间的人赶到他们前面去。

——苏格拉底



知识纵横

算术，也就是“计算的方法”。远古时代，我们的祖先用石子、贝壳等实物来计数，这里产生了最原始的计算方法。当人们仅仅认识了表示数字的符号，而还没有发明其他的数学符号时，所有的数学公式、计算法则，都是通过具体的数学题目用文字叙述来解答的，所以有人将那时的数学划归为“文词代数”时期。

在由+、-、 \times 、 \div 所构成的五彩纷呈的算式面前，仅靠照搬公式、定理、运算定律是不够的，一定要学会观察、探索、归纳，找到最合理的运算方法。最合理的方法、最科学的方法也就是我们常说的“技巧”。



例题求解

【例1】 计算： $0.79 \times 0.46 + 7.9 \times 0.24 + 11.4 \times 0.079$ 。

(首届“创新杯”初赛试题)

思路点拨 注意两点：(1)数字不相同的 $0.79, 7.9, 0.079$ 可通过等积变形，规划为同一个数；(2)运用乘法分配律的反用。

【例2】 计算： $7.5 \times 23 + 31 \times 2.5$

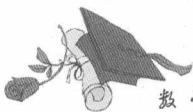
(开平市小学五年级竞赛试题)

思路点拨 $7.5 = 2.5 \times 3$ 可重新组合，运用乘法分配律的反用。

(1)乘法分配律在小学竞赛中出现的几率是很大的，但考察学生能力的时候，更多的是考察“乘法分配律的反用”。

(2)“乘法分配律的反用”从形式上看是： $a \times b \pm a \times c = a \times (b \pm c)$ ；从思维上看，是逆向思维的体现，是顺向思维的孪生兄弟。





竞赛

小数运算中常运用的技巧有：

- (1) 等积变形；
- (2) 凑整与分解；
- (3) 商不变性质；
- (4) 改变运算顺序；
- (5) 从整体上看问题，层层剥离；
- (6) 乘法分配律及其反用；
- (7) 分组与重新组合；
- (8) 用字母代替数字，即代换法。

(1) 观察是思考的基础，例 5 中的 6.3 与 0.37 使人看到它们之间的默契。这也是决定拆分 473 的动力所在。

(2) 勤动笔是灵感产生的物质条件，例 5 中的 13×5.25 表面看来孤零零，当 437×0.37 拆分后，又会看到令人欣喜的一幕。



(一) 巧算算式

【例 3】 计算： $(3.6 \times 0.75 \times 1.2) \div (1.5 \times 24 \times 0.18)$

(吉林省第七届小学数学竞赛试题)

思路点拨 (1) 运用商不变性质；(2) 再用分解约分方法。

【例 4】 计算： $0.9 + 9.9 + 99.9 + 999.9 + 9999.9 + 99999.9 + 999999.9$

思路点拨 运用凑整的方法使计算简便。

【例 5】 计算： $34.8 \times 6.3 + 13 \times 5.25 + 473 \times 0.37$

(首届“创新杯”数学竞赛训练试题)

思路点拨 拆分 473×0.37 ，使它与 34.8×6.3 有公因数，其后是 13×5.25 的变形，并通过观察得到另一个公因数。



【例 6】 计算： $(0.1 + 0.12 + 0.123 + 0.1234) \times (0.12 + 0.123 + 0.1234 + 0.12345) - (0.1 + 0.12 + 0.123 + 0.1234 + 0.12345) \times (0.12 + 0.123 + 0.1234)$

思路点拨 将题中出现次数最多的算式用字母代替，简化过程。

【例 7】 计算：在下式□中填上合适的数，使等式成立。

$$73.06 - [\square \times (4.465 + 5.535) + 42.06] = 3$$

思路点拨 从整体上将等式看作被减数、减数与差之间的关系，然后层层剥离，直至算出结果。

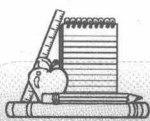


链接

由数字到字母，是由具体到抽象的必然发展，它为算术过渡到代数留下了伏笔。

从整体上看问题，层层剥离就是要反复运用算术的四种基本关系：

- (1) 加数 + 加数 = 和；
- (2) 被减数 - 减数 = 差；
- (3) 因数 × 因数 = 积；
- (4) 被除数 ÷ 除数 = 商。



学力训练



基础夯实

1. 计算： $7.24 \times 0.1 + 0.5 \times 72.4 + 0.049 \times 724$

(吉林省第八届小学数学竞赛试题)

2. 计算： $69316.931 \div 69.31$

(全国奥数总决赛试题)

3. 在下面算式中填上适当的数：

$$[2.4 \times \square + (56 \div 7 - 1 \div 0.25)] \times 6.5 = 104$$





4. 计算: $392.6 \times 192 - 39260 \times 0.92$ (武汉外语学校招生试题)

5. 计算: $3.7 \times 15 + 21 \times 4.5$

(武汉外语学校招生试题)

6. 计算: $0.9999 \times 0.7 + 0.1111 \times 2.7$

7. 计算: $(3.4 \times 4.8 \times 9.5) \div (1.9 \times 1.7 \times 2.4)$ (吉林省第八届小学数学竞赛试题)

8. 计算: $(1 + 0.23 + 0.34) \times (0.23 + 0.34 + 0.65) - (1 + 0.23 + 0.34 + 0.65) \times (0.23 + 0.34)$

(吉林省第八届小学数学竞赛试题)

9. 计算: $0.0625 + 0.125 + 0.1875 + 0.25 + 0.3125 + 0.375 + 0.4375 + 0.5625 + 0.625 + 0.6875 + 0.75 + 0.8125 + 0.875 + 0.9375$



能力拓展

10. 计算: $1.7 + 1.8 + 1.9 + 2.4 + 2.5 + 2.6 + 3.1 + 3.2 + 3.3$

11. 计算: $1.25 \times 67.875 + 125 \times 6.7875 + 1.25 \times 53.375$

12. 计算: $3.6 \times 42.3 \times 3.75 - 12.5 \times 0.423 \times 28$

13. 计算: $1 + 0.99 - 0.98 - 0.97 + 0.96 + 0.95 - 0.94 - 0.93 + \dots + 0.08 + 0.07 - 0.06 - 0.05 + 0.04 + 0.03 - 0.02 - 0.01$



链接



14. 计算: $1 - 0.1 - 0.01 - 0.001 - \dots - 0.000000001$

15. 两个数相加,小芳错算成相减了,结果得 8.6,比正确答案小 10.4,原数中较大数是_____。

16. 大小两数的差是 7.02,较小数的小数点向右移动一位就等于较大数,较大数是_____。



综合创新

17. 计算: $1.1 + 1.91 + 1.991 + \dots + 1.999\dots991$
100个9

王宇、王

李路因

王宇、王

18. 两个带小数相乘,乘积四舍五入后为 76.5,已知这两个数都是一位小数,而且整数部分均是 8,问这两个数的乘积四舍五入以前是多少?

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

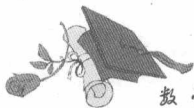
李路因

王宇、王

李路因

王宇、王

李路因



2

小数运算技巧(二)

给我最大快乐的,不是已
懂的知识,而是不断地学习.

——高斯



知识纵横

数学是把多彩的钥匙.在小数运算方法中,等差数列求和的巧算更是独树一帜.

我们把按从小到大,或从大到小排列的(包括各个数都相等的),并且相邻两数的差都相等的一列数叫做等差数列,其中等差数列的第一项叫首项,最后一项叫末项,相邻两数的差叫做公差.

等差数列的和=(首项+末项) \times 项数 $\div 2$

等差数列的项数=(末项-首项) \div 公差+1



例题求解

【例1】 计算: $0.1+0.3+0.5+0.7+0.9+0.11+0.13+0.15+\dots+0.97+0.99$

(“我爱数学”少年夏令营试题)

思路点拨 前面五个数的公差为0.2,后面的一串数公差为0.02,所以分成两组,运用求和及求项数公式即可求出.

【例2】 在124.68与924.68之间插入3个数,使这样5个数成等差数列,问从小到大排列的第四个数是几?

思路点拨 求出公差,便可求出第四个数,联想植树问题中“棵数与段数”的关系,它不正好反映了首尾两数与公差的关系吗?



读读

数学王子——德国数学家高斯(1777—1855)幼年时代有一篇杰作,精彩绝伦.

现介绍如下:

求 $1+2+3+\dots+100$ 的和.

令 $S=1+2+3+\dots+100$

则 $S=100+99+98+\dots+1$

$2S=(1+100)+(2+99)+\dots$

$+ (100+1)$

$S=(1+100)\times 100\div 2$

$=101\times 50$

$=5050$

你能发现:

和=(首项+末项) \times 项数 $\div 2$ 与上面解法的关系吗?





竞赛

让我们观察一下运算:

下运算:

$$7^2 - 6^2 = 49 - 36 = 13$$

$$7^2 - 6^2 = (7-6) \times (7+6) = 13$$

不妨用小数试试:

$$0.7^2 - 0.6^2 = 0.49 -$$

$$0.36 = 0.13$$

$$0.7^2 - 0.6^2$$

$$= (0.7 - 0.6) \times (0.7 + 0.6) = 0.13$$

通过以后分数及初中代数的学习,我们仍然可以得出上面的结论:两个数的平方差等于这两个数的和与差的乘积,用字母表示:

$$a^2 - b^2 = (a+b) \times (a-b)$$

以上简称平方差公式。

【例 3】 一个物体从空中落下来,经过 4 秒落地,已知第一秒下落 4.9 米,以后每一秒下落的距离都比前一秒多 9.8 米,这个物体在下落前距地面多少米?

(首届“创新杯”模拟试题)

思路点拨 题目中信息已给充分了,直接运用公式即可求出。

【例 4】 计算: $20^2 - 19^2 + 18^2 - 17^2 + 16^2 - 15^2 + \dots + 2^2 - 1^2$

思路点拨 通过平方差公式可简化题型,使之转化为一个简单的等差数列。

【例 5】 计算: $(1+1.2) + (2+1.2 \times 2) + (3+1.2 \times 3) + \dots + (99+1.2 \times 99) + (100+1.2 \times 100)$

(吉林省第七届小学数学竞赛试题)

思路点拨 每个括号里前面的数构成了整数的等差数列,而括号里后面的数构成了一个小数的等差数列,所以通过重新组合,不难求出运算结果。

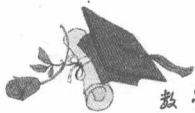
【例 6】 一张纸上原来写有 0.83 和 1.01 各 20 个,如果划去其中的一些数,使得留下来的数之和恰等于 19.99,那么应该从这 40 个数中划去多少个?

(广东省南海市小学生数学竞赛试题)

思路点拨 容易看出应先求出总和与 19.99 的差,再作分析。所求的差百分位的数字特征决定了 0.83 与 1.01 个数的几种可能性。



ASU MATH



链接

【例7】 一位五年级学生做作业时,不慎将墨水瓶打翻,使一道作业题只看到如下字样:“有一串数字 0.1,0.4,⋯,求第※※※(※部分表示看不清)项是多少?”试问,当※※※不论代表自然数是几的时候,你都能表述出正确的答案吗?

思路点拨 题目实际是要求表达此数列的通项式.

一般,当数列 $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$ 为等差数列时,它的通项式为:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

【例8】 有 10 个数从小到大排列,组成等差数列,第五项与第六项的和是 1,当公差为 0.1 时,首项是几?

思路点拨 第五项、第六项与第一项有什么关系?能否将第五项、第六项转化为与第一项有某种等量关系呢?

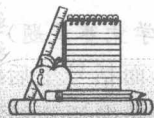
一般地,在等差数列中,有以下关系:

$$a_1 + d = a_2, a_2 + d = a_3$$

$$\cdots a_{n-1} + d = a_n \text{ 由上可见: } a_1 + 2d = a_3$$

$$a_1 + 3d = a_4$$

$$\cdots a_1 + (n-1)d = a_n$$



学力训练



基础夯实

1. 计算: $0.1 + 0.4 + 0.7 + 0.10 + 0.13 + 0.16 + 0.19 + \cdots + 1.00$

(2002 年吉林省第八届小学竞赛试题)

2. 计算: $(1.0 - 0.1) + (2.0 - 0.2) + (3.0 - 0.3) + \cdots + (9.0 - 0.9) + (10.0 - 1.0)$



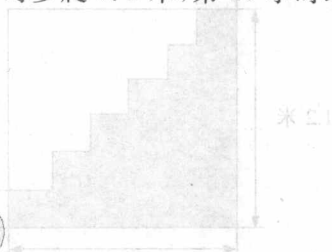
3. 计算： $12.34 + 23.45 + 34.56 + 45.67 + 56.78 + 67.89 + 78.91 + 89.12 + 91.23$

4. 一物体从空中落下来，第一秒钟下落 4.9 米，以后每秒多下落 9.8 米，经过 10 秒钟落到地面，问物体原来离地面多高？

5. 计算： $9.1 + 9.2 + 9.3 + \cdots + 10.7 + 10.8 + 10.9$

6. 小王和小胡两人比赛赛跑，限定时间为 10 秒，谁跑的距离长谁就获胜，小王第一秒跑 1 米，以后每秒都比前一秒多跑 0.1 米，小胡自始至终每秒跑 1.5 米，谁能取胜？

7. 蜗牛每小时都比前一小时多爬 0.1 米，第 10 小时蜗牛爬了 1.9 米，第 1 小时蜗牛爬了多少米？



能力拓展

8. 梯子最高的一级宽 3.2 分米，最低一级宽 11 分米，中间还有 9 级，各级的宽度成等差数列，中间一级宽多少分米？

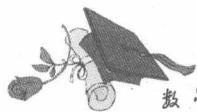
9. 三个数成等差数列，它们的和是 2.1，其积是 0.091，求这三个数。

10. 已知等差数列第 1 项是 1.5，第 6 项是 3.5，求公差。

11. 有 12 个数组成等差数列，第六项与第七项的和是 1.2，求这 12 个数的和。

12. 在 0.4 与 2.2 之间插入哪 8 个数以后，能使这 10 个数成等差数列？





13. 王师傅 3 月 1 日开始用新机器织布, 第一天织 10 米, 以后每天比前一天多织 0.2 米, 则 3 月 31 日那天织了多少米?

14. 计算: $0.1+0.2+0.3+\dots+9.8+9.9+10+9.9+9.8+\dots+0.3+0.2+0.1$



综合创新

15. 计算: $1.001+2.003+1.005+2.007+1.009+2.011+\dots+1.197+2.199$

16. 在一个边长 1.2 米的正方形内, 有个每段长都等于 0.2 米的折线(如图 2-1), 求图中阴影部分的面积?

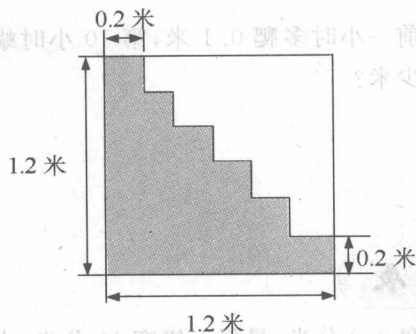


图 2-1



连接





3

平均数问题



进阶

愚昧将使你达不到任何成果,并在失望和忧郁之中自暴自弃.

——达·芬奇



知识纵横

原始社会生产力低下及与其适应的生产资料公有制,决定了劳动成果的平均分配,这是平均问题发展的渊源.

现实生活中的平均数问题,就是已知几个不同的数,在总数量不变的前提下,移多补少,使它们成为相等的几份,求其中一份是多少的问题.

平均数问题基本数量关系为:总数量÷总份数=平均数



例题求解

【例 1】 某班女生人数是男生人数的一半,男生的平均体重是 41 千克,女生的平均体重是 35 千克,全班同学的平均体重是多少千克?

(小学数学 ABC 卷试题)

思路点拨 如何表示女生人数是此题的突破口,它涉及到总数量,也涉及到总份数.

(1) 解决平均数问题的关键,在于确定总数(这里是指 $a_1+a_2+\dots+a_n$) 以及总数对应的总份数(这里是指 n);

(2) 作为算术平均数的推广,还有一种加权平均数.

如果在数列 a_1, a_2, \dots, a_n 中存在某些相同的数据,例如有 m_1 个 a_1 , m_2 个 a_2, \dots, m_k 个 a_k , 那么这些数的加权平均数可用公式:

$$\bar{x} = \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2 + \dots + m_k a_k}{m_1 + m_2 + \dots + m_k}$$

当 $m_1 = m_2 = \dots = m_k = 1$ 时,加权平均数公式就与算术平均数公式相同了,因此说,算术平均数是加权平均数的特例,加权平均数是算术平均数的推广.

