清华21世纪高等职业经济管理专业系列教材

简明概率统计

苏柏山 孙晓祥 主编

清华大学出版社

清华21世纪高等职业经济管理专业系列教材

简明概率统计

苏柏山 孙晓祥 主编

清华大学出版社

北京

内容简介

本书是根据高等职业经济管理专业的培养目标和课程体系设置，邀请多名具有丰富教学经验的专业教师编写而成的。

全书共分十章，包括概率论的基本概念、条件概率与独立性、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律与中心极限定理、参数估计、假设检验、Excel在概率统计中的应用等。

本书考虑到各高职院校的培养目标和学生的实际情况，特别注重实用性与可读性，在语言叙述上力求深入浅出，特别注重通俗易懂，本书可作为高职高专院校的教材，也非常适合供自学使用。

图书在版编目(CIP)数据

简明概率统计/苏柏山，孙晓祥主编. —北京：清华大学出版社，2008.12
(清华21世纪高等职业经济管理专业系列教材/刘进宝主编)
ISBN 978-7-302-18871-1

Ⅰ. 简…　Ⅱ. ①苏…　②孙…　Ⅲ. ①概率论－高等学校：技术学校－教材　②数理统计－高等学校：技术学校－教材　Ⅳ. O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第173674号

责任编辑：徐学军
责任校对：王凤芝
责任印制：杨　艳
出版发行：清华大学出版社　　**地　址**：北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：清华大学印刷厂
装 订 者：北京鑫海金澳胶印有限公司
经　销：全国新华书店
开　本：185×260　**印　张**：8　**字　数**：185千字
版　次：2008年12月第1版　**印　次**：2008年12月第1次印刷
印　数：1～5000
定　价：18.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话：(010)62770177转3103　产品编号：031345-01

清华21世纪高等职业经济管理专业系列教材编写委员会

丛书主编 刘进宝

编写委员会成员

刘进宝 张思光 刘建铭 乔颖丽

潘 力 申松涛 秦树文 陈宝财

总　序

在21世纪中国经济走向全球的时代，我们不但需要大批高素质的理论人才，更需要大批高素质技能型人才。高等职业教育是我国高等教育的重要类型，主要培养生产、建设、管理、服务等第一线亟需的高素质技能型人才，具有周期短、实用性强、针对性强、文化层次与我国国民经济发展水平适用度高，教育投资效率高等优势。

教材建设是高等学校基本的教学建设之一，是学科建设的主要组成部分。教材作为体现教学内容和教学方法的知识载体，无疑是承载教学改革种种思路并传导至教学对象的主要方面，因此是体现高等职业教育特色可选择的首要改革路径。对此，一线教师在多年的教学实践中深有感触。长期以来，在教学中使用本科教材或本科院校编写的高等职业教育教材时，深感现有教材不能适用教学工作的实际需要，教材上的许多内容教学当中不需要，而需要讲的内容却不在教材当中，主讲教师需要进行多本教材的综合提炼，极大地影响了教学效率和教学效果。由于高等职业教育是我国高等教育当中的一个新的类型，教材建设成为一个瓶颈问题。

基于以上认识，我们开始探索高等职业经济管理类专业教材建设。在清华大学出版社的大力支持下，包括原张家口农业高等专科学校、郑州牧业工程高等专科学校、洛阳农业高等专科学校等14所高等职业院校共同合作，2002年由清华大学出版社出版了“高职高专经济管理类系列教材”，教材出版发行后，受到教材使用单位的普遍好评，其中《管理学原理》一书截至2006年6月印刷、发行60 000册。由于首次教材编写获得成功，2007年年初，和清华大学出版社共同协商，决定对前次出版教材进行修订，同时再新编一批教材。

本套教材主要满足高等职业教育相关专业的教学需求，同时也可以用于实际工作者的技能培训。教材编写以先进性、适用性、针对性为主导原则，突出了高等职业教育培养技术应用人才的办学特色，教材体系简明精练，理论选择深浅适度、范围明确，不求面面俱到；内容削枝强干，强化应用性、实践性、可操作性，削减抽象的纯概念阐述和繁复的模型推演。在此基础上，教材具有如下特色：

1. 摒弃“本科压缩型”教材模式，构建高职高专教材自成体系。我国高等职业教育发展历史短，其教材长期以来由本科院校的教授们编写，具有较高的理论水平、完善的理论体系和系统的知识结构，和本科教材在形式上、结构上和内容上没有太大的差异，不适应高等职业教育教学的需要。本系列教材以培养学生的实际操作技能为主线，教材编写上要求理论和实践相结合，以实践为主，强调理论够用；一般内容教学和案例教学相结合，加强案例教学内容；课堂教学和课外练习思考相结合，强化课外思考。

2. 教材内容简明易懂。针对目前我国的高等教育由传统的精英教育转向大众化教育后，高职高专学生素质的变化，高等职业教育教材建设努力做到理论简明且通俗易懂，

实际操作技能过程程序化，以便于学生更好的接受和掌握。

3. 适应快速变化的国民经济环境对教材建设的要求。经济管理在我国各学科专业当中是一门新兴专业学科，它与我国政治经济的发展紧密相关联。最近20多年来是我国政治经济发展最快的一个时期，我国由传统的计划经济体制转向了全面建设社会主义市场经济体制，这就要求经济管理的教材建设必须与之相适应；我国加入WTO以来，经济、文化快速融入国际经济体系，这就要求我们在教材编写当中将国际规则融入教材内容当中。

为出版本套教材，清华大学出版社的编辑人员和相关人员付出了极大辛苦。在本套教材编写组织过程中得到了河北北方学院领导的大力支持，在此表示衷心感谢。

刘进宝

2007年8月16日

前　言

根据教育部(87)教字第022号文件的要求，普通高等院校在经济管理专业开设《概率统计应用基础》课程，其后高等职业经济管理专业也相继开设了这门课程。但是目前还缺乏适用于高等职业经济管理专业的教材，我们根据高等职业经济管理专业的培养目标和课程体系设置，邀请具有丰富教学经验的部分高等职业教师，编写了这本教材。

本教材由苏柏山、孙晓祥主编，许毅、高亚萍、杨绪河、韩振芳、刘忠诚为副主编。由苏柏山(第一章、第十章)，孙晓祥(第五章、第七章)，许毅(第三章、第四章)、高亚萍(第八章)、杨绪河(第九章)、韩振芳(第六章)、刘忠诚(第二章)写出各章初稿，然后由苏柏山根据教材编写工作会议的统一要求，对各章初稿进行了统一修改而完成。

在本教材中，我们试图体现以下特点：

1. 针对各高职院校理论课学时比较少的实际情况，根据教育部关于高职院校理论课程"以应用为目的，以必须、够用为度"的教学要求，合理取舍教学内容，从而解决了长期以来困扰各高职院校的教材内容多，实际学时少的矛盾。

2. 针对各高职院校的培养目标和学生的实际情况，特别注重实用性与可读性，在语言叙述上力求深入浅出，特别注重通俗易懂，从而更便于教师的课堂教学和学生的课后自学。

3. 针对目前各高职院校的教学条件普遍改善的实际情况和教学改革的实际需要，结合概率统计课程的特点，我们专门在第十章介绍了Excel在概率统计中的应用举例。Excel是一种最普及的应用软件，也是很多统计学专家积极推崇的普及型应用软件，在概率统计的教学中应用Excel软件，不但为解决概率统计中繁琐的计算问题找到了突破口，而且能够激发学生的学习兴趣和培养学生的探索精神，有利于提高教学质量。

4. 本教材第十章也可作为选学或自学内容，全部内容可用36学时讲授完成。

本教材编写过程中，参考了大量相关教材和论著，在此一并向作者表示衷心感谢。

限于水平，不妥之处可能不少，敬请使用本教材的教师和广大读者提出宝贵意见。

编　者

2007年12月

目　　录

第一章

概率论的基本概念

概率论与数理统计就是研究随机现象统计规律性的数学学科．概率论与数理统计的基本知识和基本方法在国民经济、工农业生产、自然科学、社会科学、教育研究等几乎每一个领域都得到了广泛的应用．

第一节

引例、排列与组合

一、引　　例

在现实世界中，有些现象在一定条件下可能发生，也可能不发生，这类现象称为随机现象，或称为随机事件．

例如，掷一枚硬币，可能出现正面，也可能出现反面．买一张彩票，可能中奖，也可能不中奖，等等．人们长期的实践和研究发现，随机现象的发生也是具有其内在规律性的．例如，买一张彩票中大奖的可能性就是非常小的．

那么，对随机事件发生可能性的大小能否用数值的方法给出度量呢？回答是肯定的，这就是事件的概率，本章我们先介绍概率论中的一些基本概念，然后给出随机事件概率的定义．

二、乘法原理与加法原理

解决古典概率的问题的基本数学工具是排列与组合的知识，而乘法原理与加法原理是掌握排列与组合知识的两个最基本的原理，所以有人说，理解了这两个基本原理，就掌握了排列与组合．

1．乘法原理

先看下面一个例子．

从甲地到乙地有 3 条路，乙地到丙地有 2 条路，那么，从甲地经过乙地到丙地共有多

少种不同的走法呢？

显然，共有 $N=3\times2=6$ 种不同走法.

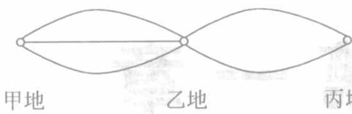


图 1-1

一般地有

乘法原理 完成一件事需要 n 个步骤，第 1 个步骤有 m_1 种方法，第 2 个步骤有 m_2 种方法，…，第 n 个步骤有 m_n 种方法，那么完成这件事共有

$$N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n \tag{1.1}$$

种不同方法.

例 1 用 0，1，…，9 十个数字

(1) 可以排出多少个三位数？

(2) 可以排出多少个无重复数字的三位数？

解 (1) 三位数是由百位、十位、个位组成的，每次组成一个三位数必需经过三个步骤：

第一步：确定百位数，有 9 种方法(0 不能在首位)；

第二步：确定十位数，有 10 种选法；

第三步：确定个位数，有 10 种选法. 由乘法原理，共可组成不同的三位数 $N=9\times10\times10=900$ 个.

(2) 与(1)类似，由乘法原理，共可组成无重复数字的三位数 $N=9\times9\times8=648$ 个.

2. *加法原理*

再看下面的例子.

从甲地到乙地有 3 次火车，2 班汽车，那么，从甲地到乙地有多少种不同的走法呢？

显然，共有 $N=3+2=5$ 种不同走法.

一般地有

加法原理 完成一件事有 n 类方式，第 1 类方式有 m_1 种方法，第 2 类方式有 m_2 种方法，…，第 n 类方式有 m_n 种方法，那么完成这件事共有

$$N=m_1+m_2+\cdots+m_n \tag{1.2}$$

种不同方法.

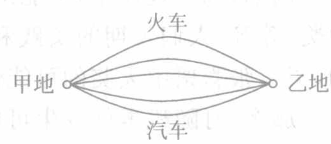


图 1-2

例 2 书架上层有 6 本不同的数学书，下层有 5 本不同的物理书.

(1) 从书架上任取一本书，共有多少种不同取法？

(2) 从书架上任取数学书、物理书各一本，共有多少种不同取法？

解 (1) 任取一本书可分为两种方式.

第一类方式：取数学书，共有 6 种取法；

第二类方式：取物理书，共有 5 种取法，由加法原理知，共有不同取法 $N=6+5=11$ 种.

(2) 取数学、物理书各一本需要两个步骤.

第一个步骤：取数学书，共有 6 种取法；

第二个步骤：取物理书，共有 5 种取法，由乘法原理知，共有不同取法 $N=6\times5=30$ 种.

通过例 2，我们可以体会到用加法原理和乘法原理解决问题时的不同之处.

三、排列与组合

1. 排列

从 n 个不同元素中，每次取出 r 个不同元素（$0<r\leqslant n$），按一定顺序排成一列，称为从 n 个元素中每次取出 r 个元素的一个排列.

例如，从 A，B，C 三个字母中，每次取出两个字母，可以组成 6 种不同的排列，如 AB，AC，BA，BC，CA，CB.

在排列问题中，我们主要关心排列种数共有多少，一般用 P_n^r 表示排列种数. 例如，由乘法原理可以知道，这里的排列种数为 $P_3^2=3\times2=6$.

由乘法原理，同样可以得到下面计算 P_n^r 的公式：

(1)
$$P_n^r=n(n-1)\cdots(n-r+1).\tag{1.3}$$

(2)
$$P_n^r=\frac{n!}{(n-r)!}.\tag{1.4}$$

有时，参加排列的元素允许重复，这种排列称为可重复排列. 由乘法原理可知，从 n 个不同元素中可重复地取出 r 个元素排成一列的排列种数为

$$N=n\times n\times\cdots\times n=n^r\tag{1.5}$$

例 3 将 1，2，3 号球等可能地放入甲、乙、丙、丁四个盒子中去，那么共有多少种不同放法？

解 1 号球可以放入甲、乙、丙、丁任一盒子中，有 4 种放法，同理 2，3 号球各有 4 种放法，由乘法原理知，共有不同放法 $N=4\times4\times4=4^3=64$ 种.

2. 组合

从 n 个不同元素中，每次取出 $r(r\leqslant n)$ 个不同元素，不论顺序，分成一组，叫做从 n 个不同元素中取出 r 个不同元素的一个组合. 组合种数记为 C_n^r.

需要指出，排列问题与组合问题的区别在于前者要考虑顺序，而后者不考虑顺序.

下面给出计算 C_n^r 的公式，从 n 个不同元素中取出 r 个不同元素进行排列可分为两个步骤进行：

(1) 先从 n 个不同元素中取出 r 个，这是组合问题，共有 C_n^r 种不同取法.

(2) 再把所取的 r 个元素进行排列，共有 $r!$ 种不同排法.

于是，由乘法原理知，共有不同排列

$$P_n^r=C_n^r\cdot r!$$

种，从而有

$$C_n^r=\frac{P_n^r}{r!}=\frac{n(n-r)\cdots(n-r+1)}{r!}\tag{1.6}$$

或

$$C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \tag{1.7}$$

例 4　从 5 本不同的数学书，8 本不同的物理书中，任取 2 本数学书，4 本物理书，共有多少种不同的取法？

解　从 5 本数学书中任取 2 本，有 $C_5^2 = \frac{5\times4}{2!} = 10$ 种不同取法；从 8 本物理书中任取 4 本，有 $C_8^4 = \frac{8\times7\times6\times5}{4!} = 70$ 种不同取法，由乘法原理知，共有不同取法 $N = C_5^2 \times C_8^4 = 10\times70 = 700$ 种.

3. 组合数的两个常用性质

性质 1　$$C_n^k = C_n^{n-k}. \tag{1.8}$$

性质 2　$$C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}. \tag{1.9}$$

可用组合含义来证明和记忆上面两个常用性质.

第二节

随机事件的关系与运算

一、随机事件与样本空间

1. 随机试验

我们把对某一现象的观测和一切科学实验统称为试验. 若一个试验满足：

(1) 可以在相同的条件下重复进行.

(2) 试验的所有可能结果事先能够已知.

(3) 每次试验前不能断定哪一个结果发生.

则称这个试验为一个**随机试验**. 用 E 表示，为方便，以后将随机试验也简称为试验.

例 5　E_1：掷一枚硬币，观察正反面.

例 6　E_2：口袋中装有编号为 $1,2,\cdots,n$ 的 n 个球，有放回的任取一球观察号码.

例 7　E_3：在一个陀螺的圆周上均匀的刻有$[0,1)$上的实数，旋转陀螺，当它停下来时，观察圆周与桌面的接触点.

例 8　E_4：测量某一物体的长度，观察测量值.

上述四例，都是随机试验.

2. 随机事件

随机试验中，可能出现，也可能不出现的可能结果称为**随机事件**. 每次试验中，必然出现的结果称为**必然事件**，不可能出现的结果称为**不可能事件**. 以后一般用 $A,B,C,\cdots$

表示随机事件,用 Ω 表示必然事件,用 ϕ 表示不可能事件.

例如,在例 5 中,"出现正面"、"出现反面"都是随机事件,而"出现正面或反面"是必然事件."硬币飞出地球"是不可能事件.

再如,在例 6 中,"取出 1 号球"、"取出 2 号球",……,"取出 n 号球"都是随机事件."取出球的标号不超过 n"是必然事件,"取出标号为 0 的球"是不可能事件.

对于例 7,例 8 中的随机试验,类似可找出随机事件,必然事件和不可能事件.需要指出,必然事件和不可能事件不具有随机性,为讨论方便,把它们作为一种特殊的随机事件.

3. 样本点和样本空间

对于一个随机试验 E,各次试验的结果不一定相同,我们称每一个基本可能结果为 E 的一个**基本事件**(或称**样本点**).所有基本事件组成的集合称为**基本空间**(或称为**样本空间**).一般用 e 表示基本事件(样本点),Ω 表示基本空间(样本空间).

例 9 E:掷一枚硬币观察正反面.用 e_0 表示出现正面,e_1 表示出现反面.则基本事件为:e_0, e_1.基本空间为

$$\Omega = \{e_0, \quad e_1\}.$$

例 10 E:掷一枚骰子观察点数.用 e_i 表示出现的 i 点($i=1,2,\cdots,6$),则基本事件为:e_1,e_2,e_3,e_4,e_5,e_6,基本空间为

$$\Omega = \{e_1,e_2,e_3,e_4,e_5,e_6\}.$$

例 11 E:旋转一个圆周上均匀刻有$[0,1)$的陀螺,则基本事件为 x:刻度为 x 的点与桌面接触.基本空间为

$$\Omega = \{x \mid 0 \leqslant x < 1, x \in \mathbb{R}\}.$$

例 12 E:同时掷两枚硬币观察正反面,则基本事件为:(正,正)(正,反),(反,正)(反,反).基本空间为

$$\Omega = \{(\text{正},\text{正}),(\text{正},\text{反}),(\text{反},\text{正}),(\text{反},\text{反})\}.$$

从集合论的观点来看,基本空间对应于全集,基本事件对应于全集的元素,而随机事件则是由基本空间某些基本事件构成的集合,它对应于基本空间的子集.即 $e \in A, e \in \Omega, A \subset \Omega$.

例如,在例 2 中,用 A 表示出现偶数的事件,则 A 发生当且仅当 e_2,e_4,e_6 之一发生,所以 $A=\{e_2,e_4,e_6\}$,这里有 $A \subset \Omega$.

二、事件间的关系与运算

在实际问题中,往往需要同时考察几个在同样条件下的事件以及它们的相互关系.详细分析事件间的关系不仅能帮助我们认识事物的本质,而且还能大大简化一些复杂事件的概率计算.

先看下面例子

例 13 E:一圆柱形的车轴需要检验两个指标——长度与直径,对车轴进行检验.则有下面一些随机事件.

$A=$ {产品合格}； $\bar{A}=$ {产品不合格}； $B=$ {直径合格}； $\bar{B}=$ {直径不合格}；
$C=$ {长度合格}； $\bar{C}=$ {长度不合格}； $D=$ {直径合格而长度不合格}；
$F=$ {长度合格而直径不合格}； $G=$ {直径和长度都合格}.

事件间一般有下面关系和运算.

1. 子事件(事件的包含关系)

若事件 A 的发生必然导致事件 B 的发生，则称事件 A 是事件 B 的**子事件**，记作 $A\subset B$.

例如，在例 13 中，$A\subset B, A\subset C, \bar{B}\subset\bar{A}$ 等. 显然，对任何事件 A，有 $A\subset\Omega$. 规定 $\varnothing\subset A$.

2. 相等事件

若 $A\subset B$，$B\subset A$，则称事件 A 与事件 B **相等**，记作 $A=B$.

例如，在例 13 中，$A=G$.

3. 和事件

事件 A,B 至少发生其一所构成的事件称为 A 与 B 的**和事件**，记作 $A\cup B$.

例如，例 13 中，$\bar{A}=\bar{B}\cup\bar{C}$.

一般地，可类似定义有限个事件与可列个事件的**和事件**，事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 至少发生其一所构成的事件称为这 n 个事件的和事件. 记作 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$，事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$，至少发生其一所构成的事件，称为这可列个事件的和事件，记作 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n\cup\cdots$.

例如，E：某人进行科学实验直到成功为止，若 $A=$ {实验成功}，$A_i=$ {第 i 次实验成功}，$(i=1,2,\cdots n,\ \cdots)$，则 $A=A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n\cup\cdots$.

4. 积事件

事件 A 与 B 同时发生所构成的事件称为 A 与 B 的**积事件**，记作 $A\cap B$ 或 AB.

例如，在例 13 中，$A=B\cap C$.

类似可定义有限个事件与可列个事件的积事件：

$$A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n \quad 与 \quad A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n\cap\cdots.$$

5. 差事件

事件 A 发生而事件 B 所构成的事件称为 A 与 B 的**差事件**，记作 $A-B$. 例如，在例 13 中，$D=B-C$.

6. 互斥事件

若事件 A,B 不能同时发生，即 $A\cap B=\varnothing$，则称事件 A 与 B 是**互斥事件**. 或称 A 与 B 是**互不相容的**.

例如，在例 13 中，A 与 $\bar{A}$ 是互斥事件，A 与 D 是互斥事件.

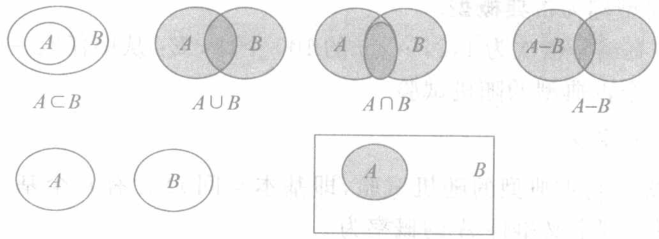
7. 互逆事件

若 $A\cap B=\varnothing$ 且 $A\cup B=\Omega$，则称事件 A 与 B 是**互逆事件**，或称 A 与 B 是**对立事件**. 事件 A 的逆事件一般不记作 $\bar{A}$.

例如，在例 13 中，A 与 $\bar{A}$ 是互逆事件.

为方便，若 A 与 B 互斥，我们将 $A\cup B$ 记为 $A+B$.

事件间的关系和运算可以用 Wen$n$ 来表示.



$A\subset B$　　$A\cup B$　　$A\cap B$　　$A-B$

A与B是互斥　　A与B是对立事件

显然,事件间的关系和运算和集合间的关系和运算是具有对应关系的.

例 14　向某指定目标射击三枪,A_i={第 i 枪击中目标}($i=1,2,3$).试用 A_1,A_2,A_3 表示下面事件.

(1) 只击中一枪;　　(2) 只击中第一枪;

(3) 三枪都未击中;　　(4) 至少击中一枪.

解　设 A={只击中一枪},则 $A=A_1\overline{A_2A_3}+\overline{A_1}A_2\overline{A_3}+\overline{A_1A_2}A_3$.

设 B={只击中第一枪},则 $B=A_1\overline{A_2A_3}$.

设 C={三枪都未击中},则 $C=\overline{A_1A_2A_3}$.

设 D={至少击中一枪},则 $D=A_1\cup A_2\cup A_3$.

8. 事件间的运算满足以下运算律

(1) 交换律:$A\cup B=B\cup A,A\cap B=B\cap A$.

(2) 结合律:$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C,A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$.

(3) 分配律:$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(B\cap C)$.

$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C).$$

(4) 对偶率:$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B},\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

(5) 积差率:$A-B=A\cap\overline{B}$.

第三节

概率的定义和性质

一、古典概型、概率的古典定义

1. 古典概型随机试验

设 E 是随机试验,若 E 满足:

(1) 可能试验结果的个数是有限的,即 $\Omega=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$;