

小学数学三好丛书

献给
小学生

比 和 比 例

北京市海淀区教师进修学校 编



轻轻松松学数学

中国水利水电出版社



小学数学三好丛书

比和比例

北京市海淀区教师进修学校 编

中国水利水电出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

比和比例/北京市海淀区教师进修学校编. —北京:中国水利水电出版社, 1995

(小学数学三好丛书)

ISBN 7-80124-078-2

I. 比… II. 北… III. 比例-小学-数学课-教学参考资料 IV. G623.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (95) 第 16549 号

书 名	小学数学三好丛书 比 和 比 例
作 者	北京市海淀区教师进修学校 编
出版、发行	中国水利水电出版社(北京市三里河路 6 号 100044)
经 售	全国各地新华书店
排 版	北京京建照排厂
印 刷	北京市朝阳区小红门印刷厂
规 格	787×1092 毫米 32 开本 4.75 印张 102 千字
版 次	1996 年 5 月第一版 1996 年 5 月北京第一次印刷
印 数	00001—10000 册
定 价	5.50 元

编 者 的 话

作为编者、家长、教师，我们的小学生生活已经久远。那时，课外读物远没有现在这样丰富，渴望寻觅到一本适用的课外参考书，是儿时的一大愿望。因此，编写一部书，使她能丰富学生们的数学课外内容，能够帮助学生理解、掌握、巩固已经学过的内容，能够拓宽学生思路，使之能更灵活地运用所学知识，能够提高学生分析问题，解决问题的能力，是我们的初衷。

本书紧密结合九年义务教育全日制小学数学教学大纲，按知识单元分册编写。包括：《数的整除》《计算与巧算》《比和比例》《几何初步知识》《分数百分数应用题》《一般应用题》《典型应用题》，共7个分册，基本涵盖了小学数学知识的重点。每册大体分为精要点拨、典型题解、扩展提高、练习题等几部分。书末附有习题参考答案。

本书的特点是①重问题分析：典型题解与扩展提高的例题分析，是精华部分。引导学生深入浅出，掌握分析问题的方法。②重开发思路：使学生在掌握基础知识后，能多角度地思考问题，提高解决问题的能力。③重启发灵活运用知识，使学生融会贯通、举一反三，取得事半功倍的学习效果。

希望本书能成为学生的“好老师”，教师的“好参谋”，家长的“好助手”。因此，我们将这套书称为《小学数学三好丛书》。

本书由我们组织了海淀区一批长期从事小学数学教学与

科研工作，具有丰富经验的特级教师、高级教师编写。我们力求完美，但书中难免有不完善之处，恳请教师、家长和学生提出宝贵意见。

北京市海淀区教师进修学校

1995-10-01

目 录

编者的话

一、比的意义和性质.....	1
二、比例尺	20
三、按比例分配	37
四、比例的意义和性质	54
五、正比例	77
六、反比例	97
参考答案.....	131

一、比的意义和性质

【精要点拨】

1. 比 的 意 义

(1) 在日常生活、工农业生产和科学实验中,常常要对两个数量进行比较。

以前学过的比较方法有两种:一种是比较两个数量谁多谁少。例如,某班男生 25 人,女生 23 人,男生人数比女生多多少人(或女生人数比男生人数少多少人)?这种比较方法我们用减法来解答。本题解答为 $25 - 23 = 2$ (人)。

另一种比较方法是,比较较大数量是较小数量的几倍(或较小数量是较大数量的几分之几),这种比较也就是同类量的“倍”的关系的比较。例如,某班男生 25 人,女生 23 人,男生人数是女生的几倍(或女生人数是男生人数的几分之几)?这种同类量的“倍”的比较我们用除法解答。

求男生人数是女生人数的几倍: $25 \div 23 = 1\frac{2}{23}$; 求女生人数是男生人数的几分之几: $23 \div 25 = \frac{23}{25}$ 。

现在,我们再学习一种新的比较方法,这种新的比较方法就是“比”。

例如,某班男生 25 人,女生 23 人,除了可以说男生人

数是女生的几倍，我们还可以说，男生人数和女生人数的比是 25 比 23；除了可以说女生人数是男生人数的几分之几，我们还可以说，女生人数和男生人数的比是 23 比 25。

例如，一辆汽车 4 小时行驶 160 千米，这辆汽车每小时行多少千米？这辆汽车行 1 千米用多少小时？

解：求这辆汽车每小时行多少千米，可以这样求： $160 \div 4 = 40$ （千米）。40 千米就是这辆汽车每小时的速度。我们也可以说，这辆汽车行驶的路程和时间的比是 160 比 4。

求这辆汽车行 1 千米用多少小时，可以这样求： $4 \div 160 = \frac{4}{160} = \frac{1}{40}$ （小时）。 $\frac{1}{40}$ 小时是这辆汽车行 1 千米所用的时间，我们也可以这样说：这辆汽车所行时间和路程的比是 4 比 160。

因为 $25 \div 23$ 、 $23 \div 25$ 、 $160 \div 4$ 、 $4 \div 160$ 都是用除法计算，所以以上的式子都可以写成两个数的比的形式。

什么是“比”呢？两个数相除又叫做两个数的比。

比，是两个数量的一种比较方法。

“比”这种比较方法中，包括两种同类量的“倍”的关系的比较，即求一个数是另一个数的几倍或求一个数是另一个数的几分之几；也包括有关联的两种不同类量的比较，并且在比较中产生一种新的量。

所以，“比”这种比较方法，它包含的内容广、范围大，是过去学过的“倍”的比較的延伸及扩展。

(2) 同学们看球赛时，注意到记分牌上公布的比分，如 2 : 0，这个“2 : 0”和上面所说的“比”有没有关系呢？

这里的“2 : 0”是指双方进球得分的数，2 是甲方得 2 分，0 指的是乙方得 0 分，这个“:”只代表“比”这个字，这个

“比”字和上面说的比较方法中的“比”不是一回事，这里的2和0没有除的关系，绝不是 $2 \div 0$ 。

当然，在得分牌上看到“2:0”人们可以看出谁得分多，谁得分少，谁输谁赢。

(3) “比”和“分数”“除法”之间的关系：

比和分数、除法有极密切的关系。请看下表。

比	前 项	比 号	后 项	比 值
除 法	被除数	除 号	除 数	商
分 数	分 子	分数线	分 母	分数值

“比”同除法比较，比的前项相当于被除数，后项相当于除数，比值相当于商。

“比”和分数比较，比的前项相当于分子，后项相当于分母，比值相当于分数值。

虽然它们之间有着极密切的关系，但是，它们之间也有一定的区别。

“比”是表示两个数的关系，除法是一种运算，分数是一种数值。

由于比和除法、分数的上述关系，所以，除法可以写成比，比可以写成分数形式。

例如， $3 \div 2 = 3 : 2$ ； $3 : 2 = \frac{3}{2}$ 。

写成分数形式后，仍读作3比2，而不能读作二分之三。

(4) 比的后项不能为“0”：

这里提醒同学们，千万不要忘记，比的后项不能是“0”。因为，在除法中，除数不能是“0”，分数中，分母不能是“0”，所以比的后项也不能为“0”。

(5) 写比时注意的几个问题：

写比时首先要注意的是顺序，比的前项和后项不能随意颠倒，看清题目要求；另外在写比时，尤其是填空题，要写最简的整数比。

例如，某班男生 25 人，女生 23 人。写出男生人数和女生人数的比时，就应这样写：男生人数和女生人数的比是 $25:23$ 。而绝不能写成 $23:25$ 。这个比的前项是女生人数，比的后项是男生人数。

(6) 连比：

例如，一个三角形三个内角的度数比是 $3:2:4$ ，这三个内角分别是多少度？

题中的 $3:2:4$ ，绝不是 $3 \div 2 \div 4$ ，这里“ $3:2:4$ ”是什么意思呢？

三角形三个内角度数和是 180° ，在 180° 中，把 180° 平均分成了 9 份，三个内角中一个内角占这样的 3 份，另一个内角占这样的 2 份，第三个内角占这样的 4 份。就是三个内角度数比是 $3:2:4$ 。三个或三个以上的数组成的比，叫做连比。象这样的“ $3:2:4$ ”的比就是连比。

2. 比的基本性质

比的前项和后项都乘以或除以相同的数（零除外），比值不变。这是比的基本性质。

比的基本性质和同学们在前面学过的“商不变”的性质、分数的基本性质是一脉相承的。

应用比的基本性质，我们可以把一个比化简成最简单的整数比；还可以应用它求一幅地图的比例尺。

3. 化简比和求比值

化简比是把一个比化简成最简单的整数比,使比的前项和后项成为互质数。

求比值是求用比的前项除以比的后项所得的商。这个商叫做比值。

化简比和求比值相同之处是:①化简比和求比值的结果都没有单位;②化简比和求比值的计算方法可以相同。

化简比和求比值的不同之处是:化简比的结果是一个比,写成比的形式,也可以写成分数形式(真分数或假分数);求比值的结果是商,是一个数,这个数可以是整数,也可以是小数或分数,但如果是假分数(在小学阶段)一定要化成带分数或整数,不能写成假分数形式。

【典型题解】

例 1 把下列各比化成最简单的整数比。

(1) $91:65$; (2) $\frac{100}{25}$

(1) **分析** 把 $91:65$ 写成分数的形式就是 $\frac{91}{65}$ 。把比写成分数的形式后,根据比的基本性质,把比的前项和后项都除以 13 后,前项得 7,后项得 5,所以最后的结果是 $\frac{7}{5}$ (或 $7:5$)。

解 $91:65 = \frac{91}{65} = \frac{7}{5}$ (或 $7:5$)

(2) **分析** 应用比的基本性质,比的前项 100 和比的后项 25 都除以 25,前项得 4,后项得 1,最后的结果是 $\frac{4}{1}$ (或 4)

: 1)

解 $\frac{100}{25} = \frac{4}{1}$ (或 4 : 1)。

例 2 化简下列各比。

(1) 1.75 : 5; (2) $\frac{5}{7} : \frac{3}{14}$

(1) 分析 先把 1.75 : 5 写成分数形式 $\frac{1.75}{5}$; 然后处理小数点, 比的前项 1.75 去掉小数点后, 相当于 1.75×100 , 为使比值不变, 所以后项也要乘以 100, 即成 $\frac{1.75}{5} = \frac{175}{500}$, 再利用比的基本性质, 把比的前项 175 和后项 500 都除以 25, 前项得 7, 后项得 20, 最后结果是 $\frac{7}{20}$ 。

解 $1.75 : 5 = \frac{1.75}{5} = \frac{175}{500} = \frac{7}{20}$

或 $1.75 : 5 = 175 : 500 = 7 : 20$

(2) 分析 首先把比写成分数形式, 然后根据比的基本性质, 把比的前项和后项都乘以 14 和 7 的最小公倍数 14, 前项得 10, 后项得 3, 最后结果是 $\frac{10}{3}$ 。

解 $\frac{5}{7} : \frac{3}{14} = \frac{\frac{5}{7} \times 14}{\frac{3}{14} \times 14} = \frac{10}{3}$

利用求比值的方法来化简比。有时比较简便, 用比的前项除以比的后项, 最后结果写成分数形式的比。

解 $\frac{5}{7} : \frac{3}{14} = \frac{5}{7} \div \frac{3}{14} = \frac{5}{7} \times \frac{14}{3} = \frac{10}{3}$

例 3 化简下列各比。

(1) 1 吨 : 750 千克; (2) 2 厘米 : 300 千米

(1) **分析** 有单位名称的同类量的比的化简,首先要统一单位,然后去掉单位,再利用比的基本性质去化简比。先把1吨改写成1000千克,把1000千克:750千克去掉单位成为1000:750,再写成分数形式 $\frac{1000}{750}$,再把比的前项和后项除以250,前项得4,后项得3,最后结果是 $\frac{4}{3}$ 。

解 $1\text{吨}:750\text{千克}=1000\text{千克}:750\text{千克}=1000:750$
 $=\frac{1000}{750}=\frac{4}{3}$

(2) **解** $2\text{厘米}:300\text{千米}=2\text{厘米}:30000000\text{厘米}=$
 $2:30000000=\frac{2}{30000000}=\frac{1}{15000000}$

例4 写出下列各比,并化简。

大圆的半径是5厘米,小圆的半径是2厘米。

(1) 写出大圆直径和小圆直径的比;

(2) 写出大圆周长和小圆周长的比;

(3) 写出小圆面积和大圆面积的比。

(1) **解** 大圆直径和小圆直径的比是 $(5\times 2)\text{厘米}:(2\times 2)\text{厘米}=10\text{厘米}:4\text{厘米}=5:2$ 。

也可以这样解 $\frac{(5\times 2)\text{厘米}}{(2\times 2)\text{厘米}}=\frac{5\times \overset{1}{\cancel{2}}}{2\times \overset{1}{\cancel{2}}}=\frac{5}{2}$ 。

(2) **解** 大圆周长和小圆周长的比是 $(5\times 2\times 3.14)\text{厘米}:(2\times 2\times 3.14)\text{厘米}=31.4\text{厘米}:12.56\text{厘米}=31.4:12.56=5:2$ 。

也可以这样解 大圆周长和小圆周长的比是
 $\frac{(5\times 2\times 3.14)\text{厘米}}{(2\times 2\times 3.14)\text{厘米}}=\frac{5\times \overset{1}{\cancel{2}}\times \overset{1}{\cancel{3.14}}}{2\times \overset{1}{\cancel{2}}\times \overset{1}{\cancel{3.14}}}=\frac{5}{2}$ 。

(3) 解 小圆面积和大圆面积的比是 (3.14×2^2) 平方厘米 : (3.14×5^2) 平方厘米 $= 12.56$ 平方厘米 : 78.5 平方厘米 $= 12.56 : 78.5 = 4 : 25$ 。

也可以这样解 小圆面积和大圆面积的比是

$$\frac{(3.14 \times 2^2) \text{ 平方厘米}}{(3.14 \times 5^2) \text{ 平方厘米}} = \frac{3.14 \times 2^2}{3.14 \times 5^2} = \frac{\overset{1}{\cancel{3.14}} \times 2 \times 2}{\overset{1}{\cancel{3.14}} \times 5 \times 5} = \frac{4}{25}。$$

例 5 4 头猪共重 380 千克, 写出猪的总重量和猪的头数的比, 并化简。

解 猪的总重量和猪的头数的比是 $380 : 4$ 。

$$\text{化简: } 380 : 4 = \frac{380}{4} = \frac{95}{1}$$

【扩展提高】

例 1 甲数是乙数的 $1\frac{3}{5}$ 倍。

- (1) 甲数和乙数的比是();
- (2) 乙数和甲数的比是();
- (3) 甲数与甲乙两数之和的比是();
- (4) 乙数与甲乙两数之和的比是();
- (5) 甲数与甲乙两数之差的比是();
- (6) 乙数与甲乙两数之差的比是()。

(1) **分析** 此题六个小题全是写比。一般情况是两个数相除可以写成两个数的比。但是这题甲乙两个数并没有给具体的数量, 只给了两个数之间“倍”的关系。在这样的情况下, 我们可用“率”(倍)去比, 同样可以求出甲乙两个数的比。

甲数是乙数的 $1\frac{3}{5}$ 倍, 就是把乙数看作单位“1”, 把乙

数平均分成5份，甲数占了这样的8份，就是甲数是乙数的 $1\frac{3}{5}$ 倍。甲数和乙数的比是 $1\frac{3}{5} : 1 = 1\frac{3}{5} \div 1 = \frac{8}{5} \div 1 = \frac{8}{5}$ （或8:5）。

解 甲数和乙数的比是(8:5)。

(2) **分析** 把乙数看作单位“1”，甲就是 $1\frac{3}{5}$ ，乙数和甲数的比是 $1 : 1\frac{3}{5} = 1 \div 1\frac{3}{5} = 1 \div \frac{8}{5} = 1 \times \frac{5}{8} = \frac{5}{8}$ （或5:8）。

解 乙数和甲数的比是(5:8)。

(3) **分析** 把乙数看作单位“1”，甲数就是 $1\frac{3}{5}$ ，甲乙两数之和就看作是 $(1 + 1\frac{3}{5})$ ，写出甲数与甲乙两数之和的比是 $1\frac{3}{5} : (1 + 1\frac{3}{5}) = \frac{8}{5} : 2\frac{3}{5} = \frac{8}{5} \div \frac{13}{5} = \frac{8}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{8}{13}$ （或8:13）。

解 甲数与甲乙两数之和的比是(8:13)。

(4) **分析** 把乙数看作单位“1”，甲数是 $1\frac{3}{5}$ ，甲乙两数之和可以看作是 $(1 + 1\frac{3}{5})$ ，写出乙数与甲乙两数之和的比是 $1 : (1 + 1\frac{3}{5}) = 1 \div 2\frac{3}{5} = 1 \div \frac{13}{5} = 1 \times \frac{5}{13} = \frac{5}{13}$ （或5:13）。

解 乙数与甲乙两数之和的比是(5:13)。

(5) **分析** 把乙数看作单位“1”，甲数看作 $1\frac{3}{5}$ ，甲乙两数之差看作是 $(1\frac{3}{5} - 1)$ ，甲数与甲乙两数之差的比是 $1\frac{3}{5}$

$$: (1\frac{3}{5}-1)=1\frac{3}{5} : \frac{3}{5} = \frac{8}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{8}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{8}{3} \text{ (或 } 8:3\text{)}.$$

解 甲数与甲乙两数之差的比是(8:3)。

(6) **分析** 把乙数看作单位“1”，甲数看作 $1\frac{3}{5}$ ，甲乙两数之差看作是 $(1\frac{3}{5}-1)$ ，乙数与甲乙两数之差的比是 1:

$$(1\frac{3}{5}-1)=1 : \frac{3}{5} = 1 \div \frac{3}{5} = 1 \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \text{ (或 } 5:3\text{)}.$$

解 乙数与甲乙两数之差的比是(5:3)。

例 2 男职工与女职工的人数比是 5:4。

- (1) 男职工人数是女职工人数的()%;
- (2) 女职工人数是男职工人数的()%;
- (3) 男职工人数占男女职工总人数的()%;
- (4) 女职工人数是男女职工总人数的()%;
- (5) 男职工人数比女职工人数多()%;
- (6) 女职工人数比男职工少()%。

(1) **分析** 男职工人数是女职工人数的()%，就是求一个数是另一个数的百分之几的题。只要用男职工人数除以女职工人数，再把所得的结果化成百分数就可以了。但是题中的已知条件中并不知道男、女职工人数的具体人数，我们可以根据男女职工人数的比，也就是男女职工所占的份数比去求。

男职工人数与女职工人数的比是 5:4，那么，可以把男职工人数看作 5 份，女职工人数看作同样的 4 份。求男职工人数是女职工人数的百分之几，就用 $5 \div 4 = 1.25 = 125\%$ 。

解 男职工人数是女职工人数的(125)%。

(2) **分析** 女职工人数是男职工人数的百分之几，用女

职工人数所占的4份除以男职工所占的5份就可以了。 $4 \div 5 = 0.8 = 80\%$ 。

解 女职工人数占男职工人数的(80)%。

(3) **分析** 把男职工人数看成5份,女职工人数看成4份,男女职工总人数是这样的(5+4)份。要求男职工人数占男女职工总人数的百分之几,就用 $5 \div (5+4) = 5 \div 9 \approx 55.6\%$ 。

解 男职工人数是男女职工总人数的(55.6)%。

(4) **分析** 把男职工人数看作5份,女职工人数看作4份,男女职工总人数看作(5+4)份。求女职工人数是男女职工总人数的百分之几,就用: $4 \div (5+4) = 4 \div 9 \approx 44.4\%$ 。

还可以把男女职工总人数看作“1”或100%。从上面题中可知男职工人数占男女职工总人数的55.6%,从100%中减去男职工所占的百分数,就可以求出女职工占男女职工总人数的百分之几了,即 $100\% - 55.6\% = 44.4\%$ 。

解 女职工人数占男女职工总人数的(44.4)%。

(5) **分析** 男职工比女职工人数多百分之几,就是男职工比女职工多的人数占女职工人数的百分之几。把男职工人数看作是5份,女职工人数看成4份,男职工比女职工多这样的(5-4)份。求男职工比女职工多百分之几,就用 $(5-4) \div 4 = 1 \div 4 = 0.25 = 25\%$ 。

还可以这样解,先求出男职工是女职工人数的百分之几,再把女职工看作百分之百,从男职工是女职工的百分数中减去百分之百,就得到男职工人数比女职工人数多百分之几,就用 $5 \div 4 - 1 = 1.25 - 1 = 0.25 = 25\%$ 。

解 男职工比女职工人数多(25)%。

(6) **分析** 女职工比男职工少百分之几,用女职工比男