

工程力學問題詳解

(靜力篇)

ENGINEERING MECHANICS
VOLUME 1

STATICS

J.L. MERIAM



SI VERSION

曉園出版社

前 言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

本書自出版以來，廣受歡迎。唯有若干錯誤之處，
承蒙賴明志先生予以訂正，特此致謝。

使用說明

本書為 J. L. Meriam 所著「Engineering Mechanics Volume 1 : Statics , SI Version」的習題詳解。作者在工程力學界的革新與貢獻，使得他的書，幾乎重建了大學的力學課程，而在數十年中，成為有決定性的教科書。在靜力學，他著有另一本「Statics : 2nd Edition and SI-Version」也是廣泛地被使用著。兩書內容大致相同，只是在順序和章節上，略有調整和增減。

為了使讀者不論是使用那一本書，均能參考本題解，特在本書（工程力學靜力篇）每題前列出另一書（靜力學）的習題題號，並註明完全相同（同），或是類似相同（類）。

例：**2/1**

類 2/4

即「靜力學」2/4 題，與本題同類型。

2/36

同 2/29

即「靜力學」2/29 題，與本題完全相同。

Meriam工程力學問題詳解

(靜力篇目錄)

第二章	力的系統	1
第三章	平 衡	59
第四章	構 架	121
第五章	力的分布	193
第六章	摩 擦 力	289
第七章	虛 功	349
附錄 A	面積慣性矩	385

第二章 力的系統

2/1

類 2/4

力 P 作用在構件上，若其大小為 20 kN ，求 x ， y 分量。

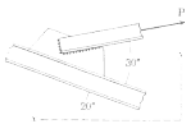
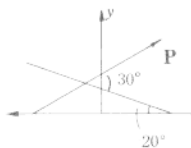
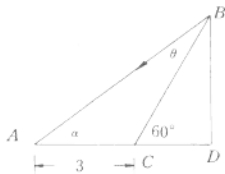


圖 2/1

$$\begin{aligned}\text{解：} P_x &= -P \cos (180^\circ - 150^\circ - 20^\circ) \\ &= -P \cos 10^\circ = -20 \cos 10^\circ \\ &= -19.7 \text{ (kN)} \\ P_y &= 20 \sin 10^\circ \\ &= 3.47 \text{ (kN)}\end{aligned}$$

2/2 試求例題 2/2 中， 600 N 的張力 T 沿著 BC 線的長方形分量。

$$\begin{aligned}\text{解：} \tan \alpha &= \frac{BD}{AD} = \frac{6 \sin 60^\circ}{3 + 6 \cos 60^\circ} \\ &= 0.866 \\ \Rightarrow \alpha &= 40.9^\circ \\ \theta &= 180^\circ - \alpha - 120^\circ = 19.1^\circ \\ \therefore T_x &= T \cos 19.1^\circ \\ &= 566.95 \text{ (N)}\end{aligned}$$



2/3 距承軸 7 m 處有一載重 L ，繩索張力 T 為 15 kN ，試以單位向量 i ， j 表示出 T 。

類 2/3

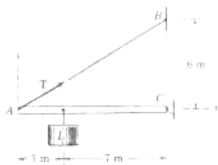


圖 2/3

$$\begin{aligned}\text{解：} \tan \theta &= \frac{6}{10} \Rightarrow \theta = 30.96^\circ \\ T_y &= T \sin \theta = 15 \times \sin 30.96^\circ = 7.72 \text{ (kN)}\end{aligned}$$

$$T_x = T \cos \theta = 15 \times \cos 30.96^\circ = 12.86 \text{ (kN)}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= T_x \mathbf{i} + T_y \mathbf{j} \\ &= 12.86 \mathbf{i} + 7.72 \mathbf{j} \text{ kN} \end{aligned}$$

- 2/4** 構件上的托架，加有一力 $\mathbf{F}$ 在繩索上，若 $\mathbf{F}$ 在 x 方向之大小為 900 N，計算其 y 方向之分量，及 $\mathbf{F}$ 之大小。

解：

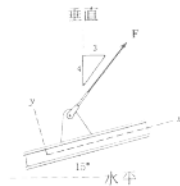
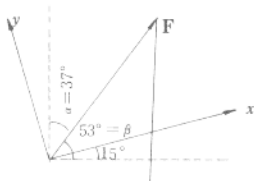


圖 2/4

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\alpha = 37^\circ \quad \beta = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$\theta = 53^\circ - 15^\circ = 38^\circ$$

$$F_x / \cos 38^\circ = 900 / \cos 38^\circ = F$$

$$\Rightarrow F = 1142 \text{ (N)}$$

$$F_y = F \sin 38^\circ = 703.1 \text{ (N)}$$

- 2/5** 有一鬆緊扣環 C ，與細索相連固定於木框上，其張力為 900 N，試求索繩作用於 B 點的 x ， y 分量。

解：

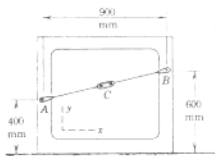
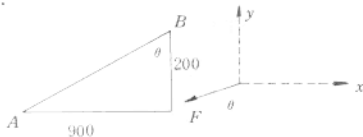


圖 2/5

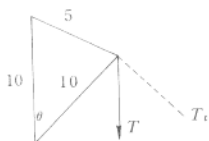
$$\tan \theta = \frac{9}{2} \quad \Rightarrow \theta = 77.47^\circ$$

$$F_x = -900 \sin 77.47^\circ = -879 \text{ N}$$

$$F_y = -900 \cos 77.47^\circ = -195.2 \text{ N}$$

- 2/6** 垂直繩索的張力 $\mathbf{T}$ 等於板條箱之重，試求沿著吊桿的垂直與平行方向，張力 $\mathbf{T}$ 於 A 點的 T_x ， T_y 分量。

解：



$$\cos \theta = \frac{10^2 + 10^2 - 5^2}{2 \times 10 \times 10} = 0.875$$

$$\theta = 28.95^\circ$$

$$T = 800 \times 9.8 = 7840 \text{ (N)}$$

$$T_n = T \cos \theta = 6860.33 \text{ (N)}$$

$$T_t = T \sin \theta = 3794.92 \text{ (N)}$$

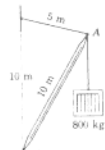
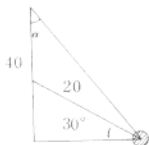


圖 2/6

2/7

類 2/5

解：



$$\tan \alpha = \frac{20 \cos 30^\circ}{40 + 20 \sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\Rightarrow \alpha = 19.1^\circ$$

$$F' = 400 \times \cos \alpha = 400 \times \cos 19.1^\circ = 378 \text{ (N)}$$

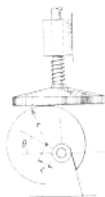


圖 2/7

2/8

同 2/6

解：

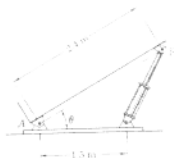
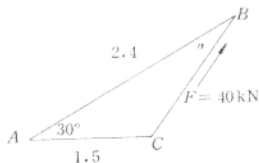


圖 2/8

$$BC^2 = 2.4^2 + 1.5^2 - 2 \times 2.4 \times 1.5 \times \cos 30^\circ$$

$$= 1.7746$$

$$BC = 1.332$$

$$\frac{1.332}{\sin 30^\circ} = \frac{1.5}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = 0.563$$

$$\alpha = 34.26^\circ$$

$$F_n = -F \cos \alpha = -33 \text{ kN}$$

$$F_t = -F \sin \alpha = -22.52 \text{ kN}$$

2/9 試求圖示兩力所合成之合力 R 大小，並求 R 對正 x 方向，逆時針所得之 θ 值。

解：

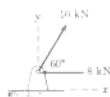
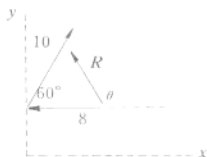


圖 2/9

$$R^2 = 10^2 + 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

$$= 164 - 80 = 84$$

$$R = 9.165 \text{ (kN)}$$

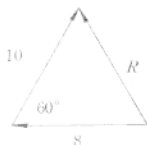
$$\frac{R}{\sin 60^\circ} = \frac{10}{\sin (\pi - \theta)}$$

$$\sin (\pi - \theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 / 9.165 = 0.9449$$

$$\pi - \theta = 70.896^\circ \quad \Rightarrow \theta = 109.1^\circ$$

2/10 圖解問題 2/9。

解：



$$\text{得 } R = 9.17 \text{ kN}, \theta = 109.1^\circ$$

2/11 欲使二合力 R 大小為 1000 N，則 400 N 之力，其角度 θ 應為何？此時 R 與水平之夾角 β 為何？

解：

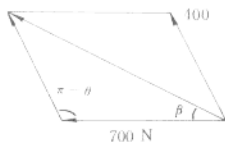


圖 2/11

$$\cos(\pi - \theta) = \frac{400^2 + 700^2 - 1000^2}{2 \cdot 400 \cdot 700} = -\frac{5}{8}$$

$$-\cos \theta = -\frac{5}{8} \rightarrow \theta = 51.3^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{1000^2 + 700^2 - 400^2}{2 \cdot 1000 \cdot 700} = \frac{100 + 49 - 16}{2 \cdot 10 \cdot 7} = \frac{133}{20 \cdot 7} = \frac{19}{20}$$

$$\beta = 18.2^\circ$$

2/12 10 kN 的垂直力可以兩力取代， F_1 沿著 $a-a$ 線 45° ， F_2 大小為 8 kN，試求 F_1 大小，及 F_2 與 x 軸之逆時針夾角 θ 。

解：

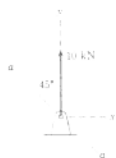
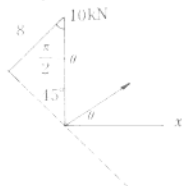


圖 2/12

$$64 = 100 + F_1^2 - 2 \cdot 10 \cdot F_1 \cdot \cos 45^\circ$$

$$F_1^2 - \sqrt{2} \cdot 10 F_1 + 36 = 0$$

$$F_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot 10 \pm \sqrt{200 - 4 \cdot 36}}{2}$$

$$F_1 = 10.81 \text{ kN}$$

$$\text{或 } F_1 = 3.33 \text{ kN}$$

$$\frac{10.81}{\sin(\frac{\pi}{2} - \theta)} = \frac{8}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{3.33}{\sin(\frac{\pi}{2} - \theta)} = \frac{8}{\sin 45^\circ}$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = 0.955$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = 0.294$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = 0.955$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = 0.294$$

$$\cos \theta = 0.955$$

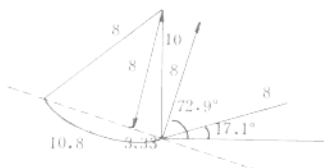
$$\cos \theta = 0.294$$

$$\Rightarrow \theta = 17.1^\circ$$

$$\theta = 72.9^\circ$$

2/13 以圖解問題 2/12。

解：



2/14

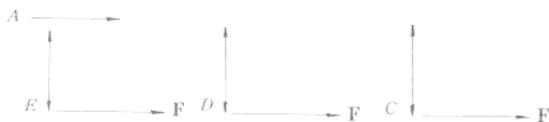
剛體構件 ABC 以銷 A 及鉸鏈 D 支持，於 C 點有一力 F 。若 F 作用在 D 或 E 而非 C 上，是否可由傳送原理推論出，其相同於銷 A 作用於構件 ABC 上。

同 2/10



圖 2/14

解：會相同。因 A 點對 E, D, C 各點



的轉動力矩皆相同，而對 A 點所施的力 F 不變，故其作用皆相同。

2/15

試將 4 kN 的力分解成兩分量，一沿著 AB ，另一個沿著 BC 。

同 2/8

解：

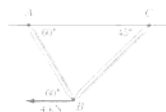
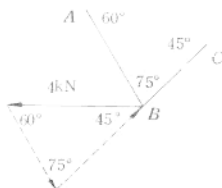


圖 2/15

$$\frac{4}{\sin 75^\circ} = \frac{F_{AB}}{\sin 45^\circ}$$

$$F_{AB} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} / \sin 75^\circ = 2.93 (\text{kN})$$

$$\frac{4}{\sin 75^\circ} = \frac{F_{BC}}{\sin 60^\circ}$$

$$F_{BC} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} / \sin 75^\circ = 3.59 \text{ (kN)}$$

- 2/16** 現欲從水平方向施力，以除去木材中之尖物，但此方向有一障礙 A ，故在索上加二力 1.6 kN 及 $\mathbf{P}$ 如圖示，試求沿著尖物方向的力 $\mathbf{P}$ ，及張力 T 。

解：

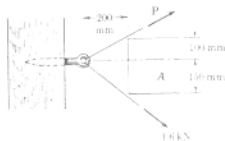
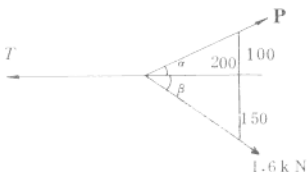


圖 2/16

$$\tan \alpha = \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 26.56^\circ$$

$$\tan \beta = \frac{150}{200} = \frac{3}{4} \Rightarrow \beta = 36.87^\circ$$

$$P \sin \alpha = 1.6 \sin \beta$$

$$P = 2.147 \text{ (kN)}$$

$$T = P \cos \alpha + 1.6 \cos \beta = 3.2 \text{ (kN)}$$

- 2/17** 試以 x, y 方向單位向量表示之平衡力 $\mathbf{R}$ ，取代 6 kN 及 4 kN 的力，並計算由 $\mathbf{R}$ 與 x 軸所夾之角 θ 。

解：

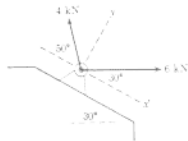
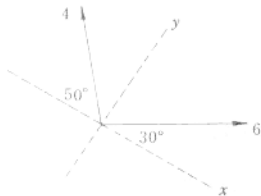


圖 2/17

$$R_x = 6 \cos 30^\circ - 4 \cos 50^\circ = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 4 (0.6427)$$

$$= 2.625 \text{ kN}$$

$$R_y = 6 \sin 30^\circ + 4 \sin 50^\circ = 6.06 \text{ kN}$$

$$\therefore \mathbf{R} = R_x \mathbf{i} + R_y \mathbf{j} = 2.625 \mathbf{i} + 6.06 \mathbf{j} \text{ kN}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{6.06}{2.625} = 2.308$$

$$\theta = 66.579^\circ$$

2/18**同 2/14**

100 kN 的合力與 B 構件伴隨之張力 T ，通過 A 點，在支持桁架之銷上產生一力。如圖，若 100 kN 以 P 取代，試求欲使 100 kN 力與 P 對銷 A 作用相同， P 值為何？並求於 B 構件張力之增加量 ΔT ，桁架內角度為 45° 與 90° （提示： P 和新的 T 之合力，將與 100 kN 和原來的 T 之合力為相同的向量）。

解：

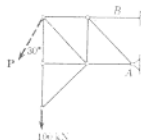
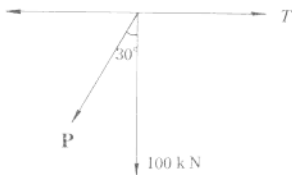


圖 2/18

$$P \cos 30^\circ = 100 \quad P = 115.47 \text{ kN}$$

$$\Delta T = P \sin 30^\circ = 57.73 \text{ kN}$$

2/19 有一力 F ，其沿著 CA 之分量不超過沿著 BC 分量大小的 80%，試求 θ 角之最大值。

解：

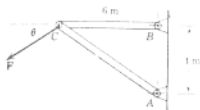
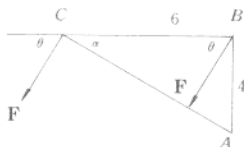


圖 2/19

$$\tan \alpha = \frac{4}{6}, \quad \alpha = 33.7^\circ$$

$$F_{CA} = 80\% F_{BC}, \quad F_{BC} = 1.25 F_{CA}$$

$$F^2 = F_{CA}^2 + (1.25 F_{CA})^2 - 2 \cdot F_{CA} \cdot 1.25 \times F_{CA} \cdot \cos 33.7^\circ$$

$$0.4826 F_{CA}^2 = F^2$$

$$\frac{F_{CA}}{\sin \theta} = \frac{F}{\sin \alpha}$$

$$\sin \theta = 1.439 \cdot \sin 33.7^\circ$$

$$\sin \theta = 0.7986$$

$$\theta = 53^\circ$$

2/20 $F = -40\mathbf{i} + 60\mathbf{j}$ N 的力，由兩力所取代，一沿 y 軸，另一沿水平 h 方向，其產生之混合效益與 F 相同，試求此分量之大小。

解：

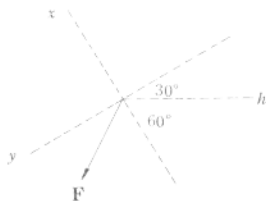


圖 2/20

$$h \cos 60^\circ = F_x = 40 \quad h = 80 \text{ N}$$

$$y - h \sin 60^\circ = F_y = 60 \quad y = 80 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 60 = 129.3 \text{ N}$$

- 2/21** 若將 $\mathbf{P}$ 分解成 x, y 軸之兩分量，則 x 向有 500 N 之分力，若沿 x', y' 分解，則 $P_{x'} = 800 \text{ N}$ ，以 x, y 軸單位向量表示 $\mathbf{P}$ 的向量形式，並計算 $\mathbf{P}$ 的 y' 分量。（靠幾何上之向量圖形，可得精確之解）。

解：

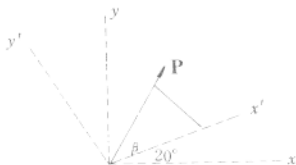


圖 2/21

$$P \cos (\beta + 20^\circ) = 500 = P_x$$

$$P \cos \beta = 800 = P_{x'}$$

$$P \cos \beta \cos 20^\circ - P \sin \beta \sin 20^\circ = 500$$

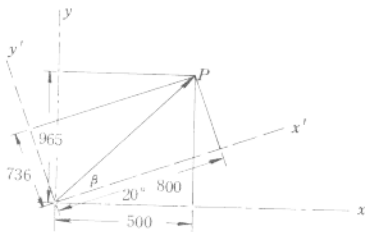
$$P \sin \beta = P_{y'} = \frac{P \cos \beta \cdot \cos 20^\circ - 500}{\sin 20^\circ} = 736 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} P_y &= P \sin (\beta + 20^\circ) = P \sin \beta \cos 20^\circ + P \cos \beta \sin 20^\circ \\ &= 736 \cdot \cos 20^\circ + 800 \cdot \sin 20^\circ \\ &= 965 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\mathbf{P} = P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j} = 500 \mathbf{i} + 965 \mathbf{j} \text{ N}$$

- 2/22** 以圖解問題 2/21。

解：

**2/23** 已知兩合力通過 A 點，試求 P 大小。

解：

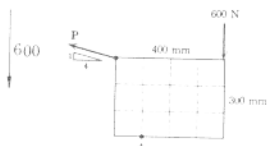
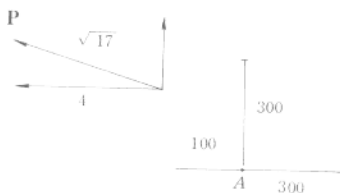


圖 2/23

$$-P \times \frac{1}{\sqrt{17}} \times 100 + P \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} \times 300 = 300 \times 600$$

$$P \left(\frac{12-1}{\sqrt{17}} \right) = 3 \times 600 \quad P = 675 \text{ N}$$

2/24 兩力作用於剛體構架上，欲以 A 點之平衡力 R 來取代，求 R 大小，及至 A 點之距離 x，以圖解法或代數法求。

解：

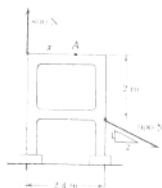
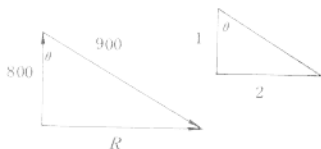


圖 2/24

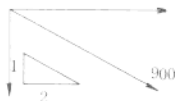
$$\tan \theta = 2 \quad \theta = 63.4^\circ$$

$$R^2 = 800^2 + 900^2 - 2 \cdot 800 \cdot 900 \cdot \cos 63.4^\circ = 805227$$

$$R = 898 \text{ N}$$

$$800 \times x + (2.4 - x) \cdot 900 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 2 \times 900 \times \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$397.5 x = 643.99 \quad x = 1.62 \text{ m}$$



- 2/25** 由例題 2/3，計算能作用於 A 點，並能產生與 600 N 力對 O 點相同力矩之最小力 P 。並求 P 與水平之夾角 θ 。

解： $P \cos \theta (x + 4) = 2610$

$$x = 2 \cdot \tan \theta$$

$$P \cos \theta (2 \tan \theta + 4) = 2610$$

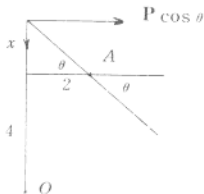
$$2P \sin \theta + 4P \cos \theta = 2610$$

$$P \cdot \sqrt{20} \left(\frac{2}{\sqrt{20}} \sin \theta + \frac{4}{\sqrt{20}} \cos \theta \right) = 2610$$

$$P \cdot \sqrt{20} \cdot \sin (\alpha + \theta) = 2610 \quad \text{其中 } \alpha = 63.4^\circ$$

$$\text{欲 } P \text{ 最小則 } \sin (\alpha + \theta) = 1 \quad \alpha + \theta = 90^\circ$$

$$\theta = 90^\circ - 63.4^\circ = 26.6^\circ \quad P = 2610 / \sqrt{20} = 584 \text{ N}$$



- 2/26** 一力 P 對點 A 之力矩為 $30 \text{ N} \cdot \text{m}$ ，求 P 之大小。力所作用的平板，每一小方格為 0.1 m 。

解：

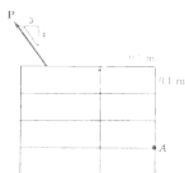
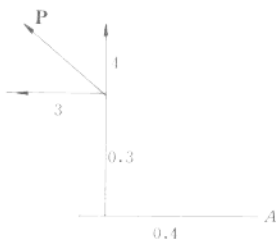


圖 2/26

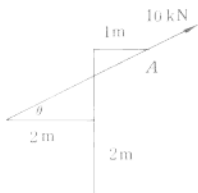
$$-0.3 \times P \times \frac{3}{5} + 0.4 \times P \times \frac{4}{5} = 30$$

$$P \times \frac{0.9 - 1.6}{5} = 30 \quad P = 214 \text{ N}$$

- 2/27** 方形平板是由每格 1 m 所成，一 10 kN 之力作用於 A 點，方向如圖，試求

例 2/27 力於 B 點之力矩 M_B 。

解：



$$\tan \theta = \frac{2}{3}, \theta = 33.7^\circ$$

$$\begin{aligned} 10 \sin \theta &= (2/\sqrt{13}) \times 10 & 10 \cos \theta &= (3/\sqrt{13}) \times 10 \\ M_B &= 2 \cdot 10 \sin \theta + 2 \cdot 10 \cos \theta = 20 \times 5/\sqrt{13} \\ &= 27.7 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \curvearrowright \end{aligned}$$

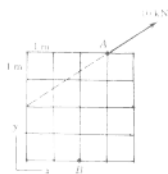


圖 2/27

2/28 試求 400 N 之力作用於 O 點之力矩。

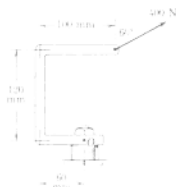


圖 2/28

$$\begin{aligned} \text{解：} M_O &= 120 \cdot 400 \cdot \sin 60^\circ - 40 \cdot 400 \cdot \cos 60^\circ \\ &= 33569.2 \text{ N} \cdot \text{mm} \text{ 順時針} \end{aligned}$$

2/29 欲以位於 A , B 之向下力 R_A 與 R_B , 取代梁上之 1000 N 力, 而不影響整個梁之效應, 試求此二力。

解：

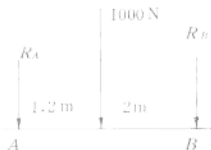


圖 2/29