

高中新课标·人教版

# 教材

# 动态全解

主编 / 曾祥友

● 高中数学 A 版 ●

必修④



NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS  
WWW.NENUP.COM

东北师范大学出版社

配人民教育出版社课程标准实验教科书

主编 曾祥友



# 教材动态全解

# DONGTAI

Q U A N J I E

# 高中数学必修④



NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS

WWW.NEUP.COM

东北师范大学出版社 长 春

.....  
**图书在版编目 (CIP) 数据**

教材动态全解：人教版 A 版·高中数学必修④/曾祥友主编. —长春：东北师范大学出版社，2007.5  
ISBN 978 - 7 - 5602 - 5052 - 6

I. 教... II. 曾... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 071432 号  
.....

责任编辑：郑小媛 巴 娇   封面设计：宋 超  
责任校对：张秋红 卢 焱   责任印制：栾喜湖

东北师范大学出版社出版发行  
长春市人民大街 5268 号 (130024)  
销售热线：0431—85695744 85688470  
传真：0431—85695734

网址：<http://www.nenup.com>

电子函件：[sdcbbs@mail.jl.cn](mailto:sdcbbs@mail.jl.cn)

东北师范大学出版社激光照排中心制版  
长春新华印刷厂印装

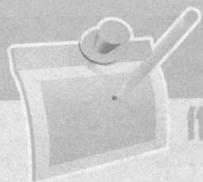
长春市吉林大路 535 号 (130031)

2008 年 7 月第 1 版 2008 年 7 月第 1 次印刷

幅面尺寸：148 mm×210 mm 印张：14.5 字数：525 千

**定价：23.50 元**

如发现印装质量问题，影响阅读，可直接与承印厂联系调换



ZUOZHE MINGDAN

作者名单

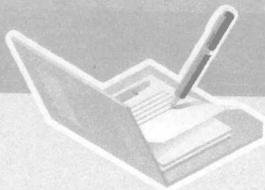


# 动态全解·高中数学必修④

## 作者名单

★主 编 曾祥友

★编 写	胡联敏	李景清	王昭胜	徐爱枝
	戴从情	阳爱国	梅 艳	胡国书
	程志鸿	胡 戈	刘劲松	范道文
	丁评虎	戴 威	吴志文	商云飞
	鲁晓波	唐绍斌	戴 黎	曾祥友
	郭自民	殷锦华	邓永利	尹利平
	刘振之	罗望梅	王福荣	陈平安
	张伶俐	崔焰军		



ZAIBAN SHUOMING

## 再版说明

本书在2006年出版总署质量检查中全部合格

本书在2006年出版总署质量检查中全部合格

本书动态讲解 体现课堂互动

本书以最新版教材和考试大纲为编写依据，完全与现行教材同步

### ★本书特点

本书立足于对教材中基本概念、基本理论和基本方法的讲解。在编写过程中，对知识点的“三基”讲解严格把握“细”、“精”、“透”、“全”的原则。

#### 1. 对知识点的讲解——细

全书知识点分布全面，对教材中涉及的每一个知识点不仅没有遗漏，而且详细解析。具体体现在：（1）对知识点的讲解细；（2）对例题的解析过程细；（3）对难点的解析细；（4）对知识点的归纳总结细；（5）对习题的解答细。

#### 2. 对知识点的讲解——精

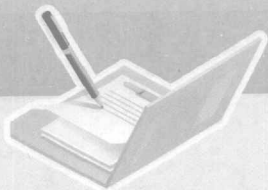
全书的讲解真正体现了“围绕重点，突破难点，解惑释疑，启发思维”。全书讲解既能够紧紧围绕重点内容精讲精析，又能够层层突破重点、难点和疑点，对各种题型及其变式、规律、误区等分析透彻，启发思维，提高知识的迁移能力。

#### 3. 对知识点的讲解——透

在讲解的过程中既能够把握教材，又能够不拘泥于教材。全书注重知识点与面的联系，教与学的联系，学与用的联系，注重一题多解，一题多问，多侧面、多角度分析问题。

#### 4. 对知识点的讲解——全

本书完全按最新教材的知识点顺序进行编写，不遗漏一个知识点，涵盖了中学教学的全过程，内容丰富，立体动态，适应读者面广。



## ★本书与其他同类书的不同之处

### 1. 基础例题紧随知识点的讲解

在新知识点讲解辨析后，马上设置具有说明性的例题进行知识巩固，这样可以使学生做到“学一点，通一点，会一点”，不必来回翻书寻找知识点和例题的对应。

### 2. 设置小栏目进行动态讲解

在知识点的讲解过程中，根据课堂教学情况即时插入“释疑解难”、“探究学习”、“易错点提示”、“疑似点破译”、“课堂问答”、“方法提示”、“心灵交流”等动态小栏目，对教材内容予以补充说明，实现教与学的互动。

### 3. 基础提高两不误

本书不仅有对教材“三基”知识点的讲解，还有将教材中的知识点进行综合和提高总结。书中有综合问题的解析，综合方法的总结，综合题型的归纳，思维误区的提示，专项内容的总结提高，中高考题的讲解。综合性强，目标瞄准中高考。

### 4. 全面解读教材栏目

本书不仅对教材中的知识点进行全面细致的讲解，而且对教材中所涉及的“图表”，“活动”，“教材专栏文献资料”等小栏目都作了导读和提示，这些解读充分满足了广大学子的不同需求。

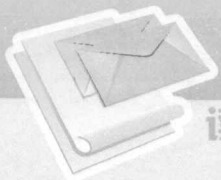
## 东师教辅平台

我社多年来致力于教辅图书的出版，为广大教师和学子奉献精品图书为宗旨。因此，我们真诚地希望得到来自各方面的鼓励和指正。如果您有好的思路、新的设计；如果您有好的构想、新的策划，那么请您与我们联系，我们期待着您的建议和支持，期盼着与您的真诚合作。

我社正在进行作者资源库建设，如果您想成为其中一员，欢迎把您详细的资料邮寄或通过电子函件发送给我们。

办公电话：0431-85693036 转 2026

电子函件：dongshijiaofu@126.com



★黑龙江哈尔滨市读者 毕欣

我喜欢《教材动态全解》，它特别符合我们的学习习惯，在详细讲解教材的每一个知识点后都配相应的例题进行说明，这样能使我们加深对知识的理解，谢谢贵社出版的这套书！

★广西河池市巴马县第一初级中学初三（1）班读者 饶碧刚

我是广西河池巴马县第一初级中学初三（1）班的一名学生，我是第一次使用贵社的《教材动态全解》，从中我得到了许多未见过的知识，受益匪浅……

★四川西昌市川兴中学初07级1班读者 赖皓

我是《教材动态全解》的一位忠实读者。《教材动态全解》陪我度过了两个春秋，未来的日子，它也是我学习生活中不可缺少的一部分。我选择了《教材动态全解》，就找到了一个解惑释疑的知心朋友；使用了《教材动态全解》，我的成绩有了一个令人欣喜的提高！

★湖北随州市万福店农场初级中学二年级4班读者 刘杰

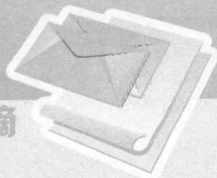
我喜欢《教材动态全解》，因为它例题丰富，讲解透彻，解析知识点精确。尤其是十六章的“分式”，《教材动态全解》把每一节内容都讲得十分详细，根本不用老师讲解，我们完全能把握每一节的重点、难点和考点。

★福建长乐市温岭中学初二（1）班读者 周慧秋

我是《教材动态全解》的读者，我不得不承认这套书很好。书的內容详细，知识丰富，题目难度有高的，也有容易的，难易结合正适合我。

★河北邯郸市魏县读者 李亚杰

我是一名中学生，对于贵社出版的八年级物理上册《教材动态全解》尤其喜爱，这本书是我学习的好帮手。



### ★安徽寿县堰口中学初三(1)班读者 陶应明

我是一名中学生。自从我购买了贵社出版的《教材动态全解》，对它就十分喜爱。近年来，几乎每个学期我都会购买。使用过程中，我发现它内容充实，深浅适度，讲解透彻。

### ★云南读者 段伟高

我儿子就读于县一中，即将毕业。儿子在三年的初中阶段能保持良好的学习成绩，得益于你们出版的《教材动态全解》的辅助，在此表示深深感谢！

### ★广西南宁市第28中学读者 莫文新

我是贵社《教材动态全解》的使用者。这套书对于学生可谓是良师益友；对于教师可谓是参考之必备。我喜欢《教材动态全解》。

### ★云南红河州四中初三(2)班读者 杨良茜

自从我选购了《教材动态全解》以后，我的学习成绩有了很大的提高，尤其是英语成绩，以前总是上不去，自从选了贵社出版的这本书，成绩在年级里总算是出类拔萃了。谢谢贵社对我的帮助！

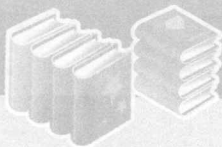
### ★广东雷州市龙门镇龙门中学初二(12)班读者 柯景威

您所编的《教材动态全解》，我非常喜欢它，它帮我度过难关，使我的成绩一升再升，也使我找到了一个可释疑解惑的知心朋友。

### ★山东济宁市读者 郑小雯

我是一名高中生，以前学习总是抓不住重点，学习起来既费时又费力，而且成绩也很不理想，自从使用了贵社编写的《教材动态全解》，我的学习成绩有了很大的提高，已经是班里的中等生了。





# 「目 录」CONTENTS

<b>第一章 三角函数</b> .....	1	综合例题讲解 .....	52
1.1 任意角和弧度制 .....	3	相关高考链接 .....	58
1.1.1 任意角 .....	3	教材习题解答 .....	59
相关知识链接 .....	3	1.3 三角函数的诱导公式 .....	62
教材新知识点讲解 .....	3	相关知识链接 .....	62
教材典例剖析 .....	6	教材新知识点讲解 .....	63
疑难问题解析 .....	6	教材典例剖析 .....	69
综合例题讲解 .....	8	疑难问题解析 .....	69
相关高考链接 .....	13	综合例题讲解 .....	70
教材习题解答 .....	13	相关高考链接 .....	73
1.1.2 弧度制 .....	14	教材习题解答 .....	74
相关知识链接 .....	14	1.4 三角函数的图像与性质 .....	76
教材新知识点讲解 .....	15	1.4.1 正弦函数、余弦函数的	
教材典例剖析 .....	19	图像 .....	76
疑难问题解析 .....	20	相关知识链接 .....	76
综合例题讲解 .....	20	教材新知识点讲解 .....	77
相关高考链接 .....	25	教材典例剖析 .....	81
教材习题解答 .....	26	疑难问题解析 .....	81
1.2 任意角的三角函数 .....	28	综合例题讲解 .....	82
1.2.1 任意角的三角函数 .....	28	相关高考链接 .....	86
相关知识链接 .....	28	教材习题解答 .....	86
教材新知识点讲解 .....	28	1.4.2 正弦函数、余弦函数的	
教材典例剖析 .....	34	性质 .....	87
疑难问题解析 .....	35	相关知识链接 .....	87
综合例题讲解 .....	35	教材新知识点讲解 .....	88
相关高考链接 .....	40	教材典例剖析 .....	94
教材习题解答 .....	41	疑难问题解析 .....	94
1.2.2 同角三角函数的基本关系 .....	43	综合例题讲解 .....	96
相关知识链接 .....	43	相关高考链接 .....	102
教材新知识点讲解 .....	43	教材习题解答 .....	104
教材典例剖析 .....	49	1.4.3 正切函数的性质与图像 .....	106
疑难问题解析 .....	49	相关知识链接 .....	106



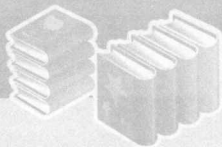
# 「目录」CONTENTS

教材新知识点讲解 .....	106	教材典例剖析 .....	178
教材典例剖析 .....	111	疑难问题解析 .....	178
疑难问题解析 .....	111	综合例题讲解 .....	179
综合例题讲解 .....	113	相关高考链接 .....	181
相关高考链接 .....	117	2.1.2 向量的几何表示 .....	181
教材习题解答 .....	118	相关知识链接 .....	181
1.5 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像 .....	122	教材新知识点讲解 .....	182
相关知识链接 .....	122	教材典例剖析 .....	186
教材新知识点讲解 .....	122	疑难问题解析 .....	186
教材典例剖析 .....	128	综合例题讲解 .....	187
疑难问题解析 .....	129	相关高考链接 .....	190
综合例题讲解 .....	132	2.1.3 相等向量与共线向量 .....	191
相关高考链接 .....	137	相关知识链接 .....	191
教材习题解答 .....	138	教材新知识点讲解 .....	191
1.6 三角函数模型的简单应用 .....	142	教材典例剖析 .....	193
相关知识链接 .....	142	疑难问题解析 .....	193
教材新知识点讲解 .....	142	综合例题讲解 .....	195
教材典例剖析 .....	146	相关高考链接 .....	198
疑难问题解析 .....	147	教材习题解答 .....	199
综合例题讲解 .....	148	2.2 平面向量的线性运算 .....	200
相关高考链接 .....	150	2.2.1 向量加法运算	
教材习题解答 .....	151	及其几何意义 .....	200
单元总结 .....	153	相关知识链接 .....	200
单元知识结构图解 .....	153	教材新知识点讲解 .....	201
基础知识提炼整理 .....	153	教材典例剖析 .....	203
专题总结及应用 .....	155	疑难问题解析 .....	204
高考综合试题详解 .....	165	综合例题讲解 .....	205
教材习题答案 .....	168	相关高考链接 .....	208
<b>第二章 平面向量 .....</b>	<b>174</b>	教材习题解答 .....	209
2.1 平面向量的实际背景		2.2.2 向量减法运算	
及基本概念 .....	176	及其几何意义 .....	210
2.1.1 向量的物理背景与概念 .....	176	相关知识链接 .....	210
相关知识链接 .....	176	教材新知识点讲解 .....	210
教材新知识点讲解 .....	176	教材典例剖析 .....	213



# 「目 录」CONTENTS

疑难问题解析 .....	213	疑难问题解析 .....	258
综合例题讲解 .....	214	综合例题讲解 .....	259
相关高考链接 .....	217	相关高考链接 .....	263
教材习题解答 .....	219	2.3.4 平面向量共线的	
2.2.3 向量数乘运算及其		坐标表示 .....	264
几何意义 .....	219	相关知识链接 .....	264
相关知识链接 .....	219	教材新知识点讲解 .....	264
教材新知识点讲解 .....	220	教材典例剖析 .....	268
教材典例剖析 .....	223	疑难问题解析 .....	269
疑难问题解析 .....	223	综合例题讲解 .....	271
综合例题讲解 .....	225	相关高考链接 .....	275
相关高考链接 .....	228	教材习题解答 .....	276
教材习题解答 .....	229	2.4 平面向量的数量积 .....	279
2.3 平面向量的基本定理		2.4.1 平面向量数量积的物理	
及坐标表示 .....	232	背景及其含义 .....	279
2.3.1 平面向量基本定理 .....	232	相关知识链接 .....	279
相关知识链接 .....	232	教材新知识点讲解 .....	279
教材新知识点讲解 .....	232	教材典例剖析 .....	284
教材典例剖析 .....	236	疑难问题解析 .....	284
疑难问题解析 .....	236	综合例题讲解 .....	286
综合例题讲解 .....	238	相关高考链接 .....	291
相关高考链接 .....	243	教材习题解答 .....	292
2.3.2 平面向量的正交分解		2.4.2 平面向量数量积的坐标	
及坐标表示 .....	244	表示、模、夹角 .....	293
相关知识链接 .....	244	相关知识链接 .....	293
教材新知识点讲解 .....	245	教材新知识点讲解 .....	293
教材典例剖析 .....	248	教材典例剖析 .....	296
疑难问题解析 .....	248	疑难问题解析 .....	297
综合例题讲解 .....	250	综合例题讲解 .....	298
相关高考链接 .....	254	相关高考链接 .....	303
2.3.3 平面向量的坐标运算 .....	255	教材习题解答 .....	304
相关知识链接 .....	255	2.5 平面向量应用举例 .....	308
教材新知识点讲解 .....	255	2.5.1 平面几何中的向量方法 .....	308
教材典例剖析 .....	257	相关知识链接 .....	308



# 「目 录」CONTENTS

教材新知识点讲解 .....	308	教材典例剖析 .....	372
教材典例剖析 .....	312	疑难问题解析 .....	373
疑难问题解析 .....	312	综合例题讲解 .....	374
综合例题讲解 .....	313	相关高考链接 .....	383
相关高考链接 .....	318	教材习题解答 .....	386
2.5.2 向量在物理中的应用举例 .....	320	3.1.3 二倍角的正弦、余弦、 正切公式 .....	387
相关知识链接 .....	320	相关知识链接 .....	387
教材新知识点讲解 .....	320	教材新知识点讲解 .....	388
教材典例剖析 .....	322	教材典例剖析 .....	391
疑难问题解析 .....	322	疑难问题解析 .....	392
综合例题讲解 .....	324	综合例题讲解 .....	393
相关高考链接 .....	329	相关高考链接 .....	401
教材习题解答 .....	330	教材习题解答 .....	403
单元总结 .....	332	3.2 简单的三角恒等变换 .....	409
单元知识结构图解 .....	332	相关知识链接 .....	409
基础知识提炼整理 .....	332	教材新知识点讲解 .....	409
专题总结及应用 .....	336	教材典例剖析 .....	415
高考综合试题详解 .....	347	疑难问题解析 .....	416
教材习题答案 .....	349	综合例题讲解 .....	418
<b>第三章 三角恒等变换</b> .....	<b>355</b>	相关高考链接 .....	428
3.1 两角和与差的正弦、余弦 和正切公式 .....	356	教材习题解答 .....	430
3.1.1 两角差的余弦公式 .....	356	单元总结 .....	435
相关知识链接 .....	356	单元知识结构图解 .....	435
教材新知识点讲解 .....	356	基础知识提炼整理 .....	435
教材典例剖析 .....	359	专题总结及应用 .....	436
疑难问题解析 .....	359	高考综合试题详解 .....	444
综合例题讲解 .....	360	教材习题答案 .....	447
相关高考链接 .....	365		
教材习题答案 .....	366		
3.1.2 两角和与差的正弦、余弦、 正切公式 .....	367		
相关知识链接 .....	367		
教材新知识点讲解 .....	367		

# 第一章 三角函数

## 教 学 目 标

### 一、本章课程目标与学习目标

#### 1. 课程目标

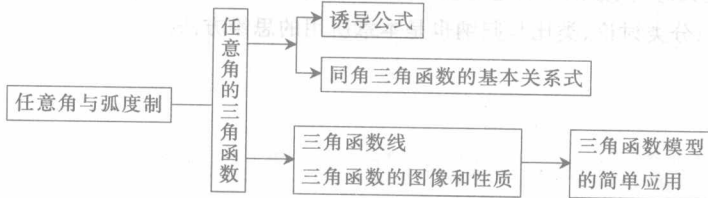
三角函数是中学数学的重要内容,它既是解决生产、科研等实际问题的工具,又是进一步学习其他相关知识和高等数学的基础,它在物理学、天文学、测量学以及其他各种应用技术学科中有着广泛的应用.本章的课程目标是:理解任意角的概念、弧度的意义,能正确地进行弧度与角度的换算,掌握任意角的正弦、余弦、正切的定义,掌握同角三角函数的基本关系式,掌握正弦、余弦的诱导公式,了解周期函数与最小正周期的意义,理解正弦函数、余弦函数、正切函数的图像和性质,会用“五点法”画正弦函数、余弦函数和函数  $y = A\sin(\omega x + \varphi)$  的简图,理解  $A, \omega, \varphi$  的物理意义.

#### 2. 学习目标

- (1)通过对三角函数概念的学习,掌握基础知识,注意公式的应用.
- (2)在具体的学习过程中,通过解题训练,记住有关公式.(如诱导公式、同角三角函数关系式、弧长公式等)
- (3)通过学习,体会三角函数的工具性.(可与实际应用相联系,还可与平面向量、解析几何、导数、数列、不等式、最值等综合)
- (4)通过对三角函数图像和性质的学习,体会数形结合这一重要思想.

### 二、本章内容结构

#### 1. 本章知识结构框图





## 2. 本章主要内容

本章是在三角形和圆的知识基础上,利用集合与函数的知识与方法系统地研究三角函数.

本章包括任意角的三角函数、三角函数的诱导公式、三角函数的图像与性质、函数  $y=A\sin(\omega x+\varphi)$  的图像,三角函数模型的简单应用.

第一节主要引入任意角的概念,通过弧度制,使得角和实数建立起一一对应关系,从而可以把三角函数看成是以实数为自变量的函数.第二、三节又根据三角函数的定义推导出了同角三角函数关系式和诱导公式,它们是后面学习三角函数恒等变换的重要基础,在求值、化简三角函数式和证明三角函数恒等式等问题中经常用到.第四节首先以三角函数线为工具,作出了正弦函数、余弦函数及正切函数的图像,介绍了用“五点法”作图像的方法,然后从图像归纳出正、余弦函数的性质,最后简要介绍了正切函数的图像和性质.第五节研究函数  $y=A\sin(\omega x+\varphi)$  与  $y=\sin x$  图像的关系.第六节介绍了三角函数作为模型的简单应用,物理和工程技术中的许多问题都要用到三角函数的图像和性质.

## 三、本章学法点津

本章知识虽不是高中数学重点内容,但在代数中很重要,是高中数学课时量很大的一章,是高考必考的内容.

在学习三角函数时应注意以下几个问题:

1. 本章三角函数公式众多,对学过的公式做到真正理解、记准、记熟、用活.解决问题时,要抓住问题实质,善于联想.
2. 在熟练掌握公式、概念的基础上,要不断地总结解题规律、变形的方法与技巧,努力提高活用知识、解答问题的能力.
3. 掌握正弦函数、余弦函数和  $y=A\sin(\omega x+\varphi)$  的图像和性质(定义域、值域、对称性、最大值、最小值、周期及单调性、奇偶性),图像变换中周期、相位、振幅等的变化技巧.
4. 化归思想、数形结合思想是本章应用的最基本、最重要的数学思想.另外分析与综合、分类讨论、类比与归纳也是本章所用的思维方法.



# 1.1 任意角和弧度制

## 1.1.1 任意角

### ◆ 相关知识链接

1. 角的两种定义:(1)从一点  $O$  引出两条射线  $OA, OB$  所组成的图形;(2)角可以看成平面内一条射线绕着端点  $O$  从一个位置旋转到另一个位置所成的图形.

2. 角的研究是在直角坐标系中进行的,将角的顶点放在坐标原点,角的始边放在  $x$  轴的非负半轴上.

### ◆ 教材新知识点讲解

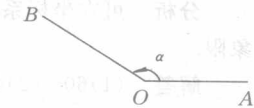
#### 知识点 1 角的概念的推广

在体操比赛中,经常听到解说员说:“转体  $720^\circ$ ”、“转体  $1080^\circ$ ”,这些动作名称指的是什么呢?还有钟表的指针、拧动螺丝的扳手、机器上的转盘,它们按照不同方向旋转时,所成的角还是  $0^\circ \sim 360^\circ$  范围内的角吗?为了研究它们的运动规律,我们有必要将角的概念进行推广.

#### 知识点 2 任意角的概念

角可以看成平面内一条射线绕着端点  $O$  从一位置旋转到另一个位置所形成的图形,如图 1-1-1 所示.

一条射线的端点是  $O$ ,它从起始位置  $OA$  按逆时针方向旋转到终止位置  $OB$ ,形成了一个角  $\alpha$ ,点  $O$  是角的顶点,射线  $OA$  是角  $\alpha$  的始边,射线  $OB$  是角  $\alpha$  的终边.



1-1-1

说明:掌握角的概念应注意角的三要素:顶点,始边,终边.现在所说的角实际上是初中平面几何中“角是从一点出发的两条射线所组成的图形”的概念的推广,要强调角是“由一条射线绕着它的端点旋转而成的”这一运动观点,角可以取任意大小.

#### 知识点 3 角的分类

角  $\begin{cases} \text{正角;} \\ \text{零角;} \\ \text{负角.} \end{cases}$

按逆时针方向旋转所成的角叫做正角;按顺时针方向旋转所成的角叫做负角;当一条射线没有作任何旋转时,我们也认为这时形成了一个角,并把这个角叫做零角.



说明:正确理解正角、负角、零角的概念,关键是抓住终边的旋转方向是逆时针、顺时针,还是没有转动.

**例 1** 若将时针拨慢 15 min,则时针转了\_\_\_\_\_,分针转了\_\_\_\_\_.

**分析** 将时针拨慢应为逆时针,且时针 12 h 转  $-360^\circ$ ,1 h 只转  $-30^\circ$ ,而分针 1 h 转  $-360^\circ$ .

15 min 为  $\frac{1}{4}$  h,而时针 1 h 转过  $-30^\circ$ ,所以  $\frac{1}{4}$  h 转过  $-7.5^\circ$ ,由于是拨慢 15 min,故为逆时针转了  $7.5^\circ$ ;此时分针也是逆时针转,共转了  $\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$ .

**答案**  $7.5^\circ$   $90^\circ$

**规律总结** 计算时针或分针旋转的角度时,关键要弄清两个方面的问题:其一,时针的旋转方向为顺时针,故其角度为负值;其二,每小时时针和分针各转了不同的角度,分别为  $-30^\circ$ ,  $-360^\circ$ .

**易错提示** 若将时针拨慢,则为按逆时针方向旋转.

### 知识点 4 象限角与轴线角

#### 1. 象限角

如果角的顶点与坐标原点重合,角的始边与  $x$  轴的非负半轴重合,那么角的终边(除端点外)在第几象限,就说这个角是第几象限角.

**例 2** 判断下列角是第几象限角.

(1)  $60^\circ$ ; (2)  $420^\circ$ ; (3)  $-300^\circ$ ; (4)  $570^\circ$ ; (5)  $-150^\circ$ ; (6)  $300^\circ$ ; (7)  $-60^\circ$ ; (8)  $480^\circ$ ; (9)  $120^\circ$ .

**分析** 可在坐标系中画出各个角,再判断其终边的位置,从而判断所给角所在象限.

**解** 答 (1)  $60^\circ$ ; (2)  $420^\circ = 360^\circ + 60^\circ$ ; (3)  $-300^\circ$ , 是第一象限角;

(8)  $480^\circ = 360^\circ + 120^\circ$ ; (9)  $120^\circ$ , 是第二象限角;

(4)  $570^\circ = 360^\circ + 210^\circ$ ; (5)  $-150^\circ$ , 是第三象限角;

(6)  $300^\circ$ ; (7)  $-60^\circ$ , 是第四象限角.

**易错提示** 如果角的顶点不与坐标原点重合,或者角的始边不与  $x$  轴非负半轴重合,则不能判断角在哪个象限,也就是它不能叫做象限角.

**解题关键** (1) 注意正、负角. (2) 将绝对值大于  $360^\circ$  的角化成  $360^\circ$  的整数倍与一个角(绝对值小于  $360^\circ$ ) 的代数和,只需看绝对值小于  $360^\circ$  的角所在的象限,就可以判断所给角所在的象限.

#### 2. 轴线角

当角的顶点与坐标原点重合,角的始边与  $x$  轴的非负半轴重合时,那么角的终边落在坐标轴上的角就叫做轴线角.





轴线角不属于任何象限. 比如  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ, -90^\circ, 180^\circ, -270^\circ, -360^\circ, -1080^\circ$  等都是轴线角.

**例 3** 分别写出轴线角的集合.

**分析** 终边落在  $x$  轴和  $y$  轴上的角为轴线角, 可分  $x$  轴、 $y$  轴的非负半轴和非正半轴四种情况讨论.

**解答** 终边落在  $x$  轴的非负半轴上时, 角  $\alpha$  的集合为  $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;

终边落在  $x$  轴的非正半轴上时, 角  $\alpha$  的集合为  $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;

终边落在  $y$  轴的非负半轴上时, 角  $\alpha$  的集合为  $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;

终边落在  $y$  轴的非正半轴上时, 角  $\alpha$  的集合为  $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 270^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ .

**规律总结** 终边落在  $x$  轴上时, 角  $\alpha$  的集合为  $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ . 终边落在  $y$  轴上时, 角  $\alpha$  的集合为  $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ + 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ . 终边落在坐标轴上时, 角  $\alpha$  的集合为  $\{\alpha | \alpha = k \cdot 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ .

**易错提示** 不要认为坐标轴上的角的集合的表示形式唯一, 它可用多种形式表示. 例如: 终边落在  $y$  轴的非正半轴上时, 角  $\alpha$  的集合还可表示为  $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ - 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ .

### 知识点 5 终边相同的角

在直角坐标系中, 给定一个角, 就有唯一的一条边与之对应. 反之, 对于直角坐标系内任意一条射线  $OB$ , 以它为终边的角不唯一, 若  $\alpha, \beta$  角终边相同, 则它们的关系为: 将角  $\alpha$  旋转 (逆时针或顺时针)  $k$  ( $k \in \mathbf{Z}$ ) 周即得角  $\beta$ .  $\alpha, \beta$  的数量关系用集合表示为  $\{\beta | \beta = k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbf{Z}\}$ , 即  $\alpha, \beta$  大小相差  $360^\circ$  的整数倍.

所有与角  $\alpha$  终边相同的角, 连同角  $\alpha$  在内, 可构成一个集合  $S = \{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ , 即任一与角  $\alpha$  终边相同的角都可以表示成角  $\alpha$  与整数个周角的和.

说明: (1)  $\alpha$  为任意角;

(2)  $k \cdot 360^\circ$  与  $\alpha$  之间用“+”号连接,  $k \cdot 360^\circ - \alpha$  可理解为  $k \cdot 360^\circ + (-\alpha)$ ;

(3) 相等的角终边一定相同, 终边相同的角不一定相等, 终边相同的角有无数个, 它们相差  $360^\circ$  的整数倍;

(4)  $k \in \mathbf{Z}$  这一条件不可缺少.

**例 4** 分别写出各象限角的取值范围.

**分析** 象限角可以用范围来表示, 具体表示如下.

**解答** 第一象限角的集合为  $\{\alpha | k \cdot 360^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;

第二象限角的集合为  $\{\alpha | k \cdot 360^\circ + 90^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;

第三象限角的集合为  $\{\alpha | k \cdot 360^\circ + 180^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 270^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ;

第四象限角的集合为  $\{\alpha | k \cdot 360^\circ + 270^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ .

**易错提示** 象限角可用范围表示, 第一象限角不全是锐角, 第二象限角不全是钝角.