

第六届全国湍流与
流动稳定性学术会议暨
第三届全国工程紊流与
流动模拟学术会议论文集

湍流理论 新进展及其应用

周哲玮 主编

083

0

上海大学出版社

第六届全国湍流与流动稳定性学术会议
暨
第三届全国工程紊流与流动模拟学术会议

2000年5月24~27日,上海

主办单位

中国力学学会

中国水利学会

上海大学,上海市应用数学和力学研究所

交通部科学研究院河口海岸科学研究中心

学术委员会

主任:黄永念

副主任:梁在潮 周哲玮

委员:李家春 符松 余振苏 程淑姿 钱俭

穆穆 吴锤结 罗纪生 谢省宗 单雪雄

林建忠 张定邦 乐嘉钻 刘宇陆 王道增

组织委员会

主任:冯伟

委员:王道增 杨永获 卢志明 麦穗一

前 言

湍流是力学乃至物理科学中最困难的问题之一,而且有很多实际工程的应用。因此湍流研究吸引各国优秀科学工作者在这一领域开展了十分深入的研究,我国学者在这一领域作出了杰出的贡献。

本论文集汇集了近几年来我国科技工作者在这一领域的研究成果,共 55 篇论文(其中湍流理论 39 篇、湍流应用 16 篇)。这些论文在上海大学(2000 年 5 月 24 日~27 日)举办的第六届全国湍流与流动稳定性学术会议暨第三届全国工程紊流与流动模拟学术会议上宣读。这些论文充分展现了我国湍流及其应用研究方面的水平,有些成果已处于学科发展前沿。

这次学术会议的另一个特点是将湍流理论研究和工程应用紧密地结合,其标志是第六届全国湍流与流动稳定性学术会议和第三届全国工程紊流与流动模拟学术会议合并一起召开。这将有利于理论研究和工程应用研究的紧密结合,对推动我国湍流理论及应用研究具有积极的意义。

最后,对这次会议在上海大学召开表示衷心的祝贺,并祝各位代表在上海身体健康,心情愉快,祝学术会议圆满成功!

钱伟长

2000 年 4 月 27 日

目 录

流动稳定性

大气运动的非线性稳定性和不稳定性: 理论和应用	穆 穆 郭 欢(3)
自然对流边界层中的浮力不稳定性及粘性不稳定性	颜大椿 张汉勋 陶建军(6)
不可压缩槽道流动的非线性稳定性分析	冉 政(11)
Blasius 边界层的非平行稳定性研究	夏 浩 陆昌根 唐登斌(15)
多层热毛细对流及其稳定性的研究	刘秋生(19)
流体力学中的绝对不稳定性及其非线性发展	周哲玮(24)

湍流理论

一类 Beltrami 流 n 阶球涡解的张量表示及其分类	黄永念 胡 欣(27)
非轴对称旋涡组成的均匀各向同性湍流场的统计量研究	黄永念 罗雄平(31)
一类旋涡叠加流解的构造	胡 欣 黄永念(35)
关于湍流若干关键基础问题的研究	余振苏 刘式达 顾志福 苏卫东(39)
子波方法分析 Rayleigh-Bénard 对流温度信号的相干结构及其对被动标度的影响	傅 强 夏克青(44)
定常流中圆柱流向振荡涡脱落模态分析	刘 松 符 松(49)
二维槽道流动的非线性行为分析	李新亮 马延文 傅德薰(54)
三维混合层中大尺度结构的演化	罗纪生(57)
湍流中温度场的标度指数	鄢庆增(64)
On the Lorentz-Maxwell Representation of Three-Dimensional Incompressible Flow	Ran Zheng(66)
广义 HWD-POD 方法及湍流耦合低维动力系统	吴锤结 赵红亮(70)
基于小尺度方程亚网格模式的大涡模拟方法	吴锤结 关 晖 赵红亮(77)

模式理论及数值模拟

湍流模式研究中的几个关键问题及其研究进展	符 松(85)
反映流动曲率影响的代数应力模式	钱炜祺 符 松(89)
平面超音速自由混合剪切流动的数值模拟	李启兵 符 松 苏铭德(93)
Physical Constraints and Turbulence Models	Wang Liqui(98)
槽道湍流涡粘张量模式的数值实验研究	朱贞卫 姜 楠 王振东(101)
湍流的 PFD 封闭方法和有限雷诺数效应	钱 俭(105)
两平板间二维混合层强化混合的数值研究	肖左利 罗纪生(108)
湍流的直接数值模拟及高精度计算方法	傅德薰 马延文 李新亮(113)
利用超紧致格式对涡-激波干扰问题的数值模拟	马延文 傅德薰(117)

High Efficient Method for Incompressible N-S Equation and DNS of Incompressible

- Turbulent Channel Flow Li Xinliang Ma Yanwen Fu Dexun(120)
Reynolds Stress Modeling Using Invariant Theory Yongnian Huang Emily S.C. Ching(124)
带自由面流动的湍流模式数值探讨..... 詹德新(129)

湍流实验

热线风速仪及其探针的发展以及在湍流实验研究上的贡献

- 魏中磊 魏庆鼎 王凯建 徐 诚(135)
湍流标度律实验研究..... 毕卫涛 陈 凯 魏庆鼎(139)
单一倾斜热线探头在三维湍流场中的应用..... 王凯建(143)
高压旋转射流流动特性的实验研究..... 刑 茂 赵阳升 胡耀青 杨 栋(147)
转换位置测试方法研究..... 单雪雄 林怡若(151)
用偏倚缩减法检测壁湍流相干结构的时空尺度..... 陈桂英 姜 楠 王振东(156)
低速、具有周向抽吸轴对称射流动力学行为的实验研究 谢锡麟 麻伟巍 周慧良(160)
小半球对圆盘边界层转捩影响的实验研究..... 王晋军 丁海河(164)
非对称槽道流动中逆输运区域湍流特征..... 卢志明 刘宇陆 蒋剑波(168)

湍流应用研究

- 湍流与农作物的生命活动..... 梁在潮 梁 利(175)
水环境中尾流区污染物的卷入滞留和输移初探..... 余常昭 李玉梁 田晓东(180)
工程湍流模式的研究及其开发应用..... 倪浩清(184)
自然对流中大尺度结构模式的应用研究..... 安智勇 符 松(198)
海岸盐沼冠层湍流结构的实验研究..... 时 钟 刘应中(202)
河口波流相互作用的数学模型..... 刘应中 时 钟(209)
一种普遍而又简便的寻找相似解方法..... 单雪雄(216)
粒子的跟随性问题及其在挑流雾化研究中的应用..... 曾玉红 胡敏良(220)
长江口治理工程以及有关工程泥沙紊流问题..... 乐嘉钻 王育林 杨永荻(223)
悬浮颗粒对紊流结构的影响..... 杨永荻 平野宗夫(227)
 $k-\epsilon$ 模型在评价城市风环境中的应用 沈道显 权藤宇彦(232)
河床防冲工程模型试验研究..... 沈志刚(236)
关于湍流边界层流动噪声研究..... 罗柏华 刘宇陆(242)
Investigation on the Separated Turbulent Flow Field of Dual Rectangular Jets
..... Tan Fasheng Liu Jiwei Weng Peifen(248)
大型捆绑式运载火箭气动特性数值模拟..... 孙为民 谭发生 夏 南(252)
高浓度异重射流近区扩散及输运特性的实验研究..... 张 燕 王道增 樊靖郁(257)

流动稳定性

大气运动的非线性稳定性和不稳定性： 理论和应用

穆 穆 郭 欢

(中国科学院大气物理研究所, 大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029)

摘要 本文介绍使用 Casimir 方法(Arnol'd 方法)研究地球流体运动的非线性稳定与不稳定问题的若干新进展. 讨论了准地转斜压运动 and 对称稳定性问题. 将这一理论应用于真实大气运动的稳定与不稳定的诊断研究也作了有益的尝试, 考察了基本流的非线性稳定性与切线性模式的有效性、最大奇异值大小的关系.

关键词 非线性; 稳定性; Casimir 方法(Arnol'd 方法); 切线性模式(TLM); 奇异值(SV); 最优时段(OTI)

0 引 言

大气、海洋运动的稳定与不稳定是地球流体力学的中心问题之一. 该领域的进展对于改进数值天气预报, 研究气候变化及其预报具有重要的意义. 60 年代中期, V. I. Arnol'd 利用广义变分原理和先验估计^[1]研究了二维不可压理想流体运动的非线性稳定性. 这个方法已被广泛地发展到研究流体力学的稳定与不稳定问题中^[2,3,4], 这一方法现在文献中称之为能量- Casimir 或 Arnol'd 方法. 近几年来, 我们将能量- Casimir 方法进一步应用于地球流体力学非线性稳定与不稳定的研究, 本文将介绍取得的主要结果.

1 准地转斜压运动

多层准地转模式是一个简单的, 但在大气、海洋中非常重要的斜压模式. 对于有限振幅、任意空间结构扰动, 我们建立了该模式的若干非线性稳定性判据, 并且建立了初始扰动发展的上、下界估计. 这一估计提供了扰动演变行为的信息^[5,6]. 利用数值方法讨论了稳定和 unstable 基本流上初始扰动的行为. 数值实验表明, 只要基本流满足非线性稳定数据, 无论何种扰动叠加其上, 扰动能量、位涡拟能的大小几乎是不随时间变化的. 但是对于叠加在不满足非线性稳定判据基本流上的某些初始扰动, 不仅扰动场明显变形发展, 而且扰动能量和位涡拟能随时间迅速发展, 经过一段时间后达到饱和^[7].

特别地, 对于经典的二层 Phillip 模式, 所得到的非线性稳定条件在下述意义下是最优的: 当判据的充分条件被破坏时, 除了某些临界情况, 存在着一个有限的纬向周期通道, 在其中有一指数增长的正态模^[8].

经典的 Eady 模式是一个高度简化的模式, 它忽略了 β 效应, 纬向速度的垂直切变取为常数, 但抓住了连续层结准地转运动的本质. 对于此经典问题, 我们的非线性稳定判据在下述意义下也是最优的: 当条件被破坏时, 总存在某一通道, 其中有指数增长的正态模^[9,10]. Lindzen^[11]研究了广义的 Eady 模式, 它考虑了 β 效应, 将浮力频率取为某些特殊形式的函数. 他用正规方法讨论广义的 Eady 模式的线性稳定问题. 从数值上, 发现了除传统的“短波截断”现象外, 还存在着“长波截断”现象.

我们研究了上述广义的 Eady 模式的更一般形式, 允许参考态密度取非常数形式, 浮力频率和基本流相对于 Lindzen 的广义的 Eady 模式而言, 采取更一般的形式. 也建立了非线性稳定判据, 在上述

意义下,它亦是最优的.而且,从理论上,而非数值上,证明了当且仅当考虑 β 效应时,存在着“长波截断”现象^[12].

2 对称稳定性

讨论了两类非线性对称稳定性问题.第一类是关于干空气的,其控制方程是 f -平面上非流体静力平衡的 Boussinesq 方程,但考虑了 f_1 北向分量的作用.我们的结果表明,对于非线性对称稳定性, f_1 项在纬向、经向对称情况下扮演着不同的角色.在前一情况下, f_1 则很重要,而在后一情况下,对稳定性没有影响.对于(饱和)湿空气,利用能量 Casimir 方法得到了一个非线性稳定性判据和扰动场的上界估计.当相当位温可简化为位温时,湿模式中的非线性稳定性判据和扰动场的上界估计演化为干模式中对应的判据和上界估计^[13].

3 若干应用

3.1 中、高纬度大尺度运动的稳定性诊断分析

将 Arnol'd 的非线性稳定性判据初步应用于大气环流的维持(稳定)、崩溃(不稳定)的诊断研究中,在阻塞高压、切断低压和纬向流情形下,分析了真实大气中地转流函数与位涡的关系.结果表明 Arnol'd 第二非线性稳定性定理比第一定理更适用于实际.主要结果显示,我们的分析能很好地对应于大气运动的演变.天气尺度的稳定纬向流满足 Arnol'd 第二非线性稳定性判据,而不稳定的纬向流不满足非线性稳定性判据^[14].

3.2 非线性稳定性对切线性模式(TLM)有效性的影响

利用双周期边界条件和刚壁边界条件下的二维准地转模式,我们考察了叠加在稳定、不稳定基本流上的不同初始扰动的演变情况,讨论了非线性稳定和不稳定对切线性模式(TLM)有效性的影响.

数值结果显示,TLM 的有效时段,随初始扰动的大小及基本流的非线性稳定性和不稳定性^[15,16]而变化.在双周期边界条件下,TLM 的平均有效时段在非线性和不稳定情形下,分别能达到 2 天和 1 天;而取刚壁边界条件时,TLM 的平均有效时段分别是 3 天和 2 天.随着基本流非线性稳定性的降低,TLM 的有效时段也随之变短^[17].

3.3 非线性稳定性和奇异值的大小

在线性近似有效的范围内,奇异值、奇异向量被广泛用于理论研究和实际应用.利用以上模式,我们讨论了奇异值(SV)的大小和基本流非线性稳定性与不稳定性^[18]的关系.结果表明非线性稳定性明显影响奇异值的大小.非线性稳定基本流的最大奇异值明显小于不稳定基本流的最大奇异值.最大奇异值的大小随着基流稳定性的降低而增大.另一方面,随着最优时段(OTI)^[18]的加长,稳定和不确定情形下最大奇异值大小的差别更加明显.

致谢 本工作得到了国家自然科学基金(资助号:49775262)与国家重点基础研究规划项目“我国重大气候和天气灾害形成机理和预测理论研究”第二部分“我国重大天气灾害的形成机理和预测理论研究”(No.G1998040910)的资助.

参 考 文 献

- [1] Arnol'd, V.I., On a prior estimate in the theory of hydrodynamics stability, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved, Matematika*,

- [2] Holm, D. D., Marsden, J. E., Ratiu, T. & Weinstein, A., Nonlinear stability of fluid and plasma equilibria. *Phys. Rep.*, 123:1-116
- [3] McIntyre, R. E., Shepherd, T. G., An exact local conservation theorem for finite-amplitude disturbances to non-parallel shear flows, with remarks on Hamiltonian structure and on Arnold's stability theorems. *J. Fluid Mech.*, 1987,181:527-565
- [4] Zeng Qingcun, Variational principal of instability of atmospheric motion, *Adv. Atmos. Sci.*, 1989,6:137-172
- [5] Mu Mu, Zeng Qingcun, Shepherd, T. G. & Liu Y. M., Nonlinear stability of multilayer quasigeostrophic flow. *J. Fluid Mech.*, 1994,264:165-184
- [6] Mu Mu & Xiang Jie, On the evolution of finite-amplitude disturbances to the barotropic and baroclinic flows. *Adv. Atmos. Sci.*, 1998,15:113-123
- [7] 孙左令,非线性动力不稳定和计算不稳定,博士论文,中科院大气物理所,2000
- [8] 穆穆,二层 Phillips 模式非线性稳定性判据,科学通报,1998,43:656-659
- [9] Mu Mu & Shepherd, T., Nonlinear stability of Eady's model, *J. Atmos. Sci.*, 1994,51:3427-3436
- [10] Liu Y. M. & Mu Mu, Nonlinear stability theorem for Eady's model of quasigeostrophic baroclinic flow, *J. Atmos. Sci.*, 1996,53:1459-1463
- [11] Lindzen, R., The Eady problem for a basic state with zero PV gradient but $\beta \neq 0$, *J. Atmos. Sci.*, 1994,51:3221-3226
- [12] Liu Yongming and Mu Mu, Nonlinear stability of generalized Eady's model, 2000(preprint)
- [13] Mu Mu, V. Vladimirov & Wu Yonghui, Energy-Casimir and energy-Lagrange methods in the study of nonlinear symmetric stability problems, *J. Atmos. Sci.*, 1999,56:400-411
- [14] Mu Mu, Wu Yonghui, Tang Mozhi & Liu Haiyan, Nonlinear stability analysis of the zonal flows in the middle and high latitudes, *Adv. Atmos. Sci.* 1999,16:569-580
- [15] Mu Mu, Nonlinear stability of two-dimensional quasi-geostrophic motions. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 1992,65:57-76
- [16] Mu Mu, Shepherd, T. G., On Arnold's second nonlinear stability theorem for two-dimensional quasigeostrophic flow. *Geophys. Astrophys Fluid Dyn.*, 1994,75:21-37
- [17] Mu Mu, Guo Huan, Wang Jiafeng, Li Yong, The impact of nonlinear stability and instability on the validity of the tangent linear model, *Adv. Atmos. Sci.*, 2000(to appear)
- [18] Mu Mu, Guo Huan, Li Yong, The relationship between the magnitude of singular value and nonlinear stability, 2000 (preprint)

The Nonlinear Stability and Instability for the Motions of Atmosphere: Theory and Application

Mu Mu Guo Huan

(LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

Abstract This paper is concerned with some recent advances in the study of nonlinear stability and instability problems in geophysical fluid dynamics by using Casimir method(Arnol'd's method). Both quasigeostrophic baroclinic motion and symmetric stability problem are investigated. An attempt has also been made to apply the theory to the diagnostic study of the stability and instability of the motions in the real atmosphere. The relationships among the nonlinear stability, the validity of tangent linear model(TLM), and the magnitudes of the maximum singular values(SVs) are examined.

Key words nonlinear, stability, Casimir method(Arnol'd's method), tangent linear model(TLM), singular value (SV), optimization time interval(OTI)

自然对流边界层中的浮力不稳定性 和粘性不稳定性

颜大椿 张汉勋 陶建军

(北京大学力学与工程科学系, 北京 100871)

摘要 实验证明, 在浮力驱动的自然对流边界层中除了在平均速度剖面拐点附近的无粘性不稳定性外, 还存在浮力不稳定性及粘性不稳定性. 在开始热转换之前, 随着 Grashof 数 G 的增长, 浮力不稳定性在最大速度点附近首先出现温度脉动振型. 在浮力脉动开始衰减时, 无粘性不稳定性使拐点附近的速度脉动迅速增长. 随之, 在近壁强剪切层由粘性不稳定性产生 Tollmien-Schlichting 波. 它的增长和非线性演化使内层湍流应力迅速增长并超过粘性应力, 导致热转换的开始.

关键词 自然对流边界层; 浮力驱动; 热转换

0 引言

竖直加热平板外围的自然对流边界层经历层流、热转换和湍流三个阶段. 层流和湍流的热交换分别满足各自的相似性规律, 而热转换阶段无相似性. Eckert & Soehngen^[1] 的实验给出了热转换阶段的大致范围, 对于空气介质其修正 Grashof 数在 300 ~ 956 之间, 以后, 在空气、水、氮气、硅桐油等介质中的实验表明, 热转换的范围有一定的变化^[2,3,4]. 按照热转换的定义, 在层流阶段, 壁面热流率主要由介质导热决定, 传热量与法向温度梯度成正比, 在湍流阶段, 传热量主要由温度和速度脉动引起的湍流热传递确定. 因而层流阶段的结束和热转换阶段的开始是以速度和温度脉动增长到扰动成分产生的“湍流”热传递对壁面热流率的影响不可忽略时为分界, 所以和一般边界层不同, 在层流阶段流动不稳定性是导致热转换的原因, 只有到扰动强度的非线性增长导致湍流热传递产生的热流率不可忽略为止.

自然对流边界层的稳定性问题由 Orr-Sommerfeld 方程和热传导方程联合确定.

$$(u - c)(\phi'' - \alpha^2 \phi) - u''\phi = \frac{1}{i\alpha G}(\phi''' - 2\alpha^2 \phi'' + \alpha^4 \phi + S') \quad (1)$$

$$(u - c)S - \Theta'\phi = \frac{1}{i\alpha G Pr}(S'' - \alpha^2 S) \quad (2)$$

其中 ϕ 和 S 为脉动流函数和脉动温度的振幅函数, U 和 Θ 为平均速度和温度的法向分布, c 和 $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ 为不稳定波的波速和波数, 其中 α_i 为不稳定波的增长率. $G = 4(Gr/4)^{1/4}$ 和 $Gr = g\beta\Delta\theta x^3/\nu^2$ 为修正 Grashof 数和以前缘距离为特征长度的 Grashof 数, Pr 为 Prandtl 数, $\Delta\theta = \theta_w - \theta_\infty$ 为壁温和环境温度之差, ν 为运动学粘度系数, g 为重力加速度, β 为体积膨胀系数. 联立方程组(1)和(2)的特征值问题, 除 Orr-Sommerfeld 方程各有一对粘性解和无粘解外, 代表浮力耦合项的 S' 在热传导方程(2)中形成反映浮力脉动的另一对特征值解. 因此, 由浮力驱动的自然对流边界层的特征值问题中兼有粘性、无粘性和浮力脉动不稳定性引起的三种振型, 它们分别在不同的 Grashof 数时失稳或居主导地位. 相应的速度和温度脉动振型的最大值在各自的临界层附近, 分别在近壁强剪切层中, 平均速度剖面外层的拐点和浮力驱动最强的最大速度点处. 由失稳后产生的不稳定波的线性和非线性增长和湍流化过程导致壁面热流率由层流状态过渡到热转换状态.

从 Kurtz & Crandall^[5]和 Nachtsheim^[6]的计算得到的中性曲线表明,在无温度耦合下的临界 Grashof 数 $G_{cr} \approx 100$, 相应的无量纲频率 $B = \omega G^{1/3} = 0.4$, 而在有温度耦合的条件下中性曲线在 $B \approx 0.2$ 附近有明显的突出部分, G_{cr} 下降到 65 附近, 表明浮力脉动振型较早失稳且频率范围较低, 但与无粘性不稳定性接近. Polymeropoulos & Gebhart^[7]的实验结果与有温度耦合的中性曲线一致. Szwedzyk^[8]用渐进方法在略去浮力项和 $Pr = 10$ 条件下分别对内外临界层得到对应粘性和无粘性稳定性的中性曲线, 但关于内层的实验结果并不成功. 以后, Knowles & Gebhart^[9]和 Brewster & Gebhart^[10]在恒热流和恒壁温混合对流条件下作数值计算表明, 在空气中 ($Pr = 0.72$) G 在 65 ~ 100 的范围内, 温度脉动的最大值在最大速度点附近, 反映浮力振型的影响. 然而, 关于粘性不稳定性理论和实验结果甚少.

实验在长 1.5m 宽 0.3m 的铝制垂直平板上进行(图 1). 表面抛光喷漆, 背面嵌入一组电阻丝加热器, 并在表面覆盖石棉棉, 两侧由玻璃板封闭. 壁温由铂电阻温度计测量, 控制表面温度误差在 0.1℃ 以下. 流速由恒温式热线风速仪测量, 边界层中脉动温度由直径 2μ 的铂丝制成的冷线探头测得. 由 A/D 板采样后输入 Pentium 586 计算机作数据处理.

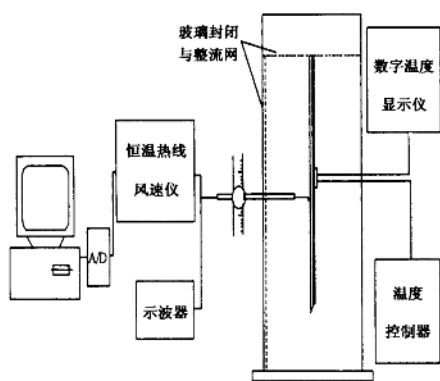


图 1 实验设备与测量系统

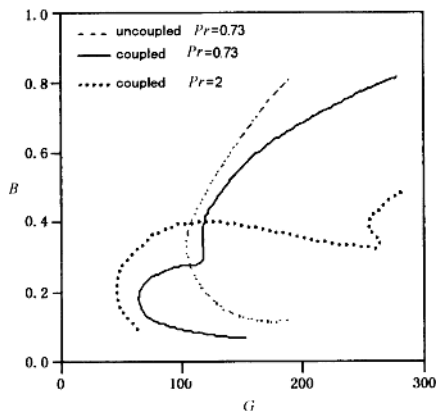


图 2 不同 Prandtl 数时的中性曲线

1 浮力不稳定性

自然对流边界层中浮力不稳定性与物性有密切关系. 数值计算结果表明, 在 Prandtl 数增加时, 温度边界层变薄, 中性曲线低频部分由于浮力不稳定性影响而明显突出, 表明热扩散系数对浮力稳定性的影响(图 2).

图 3、4 分别为在 $G = 64$ 和 $G = 58$ 时的功率谱和温度脉动谱, 低频脉动成分在无量纲频率

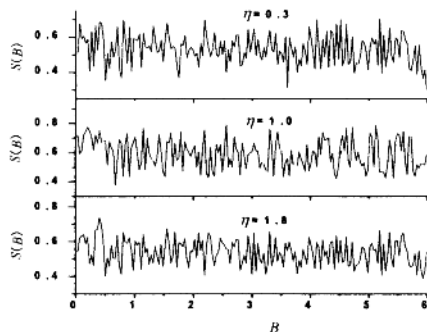


图 3 速度脉动谱分布

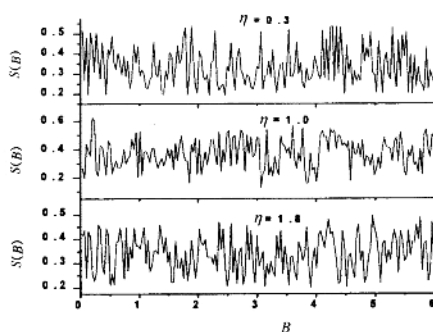


图 4 温度脉动谱分布

$B = 0.2$ 附近已明显增长,其中温度脉动在 $B = 0.2$ 时的无量纲化法向振幅分布如图 5,最大温度脉动的幅值在 $\eta = 1.0$ 或最大速度点附近,在 G 大于 103 时温度脉动呈非线性增长,最大振幅点逐渐向外层移动,到 $G = 147$ 处在内层($\eta = 0.6$)和外层($\eta = 1.4$)处各出现一个极大值.同一 G 值下由无量纲频率 $B = 0.4$ 的速度脉动振幅分布(图 7)可以看到,其最大值已接近外层拐点附近的无粘性振型的临界层.图 6、8 分别为 $B = 0.2$ 时温度脉动振幅和 $B = 0.4$ 时速度脉动振幅的流向分布,速度脉动的最大值沿下游方向增长,而温度脉动振幅则呈整体下降趋势,且在内外层有明显不同的增长趋势,分别体现了内层温度梯度和外层无粘振型沿流向增强时对热力振型所产生的影响.

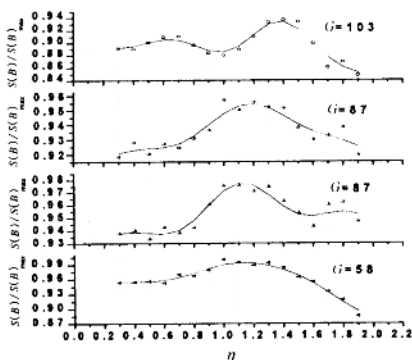


图 5 温度脉动的法向相对振幅分布

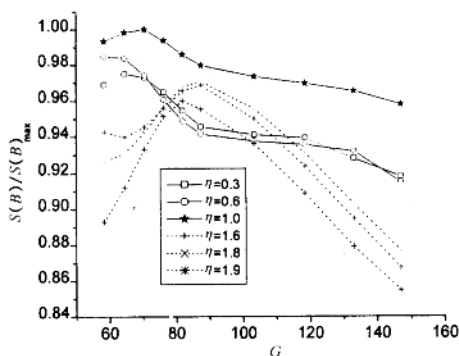


图 6 温度脉动的流向相对振幅分布

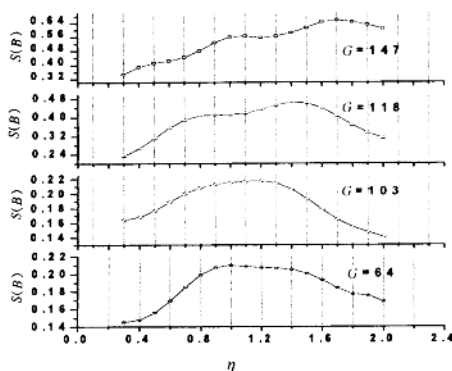


图 7 速度脉动的法向振幅分布

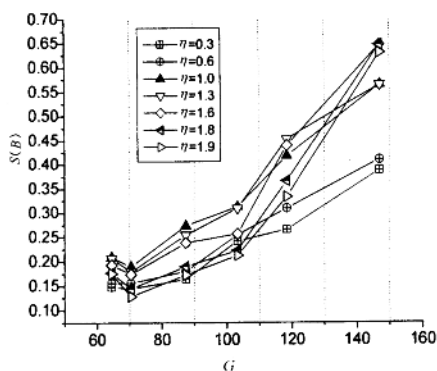


图 8 速度脉动的流向振幅分布

2 粘性不稳定性

与 Brewster & Gebhart 的数值计算不同,在 $G = 117.5$ 时脉动速度的振幅分布在临界层的增长率并不存在(图 9),由于外层无粘性不稳定波的增强和最大速度点附近浮力振型的非线性演化,数值计算应考虑非线性因素的影响. $G = 178.2$ 时,在近壁强剪切层($\eta = 0.3$ 附近)可以观察到反映粘性不稳定性的具有较高频率的 Tollmien-Schlichting 波(图 10).它的功率谱在 $B = 5.5$ 附近有明显的尖峰(图 11).这一高频范围的速度脉动法向振幅分布在 $\eta = 0.3$ 附近有明显峰值(图 12).它的迅速增长和非线性演化导致近壁层湍流应力和湍能产生项的迅速增长,使扰动产生的热传递与层流热传导作用相比成为影响壁面热流率的重要因素.

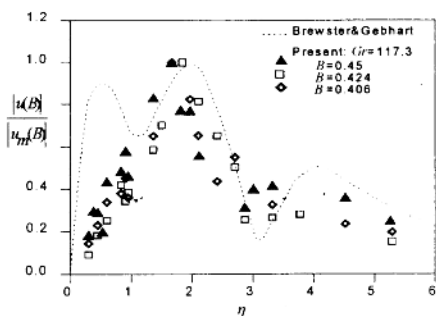


图9 扰动速度特征分量的相对振幅分布

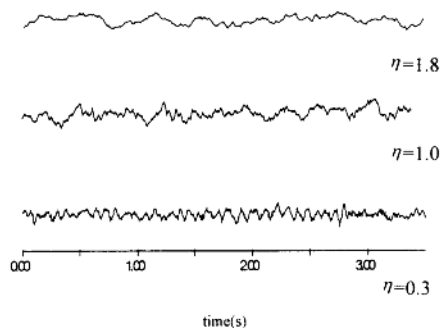


图10 脉动速度的电压信号 $G = 178.2$

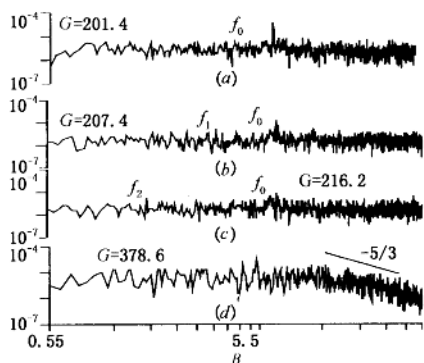


图11 内层速度扰动谱分析

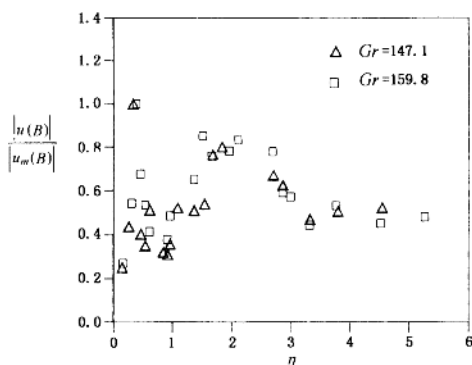


图12 特征分量的相对振幅分布

3 结 论

实验结果证明,自然对流边界层的稳定性问题和一般边界层不同,它同时存在三种振型:临界层在最大速度点附近的浮力脉动振型,拐点附近的无粘性不稳定性 and 近壁强剪切层中的 Tollmien-Schlichting 波,它们具有不同的频率特性、振幅分布和传播速度,并依次在 G 等于 58、64 和 178 附近失稳,其中近壁层的粘性不稳定性对壁面热流率的影响最大,它的非线性演化使近壁层湍能产生率迅速大幅度增长是导致热转换开始的主要原因。

参 考 文 献

- [1] Echert, E.R.G. & Soehngen, E. Interferometric studies on the stability and transition to turbulence of a free-convection boundary layer. Proc. General Discussion on Heat Transfer, 1951, 321
- [2] Coutanceau, J. Convection naturelle turbulente sur une plaque verticale isotherme. Int. J. Heat Mass Transfer, 1969, 12: 735
- [3] Jaluria, Y. & Gebhart, B. On transition mechanisms in vertical natural convection flow. J. Fluid Mech. 1974, 66: 309 - 337
- [4] Mahajan, R.L. & Gebhart, B. An experimental determination of transition limits in a vertical natural convection flow adjacent to a surface. J. Fluid Mechanics, 1979, 91: 131
- [5] Kurtz, E.F. & Crandall, S.H. Computer-aided analysis of hydrodynamic stability. J. Math. Phys. 1962, 41: 264

- [6] Nachtsheim, P.R. Stability of free-convection boundary layer flows. NASA, TN D-2098, 1963
- [7] Polymeropoulos, C.E. & Gebhart, B. Stability of free convection flow over a vertical uniform flux plate. AIAA. J. 1966, 4: 2066
- [8] Szewczyk, A. Stability and transition of the free-convection layer along a vertical flat plate. Int. J. Heat Mass Transfer, 1962, 5: 903
- [9] Knowles C.P. & Gebhart, B. The stability of the laminar natural convection boundary layer. J. Fluid Mechanics, 1968, 34: 657
- [10] Brewster, R. A. & Gebhart, B. Instability and disturbance amplification in a mixed-convection boundary layer. J. Fluid Mechanics, 1991, 229: 115

The Buoyant Instability and Viscous Instability in Natural Convection Boundary Layer

Yan Dachun Zhang Hanxun Tao Jianjun

(The Mechanics and Engineering Science Department of Beijing University, Beijing 100871)

Abstract It was testified that excepting for the inviscous instability located at the inflexion point, there are buoyant instability and viscous instability existing in buoyancy driving natural convection boundary layer. Buoyant instability first appears at the maximum velocity point with increased Grashof number. At higher Grashof number the velocity disturbances caused by inviscous instability increase rapidly. Then, the Tollmien-Schlichting wave caused by viscous instability appears at the near wall high shear stress region, and its increment and nonlinear evolvement make the inner layer turbulent stress increase rapidly to exceed the local viscous stress, and signal the start of the heat transition in boundary layer.

Key words natural convection boundary layer, buoyancy driving, heat transition

不可压缩槽道流动的非线性稳定性分析

冉 政

(国家计算流体力学实验室, 北京 100083)

摘要 给出了基于不可压缩流体运动规范场理论的平面槽道流动的非线性稳定性分析的方法、基本方程, 以及有关非线性稳定性相关结论。

关键词 流体运动; 规范场论; 非线性流动稳定性

0 引 言

作为最简单的 Poiseuille 流动稳定性问题, 尽管经过了近百年的探索, 但到目前为止仍有许多有待澄清的问题. 在流动稳定性理论方面, 对于平面流动问题, Rayleigh (1880) 的无粘理论无法说明速度场剖面不带拐点的 Poiseuille 流为什么会失稳. Orr (1907) 和 Sommerfeld (1908) 提出的有粘性线性理论正确地预测了在转捩的初值会出现 Tollmien-Schlichting 波的现象, 但仍然无法解释湍流的转捩. 因为用 Orr-Sommerfeld 方程所得到的临界 Reynolds 数 $Re_{cr} = 5772.22$, 当 $Re < Re_{cr}$ 时, 所有的扰动都将衰减, 而实际上在低至 $Re \approx 1000$ 时即发生了转捩, 这即是亚临界失稳问题; 其次, Orr-Sommerfeld 方程所给 TS 波的增长率远低于实际的观测值. 可以说理论与实验存在巨大的差距. 实验方面直到 1975 年, Poiseuille 流动问题才由 Nishioka 做了比较满意的实验工作. 他们的工作首先证实了线性理论的正确性, 同时也给出了一些非线性理论才能解释的现象. 例如, 在亚临界情况, 按照线性理论小扰动是稳定的, 但实验发现, 在扰动大于某一阈值时, 扰动将不是衰减而是增长的, 且此不稳定的阈值与扰动的稳定或波数相关.

就流动稳定性理论而言, 首先对中性曲线/曲面的认识一直是相关理论的中心问题. 这种参数空间的结构使得流态的刻画具有物理学中相变理论的类比性. 数学上可以认为是一个时间周期解的结构稳定性问题. 因此一种新的理论构架将主要阐述以下理论问题: (1) 对于槽道流动系统, 流动不稳定性的机制 (本文结论是参数激励); (2) 槽道流动系统的参数空间如何建立; (3) 在参数空间中时间周期解的结构稳定性问题. 本文即是使用规范场理论对以上问题的描述结果.

1 基于规范场论的三维槽道流动基本方程

将文献 [4, 5] 中所建立的不可压缩流体运动的规范场理论基本方程, 应用于三维槽道这类几何结构的问题, 可以得到以下结论:

引理 1 (平面槽道中的时谐规范场解) 研究的是具有时谐周期性质的规范场, 在平面槽道中, 可以证明其主导波模解为

$$\begin{aligned} E_x &= 0 \\ E_y &= -B_{10}k\left(\frac{\pi}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin(hz - \omega t) \end{aligned}$$

$$E_z = 0$$

$$H_x = B_{10} h \left(\frac{\pi}{a} \right) \sin \left(\frac{\pi}{a} x \right) \sin(hz - \omega t)$$

$$H_y = 0$$

$$H_z = B_{10} (k^2 - h^2) \cos \left(\frac{\pi}{a} x \right) \cos(hz - \omega t)$$

这里有关的参数定义如下:

a	槽道流向长度(x)	B_{10}	振 幅
b	槽道高度(y)	ω	时谐频率
h	纵向波数(z)	c	相互作用波速

同时有

$$k^2 = k_0^2 \epsilon \mu$$

$$k_0 = \omega / c$$

而 ϵ, μ 为唯象引入的介质参数.

引理 2(平面槽道流动基本方程) 对平面槽道流动, 流体质点运动方程为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= \frac{B_{10}}{c} (k^2 - h^2) \cos \left(\frac{\pi}{a} x \right) \cos(hz - \omega t) \frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= -B_{10} k \left(\frac{\pi}{a} \right) \sin \left(\frac{\pi}{a} x \right) \sin(hz - \omega t) - \frac{B_{10}}{c} (k^2 - h^2) \cos \left(\frac{\pi}{a} x \right) \cos(hz - \omega t) \frac{dx}{dt} \\ &\quad + \frac{B_{10}}{c} h \frac{\pi}{a} \sin \left(\frac{\pi}{a} x \right) \sin(hz - \omega t) \frac{dz}{dt} \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= -\frac{B_{10}}{c} h \left(\frac{\pi}{a} \right) \sin \left(\frac{\pi}{a} x \right) \sin(hz - \omega t) \frac{dy}{dt} \end{aligned}$$

引理 3(平面假设下的流体质点运动基本方程) 对平面流动, 引入 z 方向的约束条件有流体质点运动方程

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= \frac{B_{10}}{c} (k^2 - h^2) \cos \left(\frac{\pi}{a} x \right) \cos(\omega t) \frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= B_{10} k \left(\frac{\pi}{a} \right) \sin \left(\frac{\pi}{a} x \right) \sin(\omega t) - \frac{B_{10}}{c} (k^2 - h^2) \cos \left(\frac{\pi}{a} x \right) \cos(\omega t) \frac{dx}{dt} \end{aligned}$$

引入参数

$$\delta = \frac{B_{10}}{c} (k^2 - h^2), \quad \epsilon = B_{10} k \left(\frac{\pi}{a} \right)^2$$

则得稳定性基本方程

$$\frac{d^2 \chi}{dt^2} + a(t) \frac{d\chi}{dt} + b(t) \chi = 0$$

式中

$$a(t) = -(\epsilon + \omega \delta) \sin(\omega t)$$

$$b(t) = -\omega \epsilon \cos(\omega t) + \delta^2 \cos^2(\omega t)$$

从引理 3 知, 与传统稳定性理论不同的是, 规范场稳定性机制是参数激励失稳. 数学上等价于上述二阶微分系统周期解存在以及稳定性问题. 下面是直接分析的一些结果.