

理科

华东师范大学 第二附属中学 校本课程

华东师范大学第二附属中学 主编



数学与社会

蔡玲玲 编著



华东师范大学出版社



华东师范大学 第二附属中学 校本课程

华东师范大学第二附属中学 主编

数学与社会

蔡玲玲 编著



华东师范大学出版社

前言

，其目的面更广步学数类育的量大了调查普数，中野数数并本数数有
南恩，手数数古数数数数，更数数数于由，数数数数数数，更数数数

数数数 数数

数数数数数数

数学发展与社会发展是紧密相连的，但我们的数学教育往往让人觉得数学是一门枯燥无味的学科，除了数字就是符号，非常抽象。但从某种程度上说，当今的数学和数学教育都不同程度地受到“考试文化”的影响，数学好就是考试好的考试情结使得数学创造成为奢侈。为了高考学生进行了大量的机械训练，使学生对数学的兴趣荡然无存。同时也给学生一种数学除了用于考试别无用处，与社会发展没有多大关系的印象。要改变学生对数学的这种错误认识，需要向学生呈现数学发展中真实的一面，这就是编写本书的目的。

1992年联合国教科文组织在其宣言中指出：“纯粹数学和应用数学是理解世界及其发展的一把主要钥匙”，社会的发展同样离不开这把钥匙。学习数学除了要通过数学考试之外，了解一些数学的历史、数学的人文精神以及数学发展与社会的关系，这不仅能丰富数学知识，有助于对数学概念、方法和原理的理解，同时对提高学习数学的兴趣，树立学好数学的信念都是有帮助的。

数学是人类文化的一个重要组成部分。本书收集整理古代数学发展中的一些片断及数学家的生平，从不同的方面，论述数学与社会的关系，探讨了数学文化、数学方法、数学精神、数学中的人文主义等问题。希望通过这些实际例子说明，学习数学不光是为了解题和考试，数学与人们生活密切相关，数学是社会生活中不可或缺的组成部分，数学发展与社会进步是相互促进的。另外，书中对古今数学家的介绍，也可以使学生了解数学家研究数学的艰辛、执着，以及他们攻克数学难关、克服困难的勇气，从而激发学生学习数学的热情。

在编写本书的过程中,编者查阅了大量的有关数学史方面的书籍,并作了引用,在此表示感谢。由于时间仓促,疏漏之处在所难免,恳请读者指正。

编者 蔡玲玲
2008 年于上海

数学史是数学的过去,也是数学的未来。数学史的研究,不仅是为了了解数学的起源和发展,更重要的是为了从数学史中汲取智慧,为现代数学的发展提供借鉴。本书旨在介绍数学史的基本知识,帮助读者了解数学的来龙去脉,激发对数学的兴趣和热爱。本书共分八章,第一章介绍数学的起源,第二章介绍古代数学,第三章介绍中世纪数学,第四章介绍文艺复兴时期的数学,第五章介绍17-18世纪的数学,第六章介绍19世纪的数学,第七章介绍20世纪的数学,第八章介绍现代数学。本书力求做到深入浅出,通俗易懂,适合广大读者阅读。本书的出版得到了许多专家和学者的支持,在此表示衷心的感谢。由于编者水平有限,书中难免存在不足之处,恳请读者批评指正。

目录

第一章 数是在生活中数出来的 / 1

第一节 记数的开始 / 1

第二节 记数法种种 / 2

第三节 十进制数和六十进制数 / 8

第二章 古埃及数学 / 12

第一节 尼罗河的赠礼——埃及几何 / 12

第二节 古埃及数学的两部纸草书 / 16

第三章 中国古代数学 / 24

第一节 中国古代数学阶段 / 24

第二节 中国数学名著——《九章算术》 / 31

第三节 筹算、珠算、计算机 / 42

第四节 中国数学史上的风云人物 / 51

第四章 古希腊数学 / 66

第一节 理性化的思维是论证几何的开端 / 66

第二节 欧洲数学名著——《几何原本》 / 72

第三节 论证数学之父——泰勒斯 / 80

第四节 真理和荒诞的混合——毕达哥拉斯学派 / 86

第五节 数学舞台上的外国人 / 91

第五章 社会的政治制度、经济、思潮对数学的影响 / 106

第一节 儒家思想对中国传统数学的影响 / 106

第二节 数学发达中心的迁移与政治、经济、文化重心的 迁移关系 / 109

第六章 数学典故 / 115

I \ 卽来出幾中語主奇景幾 一章一葉

I \ 卽来出幾中語主奇景幾 一章一葉

S \ 卽来出幾中語主奇景幾 一章一葉

S \ 卽来出幾中語主奇景幾 一章一葉

SI \ 學幾及幾古 一章二葉

SI \ 卽来出幾中語主奇景幾 一章一葉

SI \ 卽来出幾中語主奇景幾 一章一葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

SI \ 卽来出幾中語主奇景幾 一章一葉

SI \ 卽来出幾中語主奇景幾 一章一葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

IS \ 學幾升古國中 一章三葉

第一章 数是在生活中数出来的

第一节 记数的开始

“数是数出来的”这句话确切地反映了数的概念产生的缘由。早期的人类大约也没有数的必要,因为没东西可数。

随着社会生活的不断发展,人类先是产生了“数”的朦胧概念。他们狩猎而归,物或有或无,于是有了“有”与“无”两个概念。连续几天“无”兽可捕,就没有肉吃了。“有”、“无”的概念便逐渐加深。

后来,群居发展为部落,部落由一些成员很少的家庭组成。所谓“有”,就分为“一”、“二”、“三”、“多”等四种(有的部落连“三”也没有)。任何大于“三”的数量都理解为“多”或者“一堆”、“一群”。有些酋长虽是长者,却说不出他捕获过多少种野兽,看见过多少种树。然而不管怎样他们已经可以用双手说清这样的话(用一个手指表示鹿,三个手指表示箭):“要换我一头鹿,你得给我三支箭”,这是他们当时仅有的算术知识。

你知道古时人们是怎样记数的吗?



后来人们逐渐发明了一些记数符号。这就是数字。

巴比伦数字: $\nabla \quad \nabla \quad \nabla \quad \nabla \quad \nabla \quad \nabla \quad \nabla \quad \nabla$

中国数字: $I \quad II \quad III \quad IIII \quad I \quad II \quad III$

罗马数字: $I \quad II \quad III \quad IV \quad V \quad VI \quad VII \quad VIII \quad IX$

经过很长时间,才产生了现在这种通用的阿拉伯数字。

大约在一万年以前,冰河退却了,一些从事游牧的石器时代的狩猎者在中东的山区内,开始了一种新的生活方式——农耕生活。他们碰到了怎样记录日期、季节,怎样计算收藏谷物数、种子数等问题。特别是尼罗河谷、底格里斯河与幼发拉底河流域发展起更复杂的农业社会时,他们还碰到交租税的问题。这就要求数有名称,而且记数必须更准确,只有“一”、“二”、“三”、“多”,已远远不够用了。这些都潜在而又强烈地促使数数的必要,为数的概念和记数方法的产生提供了坚实的物质基础。

底格里斯河与幼发拉底河之间及两河周围,叫做美索不达米亚,那儿产生过一种文化,与埃及文化一样,也是世界上最古老的文化之一。美索不达米亚人和埃及人虽然相距很远,但却以同样的方式建立了最早的书写自然数的系统——在树木或者石头上刻痕、划印来记录流逝的日子。尽管数的形状有所不同,但又有共同之处,他们都是用单划表示“一”。

后来(特别是以村寨定居后),他们逐渐以符号代替刻痕,用一个符号表示一件东西,两个符号表示两件东西,依次类推,这种记数方法延续了很久。

公元前 1500 年,南美洲秘鲁印加族人(印第安人的一部分)习惯“结绳记数”——每收进一捆庄稼,就在绳子上打个结,用结的多少记录收成。“结”与痕有一样的作用,也是用来表示数的。根据我国古书《易经》的记载,上古时期的中国人也是“结绳而治”,就是用在绳上打结的办法来记事表数。后来又改为用刀在竹片或木头上刻痕记数,用一划代表“一”。直到今天,我们还常用“正”来记数。数的概念的形成可能与火的使用一样古老,它对人类文明的意义也决不亚于火的使用。

第二节 记数法种种

根据我国古书《易经》的记载,“上古结绳而治,后世圣人易之以书契”,这表明上古先有结绳而后有书契。中国文字是象形的,甲骨文中的“数”这个字多么像人用一只手在绳上打结。这个“上古”,早到什么时候?结绳起源于何时?又在何时出现了书契?这些都难于回答。对此,有不少传说,而且众说不一。看来结绳记事在新石器时代早期已普遍使用,稍后便出现书契,是比较合乎实际的推想。



关于结绳的用法,三国时吴人所著《易九家义》中引用的话说:“事大,大结其绳;事小,小结其绳;结之多少,随物众寡”。

在西方也有结绳记事的史实存在。

古代波斯,有一次,国王命令他的将士守卫一座桥梁,60天之内决不能放弃。为了表示这个数字,波斯王用一根皮绳打了60个结,然后对士兵说:你们守完一天可以解一个结,等到全解完了,你们的任务就完成了,就可以返回大本营。



至于书契记数也不乏实例。考古学家关于书契的使用,古籍上没有明确记载,书契的意义和用途则史不绝书。《释名》“释书契第十九”称:“契,刻也,刻识其数也”,意思是在木(竹)片上刻划某种符号,以记数。《后汉书》“蔡伦传”称木(竹)片不方便,不如用纸。在蔡伦看来竹简有很久的历史,到汉代早已易刻划为书写了。书契的“契”原指记数,是刻成符号,或刻成缺口(缺少记载),然而后来其意义有所引申,如契约、契券等等。许多民族在有了文字之后,仍然使用书契。在中国北京郊区周口店曾发现了大约一万年“山顶洞人”用的刻符骨管,骨管上用圆形的洞表示数。如今,中国少数民族地区的一些地方仍继续使用在竹片上刻口来记数。



一些书契的切面形状

刻痕记数的产生可能更早。5000年以前,两河流域和古埃及的人们都曾使用过这种办法。1937年,在摩拉维亚,人们发现了一根旧石器时代狼的桡骨,上面刻有55道痕迹,人们认为这是远古人类所为。可以说,这是迄今为止发现的用刻痕方法记数的最早的例证了。

约公元前9至前8世纪古希腊诗人荷马在他的《荷马史诗》中有这样一个故事:当俄狄浦斯刺瞎独眼巨人波吕斐摩斯并离开库克罗普斯国以后,那个不幸的老人每天坐在山洞口照料他的羊群,早晨母羊外出吃草,每出来一只他就从一堆石子中拣起一颗石子。晚上母羊返回山洞,每进去一只,他就扔掉一颗石子,当他把早晨拣起的石子全扔完时,他确信羊全回了山洞。

波吕斐摩斯的故事是利用一一对应概念作为记数根据的最早的文字记载之一。说来有点可怕,一些美洲的印第安人通过收集每个被杀

者的头皮来计算他们杀敌的数目；又如，一些非洲的原始猎人通过积累野猪的牙齿来计算他们杀死野猪的数目。居住在乞力马扎罗山坡上的游牧部落的少女，习惯在领上佩戴铜环，其个数等于自己的年龄。从前，英国的酒保往往通过用粉笔在石板上画记号来计算顾客饮酒的杯数，这就是英语成语“to chalk one up”(记上一笔)的来源；类似的，西班牙的酒保则通过向顾客的帽子里投放小石子来计算饮酒的杯数，因而产生了西班牙成语“echai chinás”(放一个石子)。一些原始民族往往利用身体的某些部位来表示不同的数，这种肢体记数法显然也是以一一对应原理为依据的。

随着社会不断发展，原始人采用在土坯或石板上刻画痕迹的办法记数某些集合的数目。例如一个部落、一个氏族或者一个家庭，都必须在他的成员之间分配食物，也必须记住他的羊群或牛群的头数。当记数一个不大的集合时，相应于集合的每个对象伸开或者蜷拢一个手指，在记数较大的集合时，往往采用积累石子或木棍，在土坯或石板上做记号，在骨棒或木棒上刻缺口，在绳子上打结等等办法，或许后来逐渐产生用不同的声音作为表达一些较小的集合的对象个数的音符，再后来才出现用来表示这些数目的各种书写符号(数字)。

在发音记数时期的最初阶段，对于同样数目的不同对象，例如两只羊和两个人，使用不同的声音，对此，我们只需想到在英语中目前仍然使用的一些词组：teem of horses(一对马)，span of mules(一对骡)，yoke of oxen(一对牛)，pair of shoes(一双鞋)。“二”这个共同性质的高度抽象，采用与任何具体对象无关的一个声音来表示，这或许是很久以后才做到的，英语中所使用的数词最初很可能是指一些具体对象的集合，但是这种联系现在我们已经不得而知了，当然 Five(五)与 Hand(手)之间的联系或许是一个例外，如在英语中“一手橘子”，指五个橘子。

在现代的某些原始部落中，仍然可以看出某些数词与具体记数集合之间的联系，例如，根据新几内亚东南部的巴布亚部落人采用的一种特殊的记数系统，圣经中的一段话：“在那里有一个人，病了三十八年”。应当翻译成：“在那里有一个人，病了一人(20)，两手(10)，五和三年。”另外，由于原始民族常常用手指进行记数，所以实际上他们也采用手指名称作为数词。例如，南美的卡马尤拉部落人采用“中指”一词作为数词“三”，他们把“三天”说成“中指天”。还有，南美的代尼-迪涅(Dene-Dinje)印第安人是通过相继蜷拢手指进行记数的，所以他们也用下列

相应的语言来记数：

“一”——“蜷拢小指”

“二”——“再蜷拢无名指”

“三”——“再蜷拢中指”

“四”——“只伸着大指”

“五”——“所有手指都蜷拢”

“十”——“双手的手指都蜷拢”

西非的曼丁哥部落人使用的“kononto”一词(数词“九”)字面上的意思是“腹中的婴儿”——指的是怀孕九个月。在马来亚语和阿兹特克语中,数词与具体记数对象之间的联系也是很明显的,在这两种语言中,前三个数词字面上的意思是“一个果子”、“两个果子”、“三个果子”,而在爪哇语中这三个词的意思是“一颗谷粒”、“两颗谷粒”、“三颗谷粒”。

还有采用无声的语言即适当的手势,根据一一对应原理进行记数,其对应关系如下:

01. 右小指 02. 右无名指 03. 右中指 04. 右食指 05. 右大指
06. 右手腕 07. 右肘 08. 右肩 09. 右耳 10. 右眼 11. 左眼
12. 鼻 13. 口 14. 左耳 15. 左肩 16. 左肘 17. 左手腕
18. 左大指 19. 左食指 20. 左中指 21. 左无名指 22. 左小指
可以看出除了表示12和13的“鼻”和“口”外,前后对称。

原始人甚至开化的人,在进行口头记数时往往做出一些手势。例如,在一些部落中,当说到“十”时,往往用一只手拍另一个手的手心,而当说到“六”时,则使一只手迅速地划过另一只手。K·门宁格(Menninger)说:对于某些非洲人,可以通过观察他们在记数时的动作,来识别他们属于哪个部落,哪个种族,从左手开始还是从右手开始,蜷拢手指还是伸开手指,手心向着身体还是背着身体。

英国人R·梅森(Mason)讲过二次世界大战时的一个故事:当印度和日本两国爆发战争时,一个日本姑娘正在印度。为了避免可能遇到的麻烦,她的朋友把她假充中国人介绍到侨居在印度的英国人赫德利先生那里。这位英国人有点怀疑,要求这个姑娘用手指依次表示1、2、3、4、5。她躊躇了一下以后,做了。这时赫德利先生大笑起来,得意地说:“怎么样!你看见了吗?你看见她是怎样做的?先伸开她的手,然后把手指一个一个地蜷上。你看见过中国人这样做吗?没有!中国人和英国人一样,在数数时先把手蜷拢。她是日本人!”

罗马人的记数法:他们用手指来记数——伸出1个、2个、3个手指

分别表示1件、2件、3件东西,伸出1只、2只手分别表示5件、10件东西。后来,他们逐渐用符号来代替手和手指——用符号I代替1个手指,用符号V代替1只手,用符号X(相当于将一个正写的V和一个倒写的V叠在一起)代替2只手。为了表示更多的数,他们又用符号L、C、D、M分别表示50、100、500、1000,并确定了以下三条表示数的原则:

1. “重复写,表叠加”。这就是说,将某符号重复写 $n(n \leq 3)$ 次,相当于把 n 个该符号所表示的数叠加。例如,XXX表示将3个10叠加,就是30;MM表示将2个1000叠加,就是2000。

2. “右边加,左边减”。如果在表示大数的符号的右边附写表示小数的符号,那么相当于用大数加上小数。例如,VI表示5加1,就是6;XXII表示20加上2,就是22;DC表示500加上100,就是600。如果在表示大数的符号的左边附写表示小数的符号,那么相当于用大数减去小数。例如:IV表示5减去1,就是4;IX表示10减去1,就是9;XL表示50减去10,就是40;CDLXVII表示 $(500 - 100) + (50 + 10) + (5 + 2) = 467$ 。

3. “顶加线,表乘千”。如果在某符号上边加一条横线,那么相当于把该符号所表示的数乘以1000,例如, $\overline{XV}$ 表示 15×1000 ,就是15 000; $\overline{D}$ 表示 500×1000 ,就是500 000。如果在某符号上边加两条横线,那么相当于把该符号所表示的数乘以 1000^2 ,即1 000 000。例如 $\overline{\overline{CLXV}}$ 表示 165×1000^2 ,就是165 000 000。

我们将方法大致归纳一下,并提供几点注意。

一、罗马数字就是罗马人使用的七个符号及其组合表示的自然数。

I = 1 V = 5 X = 10 L = 50 C = 100
D = 500 M = 1000

前12个自然数表示如下:

I = 1 II = 2 III = 3 IV = 4 V = 5 VI = 6
VII = 7 VIII = 8 IX = 9 X = 10 XI = 11 XII = 12

二、“左边减”不能“跳级”。例如99要用XCIX来表示,即100减去10再加上9,这里与C相邻的下一级符号是X。我们不能用IC来表示99,因为从符号C到符号I,中间跳过了符号X。

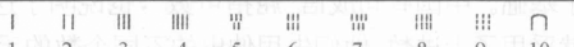
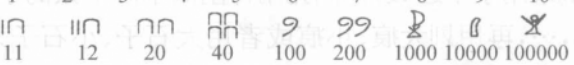
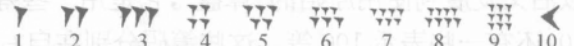
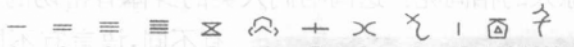
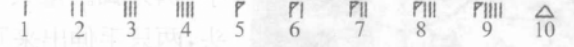
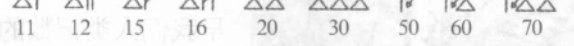
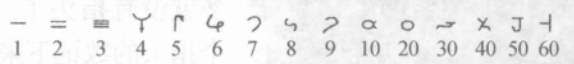
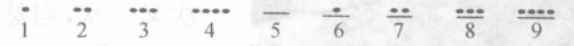
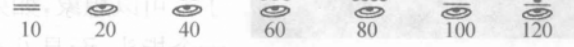
三、“左边减”只能减去一个符号所表示的数,而“右边加”可以加上一个、二个或三个相同的符号所表示的数。例如8要用VIII来表示,而

不能写成 IIX。

四、罗马数字不能表示“0”，而且它能表示的最大数十分有限，这可能与罗马当时生产活动的发展程度有关。由于不能表示 0，而且在这个符号系统中，找不出“逢几进一”的规律，所以在罗马数字中不存在进位制的思想。罗马数字记数法是极其简陋的记数方法之一，但它却包含了以下两个重要思想：第一，它第一次用字母表示数；第二，它的实质是每个不太大的自然数都可以表示为几个基本符号所表示的数相加、相减、相乘的方案，所以第一次表示了简单的运算，这比划大痕、划小痕来记数进了一步。

罗马数字因为书写烦琐，局限性大，后来就慢慢被淘汰了。由于它庄重美观，所以有的大钟的表面仍用它来表示时数。此外，有的书稿在章、节等分类时，也用罗马数字作为某一级的序号，我们中学生需要学会用罗马数字表示自然数 1, 2, 3, …。

早期记数系统

古埃及象形数字 (公元前 3400 年左右)	 
巴比伦楔形数字 (公元前 2400 年左右)	 
中国甲骨文数字 (公元前 1600 年左右)	 
希腊阿提卡数字 (公元前 500 年左右)	 
中国筹算数码 (公元前 500 年左右)	
印度婆罗门数字 (公元前 300 年左右)	
玛雅数字 (公元 3 世纪)	 
玛雅象形数字 (主要用于记录时间)	

第三节 十进制数和六十进制数

我们现在用 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 这十个数字写出来的数中,每个数字根据它在这个数中所处的位置决定它的实际数值,例如 218 中的 8 表示 8 个“一”,1 表示 1 个“十”,2 表示 2 个“百”,这种记数方法叫做十进制记数法。“十”叫做十进制记数法的基数。在十进制记数法中,进位和退位的规则是“逢十进一,退一当十”。十进制记数法显然和人类有十个指头有关,恩格斯在《反杜林论》中说:“数和形的概念不是从其他任何地方,而是从现实世界中得来的。人们曾用来学习记数,从而用来作第一次算术的十个指头,可以是任何别的东西,但是总不是悟性的自由创造物。”初学算术的儿童,总是拿十个手指来帮助计算,大人有时也不免用手指表示数。人有 10 个手指,伸出不同个数的手指,可以形成 10 种不同的状态。正是这 10 个手指为使用十进制记数法奠定了基础。中国有句成语“屈指可数”,也说明了这一点。我们祖先很早就采用了十进数,他们先用伸出的不同个数的手指来表示自然数 1,2,3,...,再用划大痕、小痕或者用大石子、小石子来表示更多的自然数。以后又发展到使用原始的“算盘”,它是用一些筹码表示 1,另一些表示 10,还有一些表示 100 等。这些筹码分别在自右至左的档子上滑动,通过这些筹码的推上推下,人们可以做简单的加、减法。为什么会有这种惊人的相同呢?这同咱们人类的身体有密切的关系。咱们人类,皮肤



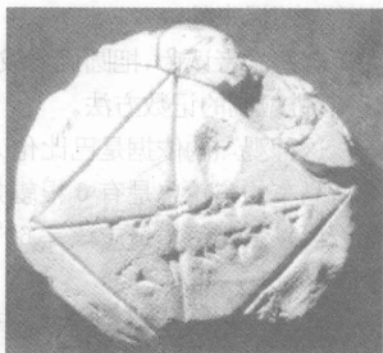
图为河南安阳出土的殷墟甲骨数字,使用了十进乘法累数制记数

有不同,语言有不同,但相同的都是两只手、两只脚。每只手、每只脚各有五个指头,两只手伸出来则有十个指头。想来最早我们人类记数的时候,最方便的就是拿自己的两只手来比划,伸出几个指头就是几,但最多只能伸出两只手十个指头,再多就没有指头了。怎么办呢?先把这十个指头的数记下来,重新再伸指头。这样一次又一次,自然而然就以“十”来进位了。可以想象,如果我们人类两只手不是十个指头,而是八个或者十二个,那就会是八进位或十二进位。如果我们人类是三只手、十五个指头,则很可能就是十五

进位。由于伸出一只手是五个指头,两只手是十个指头,所以“五”和“十”这两个数很被我们所重视。以年龄为例,逢五,特别是逢十,大多会隆重地庆祝的。人类社会的发展,促进了人们对数的认识,也促进了记数方法的不断完善。有趣的是,十进制数不仅促进了数学的发展,也丰富了祖国的语言文字,例如“十全十美”、“百折不挠”、“成千上万”、“千里迢迢”等,数学和文学结合得多么完美!

我们所用的十进制数和巴比伦人的记数方法有几点是共同的。其一,我们和他们一样都是用有限个符号或用 10 个数字来表示所有的整数。其二,我们和他们都以数字所在的不同位置来显示它的不同意义:向左移动一位,数的值要乘以一个常数因子(我们乘以 10,巴比伦人乘以 60)。其三,我们和他们一样把上面的原则扩展,即在个位数位以外仍然可行:向右移动一位,其值就要除以常数 10 或 60。同时起关键作用的数 10 和 60 分别称为两种记数方法十进制和六十进制的基数。

巴比伦人的 60 进位制,它是 2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60 的倍数,在很大程度上可以使计算简化。不过也有人认为,巴比伦人的 60 进位制有几何解释作为基础。在十分遥远的时代,巴比伦人就产生了数的写法。有人推测,居住在巴比伦本国领土上的人们采用数的写法,远在这个国家形成之前。他们所写的数类似于巴比伦的文字,在粘土的方格上压印出楔形。这种楔形文字要由楔形的三种情况构成:竖直尖头向下,水平尖头向左和向右。这时符号“▼”表示 1,符号“3”表示“10”。借助于这些符号可以进行加法,还可以表示多位数。例如,符号“W”表示“5”,符号“3W”表示数“23”等等。



图为贝希斯敦(BEHISTUN)石
岩上发现的用楔形文字记载的巴
比伦泥板

在 60 进位制中,这些符号足以表达和书写,尤其是能表达和书写任意的量。在这种情况下,考虑到数字符号的地位,而且把较大的部分放在左边,较小的部分放在右边,即用了后来建立书写十进制制记数法时遵守的同样的顺序。例如“34W”表示数“ $34 \times 60 + 25$ ”,即“2065”。但是,因为巴比伦人没有我们的十进位制分数那样区别分数部分的符号,所以上述的写法也同樣能读成 $34 + 25/60$,或者读成 $34/60 + 25/60$ 。因此为了准确地读出书写的数字,应该正确地表明,这个

数表示哪种单位。

在观察月亮阶段,巴比伦人就已经列出了月亮的变化表,这张表是用 60 进位制编写的,精确地表达了月亮的变化情况。变化表如下:

5;10;20;40;1.20;

1.20;1.36;1.52;2.8;2.24;2.40;2.56;

3.12;3.28;3.44。

应当这样来理解表里的有关表述:

$$1.20 = 60 + 20 = 80, \quad 2.8 = 60 \times 2 + 8 = 128,$$

$$3.12 = 60 \times 3 + 12 = 192$$

等等。这张表提供了预测的月相,月圆时等于 3.44,即 224 单位,而其余的数表明,从月圆到新月是在相反顺序中的月相的变化。

有一种看法,把一年分成 360 天,这给巴比伦人把圆周也分成 360 份提供了一个理由,他们命名这些部分是“步”,并认为在自己看得见的情况下,太阳围绕地球一昼夜旋转一步。把圆周分成 360 等份这个方法,一直保持到现在,并且我们把每一份叫做“1 度”,这个“度”是从拉丁语“步”译来的。

有些学者认为,把圆周分成 360 等份这个方法,促使巴比伦人建立起 60 进位制的记数方法。

这种观点的依据是巴比伦人喜欢将圆周 6 等分。例如,巴比伦的大型马车的车轮总是有 6 根辐条。如果注意到将圆周 6 等分的方法,那么可以看到每一份应该是 60° ,这一点好像是建立在 60 进位制的基础上的。

在数学记数法中,古埃及、印度、中国都是采用十进制,只有古巴比伦王国采用 60 进位制,关于其原因主要有以下几种观点:

一、有些数学家认为以 60 为基数比较方便。因为 60 这个数比较特殊,它是 2、3、4、5、6、10、12、15、20、30、60 的倍数,使用 60 作为基数,在很大程度上可以使计算过程简化。

二、与巴比伦人的历法有关,因为 $60 = 12 \times 5$ 。在 12×5 中,12 可能是一年包含的月份数,5 是一只手的手指头数。

三、从几何学方面讲,在古巴比伦,人们把一年分为 360 天,这样一来就很容易把一个圆周分为 360 份,也就是分为 360° 。根据现有资料来看,古巴比伦对圆周 6 等分是非常熟练的,6 等分的圆周每份为 60° ,这一点也是建立在 60 进位制的基础上的。