

林秩盛 编著

信号与线性系统

清华大学出版社

林秩盛 编著

信号与线性系统



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书系统全面地介绍了信号与线性非时变系统的基本概念、基本原理和基本分析方法。论述上数学处理与物理概念并重,尽量做到理论联系实际应用,力求概念准确、层次清晰、重点突出、深入浅出、简明易懂。在定理或性质证明、公式推导、例题解答方面力图简洁性、技巧性并具有自身特色。

全书共分 8 章。内容包括信号与系统概述,连续信号与系统的时域分析、频域分析、复频域分析,离散信号与系统的时域分析、频域分析、 z 域分析,传递函数与系统的结构和特性。每章都配备一定数量而难度适当的例题和习题,书末附有部分习题的参考答案。此外,附录 4 还对频谱分析仪作了简单介绍。

本书可作为高等学校信息、电气工程、电子、通信、自动化、计算机、生物医学工程及相近专业的本科教材,也可供相关专业的科技人员参考。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统/林秩盛编著. —北京: 清华大学出版社, 2008. 8

ISBN 978-7-302-17324-3

I. 信… II. 林… III. ①信号理论—高等学校—教材 ②线性系统—高等学校—教材
IV. TN911. 6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 049202 号

责任编辑: 陈国新 陈志辉

责任校对: 时翠兰

责任印制: 杨 艳

出版发行: 清华大学出版社 地址: 北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969,c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015,zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者: 山东新华印刷厂临沂厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 185×260 **印 张:** 28.75 **字 数:** 697 千字

版 次: 2008 年 8 月第 1 版 **印 次:** 2008 年 8 月第 1 次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 39.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话: (010)62770177 转 3103 产品编号: 020410-01



前言

“信号与系统”作为专业基础课程在国内高校问世以来，已走过近 30 年的历程。这个历程正是我国科技大变革的时期。经济建设的号角吹响祖国的大江南北，科技创新的激流里，千帆竞发，百舸争流。信息科学的发展突飞猛进，信息事业的面貌日新月异。随着信息科学与技术尤其是电子信息科技、通信技术、计算机网络的迅速发展和计算机的广泛应用，信号与系统的基本概念、基本原理和分析方法已被广泛引入到各个学科，信号与系统已经成为信息科学、电气工程、电子学与技术、通信工程、自动化、计算机及生物医学工程等有关专业中的一门重要而不可缺少的基础理论课程，已经成为信息科技领域的科技工作者和相关专业学生所必须具备的知识。“信号与系统”已被众多学校作为主干课程开设，很多学校还把它确定为考研课程。在近 30 年的历程中，“信号与系统”本身也在不断发展。在各方努力下，其体系已更加完善、其理论和方法更为成熟、其内容也更加充实，并且还在不断丰富和更新。

为适应当前高等教育事业和信息科学的发展，体现教材建设方面的百花齐放，作者在近年来讲授“信号与系统”的讲稿基础上编写本书，定名为《信号与线性系统》。本书可供高校上述专业的本科学生及相关专业的科技人员使用或参考。

尽管“信号与系统”所涉及的学科及知识面广泛，各相关学科及本学科领域的理论和实践发展迅速，但就大学本科课程而言，“信号与系统”的基本内容相对稳定，其范围大体确定。为尽量避免不同课程之间内容重叠，编写时既注意适当增加部分新内容，也注意到与数字信号处理、高频电路、电子技术、电路分析等课程的联系与区别。

全书共分 8 章。考虑到学科发展的历史原因，本书在内容安排上采用先连续后离散，连续与离散并重；在连续部分和离散部分中，则采用先时域后变换域的顺序介绍。同时考虑到连续信号与系统和离散信号与系统的有机联系，以及传递函数在系统分析中的重要性，全书采取如下结构：第 2~4 章为连续信号与系统部分，第 5~7 章为离散信号与系统部分，第 1 章和第 8 章将连续信号与系统和离散信号与系统作为一个整体进行讨论，并在第 8 章中专门讨论传递函数与系统的关系。这样既突出了连续信号与系统和离散信号与系统各自的特点，也强调了它们的共性以及传递函数在系统分析中的作用，并体现了学科知识的系统性和完整性。

为帮助读者巩固知识，更好地学好本书，书中各章都配备了一定数量而难度适当的例题和习题，书末附有部分习题答案，供读者使用参考。鉴于频谱分析仪与第 3 章关系的密切性及重要性，在附录中还特地增加了介绍频谱分析仪的内容。这也从一个侧面体现理论与实际的结合。

信号与系统是一门理论性很强的课程。为了体现理论对实践和应用的指导作用，本书

在论述上采用数学处理与物理概念并重，并尽量做到理论联系实际应用，尽量避免纯数学处理。力图概念准确、层次清晰、重点突出。在保证本科生所必须具备的知识深度和理论水平的前提下，力求深入浅出、阐述详尽、增强可读性。在定理或性质证明、公式推导、例题解答方面力图具有简捷性、技巧性和自身特色。

本书由林秩盛编写。在编写过程中，得到信息科技学院和电子与通信工程系有关领导以及清华大学出版社的支持和帮助，在此，谨对他们表示诚挚谢意！对参考文献中各位著、编、译者同样表示诚挚谢意！

限于作者水平，书中定有不妥或错误之处，欢迎读者批评指正。

作 者

2007 年 8 月

于中山大学信息科技学院

目 录

第 1 章 信号与系统概述	1
1.1 绪论	1
1.2 信号的分类	4
1. 连续时间信号与离散时间信号	4
2. 奇信号与偶信号	7
3. 周期信号与非周期信号	8
4. 实信号与复信号	9
5. 确定性信号与随机信号	11
6. 能量信号与功率信号	11
1.3 信号的基本运算	12
1. 信号之和	12
2. 信号之积	13
3. 信号的微分	14
4. 信号的积分	14
5. 信号的平移	14
6. 信号的反折	15
7. 时间压扩	15
1.4 系统的模型	17
1. 系统的数学模型	17
2. 系统的模拟框图	18
1.5 系统的分类与性质	21
1. 集中参数系统与分布参数系统	21
2. 连续时间系统与离散时间系统	21
3. 即时系统与动态系统	22
4. 可逆系统与不可逆系统	22
5. 线性与非线性系统	23
6. 时变与非时变系统	24
7. 因果与非因果系统	25
8. 稳定与非稳定系统	26

习题一	26
第 2 章 连续信号与系统的时域分析	32
2.1 奇异信号及其主要性质	32
1. 单位阶跃信号与冲激信号	32
2. 单位阶跃信号与冲激信号的广义定义	34
3. 冲激信号 $\delta(t)$ 的性质	36
4. 冲激偶信号	39
2.2 LTI 连续系统的响应	41
1. LTI 连续系统的微分方程描述	41
2. 0_- 与 0_+ 初始条件的转换	47
3. 零输入响应与零状态响应	47
2.3 冲激响应与阶跃响应	51
1. 冲激响应	51
2. 阶跃响应	53
3. 二阶系统的冲激响应和阶跃响应	54
2.4 卷积积分	56
1. 卷积积分	56
2. 卷积积分的图解	57
2.5 卷积积分的运算规则	59
1. 卷积的代数运算	59
2. 卷积的微分与积分	61
3. 信号与冲激信号的卷积	62
2.6 信号的相关	65
1. 信号的互相关	65
2. 信号的自相关	66
习题二	67
第 3 章 连续信号与系统的频域分析	71
3.1 周期信号的傅里叶级数表示	71
1. 周期信号的傅里叶展开	72
2. 对称信号的傅里叶级数	74
3. 傅里叶级数的复数形式	78
3.2 周期信号的频谱分析	79
1. 周期信号的频谱	80
2. 周期矩形脉冲信号的频谱	81
3. 若干典型周期信号的频谱	84
3.3 非周期信号的频谱	87
1. 非周期信号的傅里叶变换——频谱函数	87

2. 若干典型非周期信号的频谱	89
3. 奇异信号的频谱	93
3.4 傅里叶变换的性质	96
1. 线性特性	96
2. 奇偶性与虚实性	97
3. 时移特性	98
4. 频移特性	100
5. 时频压扩特性	102
6. 对称性	104
7. 时域微分特性	105
8. 时域积分特性	106
9. 频域微分特性	108
10. 频域积分特性	108
11. 卷积特性	109
3.5 周期信号的傅里叶变换	111
1. 正、余弦信号的傅里叶变换	111
2. 一般周期信号的傅里叶变换	111
3.6 帕斯瓦尔关系	114
1. 周期信号的功率	114
2. 能量密度和功率密度	115
3.7 吉布斯现象	118
1. 有限项傅里叶级数与最小均方误差	118
2. 吉布斯现象	119
3.8 LTI 系统的频域分析	120
1. LTI 系统的频响特性	121
2. 信号的无失真传输	124
3. 理想低通滤波器	126
4. 其他滤波器	128
5. 带相乘器的系统	131
3.9 抽样信号的频谱	139
1. 连续信号的抽样	140
2. 抽样定理	143
3.10 相关定理	146
习题三	147
第 4 章 连续信号与系统的复频域分析	155
4.1 连续时间信号的拉氏变换	155
1. 双边拉氏变换	155
2. 单边拉氏变换	156

3. 拉氏变换的收敛域	157
4.2 拉氏变换的性质	161
1. 线性特性	161
2. 时移特性	162
3. 时-复频压扩特性	163
4. 复频移特性	164
5. 时域微分特性	165
6. 时域积分特性	167
7. 卷积特性	169
8. 复频域微分特性	170
9. 复频域积分特性	170
10. 初值定理	171
11. 终值定理	172
4.3 拉氏逆变换	173
1. 逆变换表法	173
2. 部分分式展开法	174
3. 留数法	180
4.4 连续时间系统的复频域分析	182
1. 微分方程的拉氏变换	183
2. 系统的传递函数与频率特性	185
3. 系统的 s 域模拟框图	187
4. 电路的复频域模型与分析	189
5. 拉氏变换与傅里叶变换的关系	194
6. 传递函数 $H(s)$ 与频率特性 $H(j\omega)$ 的关系	196
4.5 连续时间滤波器的设计	197
1. 理想滤波器的逼近	197
2. 巴特沃斯滤波器和切比雪夫滤波器的设计	203
习题四	217
第 5 章 离散信号与系统的时域分析	224
5.1 离散时间系统的描述及响应	224
1. 系统的描述	224
2. 差分方程的时域求解法	226
5.2 两个基本离散信号及响应	232
1. 单位序列和单位阶跃序列	232
2. 单位序列响应和阶跃响应	233
5.3 卷积和	238
1. 卷积和	238
2. 卷积和的图示与对位相乘求和法	240

3. 卷积和的性质及其系统含义	242
4. 逆卷积与逆系统	247
习题五	248
第 6 章 离散信号与系统的频域分析	252
6.1 离散时间周期信号与离散时间傅里叶级数	252
1. 离散时间周期信号	252
2. 离散时间傅里叶级数	253
3. 离散时间傅里叶级数的收敛问题	255
4. 周期矩形脉冲序列的频谱	256
6.2 离散时间非周期信号的离散时间傅里叶变换	258
1. 从离散时间傅里叶级数到离散时间傅里叶变换	258
2. 若干常用序列的离散时间傅里叶变换	260
3. 离散时间傅里叶变换的性质	265
4. 周期序列的离散时间傅里叶变换	273
5. 离散时间傅里叶逆变换	276
6.3 LTI 离散系统的频率响应	278
1. LTI 离散系统的频率响应	278
2. 频率响应的性质	280
3. 差分方程的频域求解法	281
6.4 离散时间系统举例	283
1. LTI 离散系统的互联	283
2. FIR 系统和 IIR 系统	285
3. 数字滤波器	286
4. 逆系统	287
习题六	288
第 7 章 离散信号与系统的 z 域分析	293
7.1 Z 变换	293
1. Z 变换的定义	293
2. Z 变换的收敛域	295
3. 基本信号的 Z 变换	300
7.2 Z 变换的性质	302
1. 线性特性	302
2. 序列乘指数信号(z 域压扩)	303
3. 时移特性	304
4. 序列乘复指数信号	307
5. k 域反转特性	307
6. 卷积特性	308

7. z 域微分特性	309
8. z 域积分特性	311
9. k 域求和特性	312
10. 初值定理和终值定理	313
7.3 逆 Z 变换	316
1. 幂级数展开法	317
2. 部分分式展开法	318
3. 留数法	323
7.4 Z 变换与其他变换域的关系	325
1. 与拉氏变换的关系	325
2. 与 DTFT 的关系	326
7.5 离散时间 LTI 系统的 z 域分析	327
1. 差分方程的 Z 变换解	327
2. 传递函数	329
3. 系统的 z 域框图	330
4. LTI 离散系统的频率响应	332
5. 逆系统	336
7.6 IIR 数字滤波器的设计	338
1. 冲激响应不变法	339
2. 双线性变换法	343
7.7 FIR 数字滤波器的设计	346
1. 线性相位 FIR 滤波器的频率特性	346
2. FIR 滤波器的设计	349
习题七	354
第 8 章 传递函数、系统的结构与特性	361
8.1 系统的信流图描述	361
1. 基本术语与信流图的建立	361
2. 信流图的化简规则	362
3. 梅森公式	364
8.2 传递函数与系统结构	366
1. 系统的直接实现	366
2. 系统的级联实现	368
3. 系统的并联实现	369
8.3 系统的状态变量描述	373
1. 状态、状态变量与状态方程	373
2. 状态的转换	378
8.4 传递函数与系统特性	380
1. 零极点分布与时域特性	381

2. 零极点分布与频响特性	386
3. 零极点分布与波特图	393
4. 零极点分布与系统的因果性和稳定性	399
5. 零极点分布与全通系统	403
6. 零极点分布与最小相移系统	403
习题八	404
习题答案	410
附录 1 典型信号的卷积积分表	429
附录 2 典型周期信号的傅里叶级数与频谱特点表	430
附录 3 典型信号的傅里叶变换表	432
附录 4 频谱分析仪及其应用简介	435
附录 5 拉普拉斯变换表	442
附录 6 典型信号的卷积和表	443
附录 7 常用信号的离散时间傅里叶变换表	444
附录 8 常用信号的 Z 变换表	445
参考文献	446

第1章 信号与系统概述

1.1 绪论

人类已经进入信息时代,21世纪的社会是信息社会。当在天安门广场上散步,打开手机,就可以与远在广州的亲朋通话,倾听他们的亲切问候;在家里打开电视机,可以观看到许多动人的节目;医生通过B超,可以获得人体内脏器官的各种图像;通过互联网,人们可以从电脑上获得无数的文本消息与图像……

这,的确是一个充满色彩的信息社会和时代。在这样一个信息科学与技术、电子以及计算机科学与技术取得巨大成就的社会与时代,信息的获取、传输、分析、加工、处理与重现显得更加重要。其理论和方法,在科学研究、工程技术、经济贸易、生产管理以及文化艺术等领域都有着广泛的应用。可以说,上至天空、太空,下至地球、海洋;大到宇宙空间,小到基本粒子的研究;乃至一切社会活动及家庭生活都离不开信息科学与技术。

那么,什么叫信息? 所谓信息,可以简单理解为消息中所包含的有意义的内容。若从统计理论的角度去理解,信息指的是消息中所包含的不确定性。而通常把语言、音乐、文字、符号、数据、图像等都统称为消息。

消息是用某种物理方式表达出来的,例如通过语言、音乐、文字、符号、数据、图像等来表达。消息还常常需要通过一定形式的信号传递。例如广播电台的各种新闻通过电磁波以电磁信号的形式传送到四面八方;在光通信中,携带消息的信号以光的形式进行传输。IT产业的发展必然促进三网(电信网、计算机网和广播电视网)的“融合”,这就大大地扩展了信号传输的范围。个人通信的理想目标是实现5个W,即实现任何人(Whoever)在任何时间(Whenever)、任何地点(Wherever)、能够向任何其他人(Whomever)传送任何消息(Whatever),也就是实现通信信号在世界上的无缝覆盖。

由此可见,信号是消息的载体,消息是信号的内涵。

信号的产生、传输、处理、加工、存取与重现或者从信号中还原出消息都需要具有一定功能的物理部件和装置,这一系列部件和装置的有机结合就构成系统。从一般意义上说,系统是指由相互依赖、相互作用的若干事物组成的,能完成特定功能或任务的整体。系统广泛地存在于自然界、人类社会以及工程技术等各个领域。例如,人的大脑、躯干、四肢、内脏等相互依赖、相互作用而组成人体系统。发电机与输变电设备、配电设备、用电设备等组成电力系统。

图1.1是数字电视广播系统的组成方框图。它主要由信源编码、多路复用、信道编码、调制、信道及接收机等部分组成。其中,信源编码的任务是对视频、音频和数据进行压缩编码,是为了提高数字通信的传输效率而采取的措施。通过信源编码尽可能地去除信号中的冗余消息,达到降低传输速率、缩小传输带宽的目的。辅助数据可以是独立的数据业务,也可以是与音频、视频有关的数据,比如字幕等。

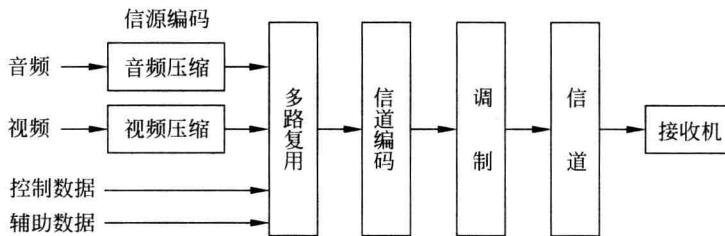


图 1.1 数字电视广播系统方框图

多路复用是将音频、视频及数据等各种媒体流按照一定的方法复用成一个节目的数据流，再将多个节目的数据流复用成单一的数据流的过程。信道编码是指纠错编码，是为了降低数字信息在传输过程中由于各种噪声和干扰而造成的误码率，提高系统的可靠性而采取的措施。调制则是把基带数字信号加载于高频载波信号，以适合于信道的传输。

信道可以是有线电视信道、卫星广播信道和地面广播信道。有线电视信道主要解决城镇等人口密集地区的“信息到户”问题；卫星广播信道具有大面积覆盖的特点；地面无线广播则由于其独有的简单接收和移动接收能力，能够满足现代信息化社会“信息到人”的基本需求。

接收机主要完成高频放大、调谐、解调、信道解码、解复用、音/视频解压缩、显示格式转换等，其功能是从高频已调信号中还原出图像、伴音、数据等信息。

卫星通信系统的组成方框如图 1.2 所示。它由通信卫星、地球站、跟踪遥测与指令系统以及监控管理系统等四大部分组成。对通信线路而言，一般由发端地球站、上下行传输路径、通信卫星转发器和收端地球站组成。

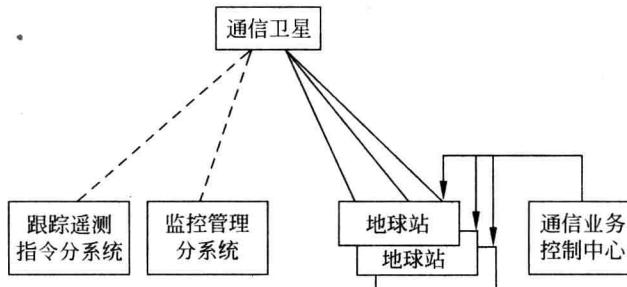


图 1.2 卫星通信系统的组成

通信卫星实际上是一个中继站，主要由天线系统、双工器和收、发信机组成。其基本任务是为各个地球站转发无线电波，以实现地球站之间的多址通信。地球站是指设在地球表面（包括地面、海洋或大气层）的通信站。典型的标准地球站，一般包括天馈系统、收发信机、天线跟踪设备和终端设备。通过地球站，所有的用户终端都将接入卫星通信系统。

为了保证通信的正常进行，除应有通信卫星和地球站以外，还需要对卫星进行跟踪测量以及对卫星在轨道上的位置和姿态进行监测和控制，这一功能就由跟踪遥测与指令系统来完成。此外，为了对卫星的通信性能及参数进行通信业务开通前和开通后的监测和管理，还需要监控管理系统。

卫星通信是国际上四大通信(移动通信、光纤通信、卫星通信和计算机通信)之一。它具有如下一系列显著的优点:通信距离远,且费用与通信距离无关;覆盖面积大,可进行多址通信;通信频带宽、传输容量大;机动灵活;线路稳定可靠,传输质量高。目前已成为一种强有力的现代通信手段。

图 1.3 所示是自动控制系统的 basic 结构。它包括参考输入、比较器、控制器、执行器以及测量与反馈环节 5 部分。参考输入也称设定输入或给定输入,它是设计者对特定的自动控制系统输出的要求。它以设定的已知信号来表示,并从系统的输入端输入。比较器将输入的参考信号与反馈信号相比较,从而产生差值信号或误差信号,即 $e(t) = r(t) - y(t)$ 。

控制器是自动控制系统的核芯,其作用是接收误差信号 $e(t)$,并根据误差信号 $e(t)$ 产生相应的控制信号 $u(t)$,去控制执行器的工作。在控制信号的作用下,执行器的输出 $y(t)$ 不断朝着降低误差信号 $e(t)$ 的方向变化。在理想情况下,误差信号 $e(t)$ 趋于零,系统的输出信号 $y(t)$ 等于参考信号 $r(t)$ 。系统处于正常运作状态。

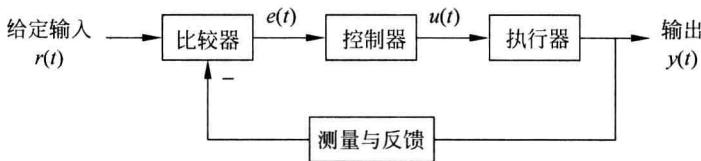


图 1.3 控制系统的结构框图

执行器指的是被控制的设备或部件,它在控制器输出的控制信号控制下工作。

测量与反馈环节检测出执行器的输出信号,即系统的输出信号,并回送到系统的输入端,作为比较器的一个输入信号。检测电路一般由传感器和相关信号处理电路组成,它对执行器的输出信号 $y(t)$ 进行检测采样,并处理成和比较器相协调的形式。反馈电路则把检测信号回送到比较器中去。

图 1.3 所示的结构是典型的自动控制系统结构。在这种结构中,由于反馈环节的存在,从而把系统的输入和输出联系了起来,使系统成为一个闭合系统。因此也常称为闭环控制系统。典型的闭环控制系统结构有交流电机变频调速系统、加热炉温度控制系统等。

系统可以是物理系统,也可以是非物理系统,机械系统、化工系统、电信系统等是物理系统,生产管理系统、文化教育系统、公检法系统等属于非物理系统;可以是人工系统,也可以是自然系统,交通运输系统、水利系统、计算机系统等属于人工系统,物质的微观系统、宇宙间的行星系统则属于自然系统;可以是有生命的,也可以是无生命的系统。但不论什么系统,都是由相互联系的若干部分所构成的具有特定功能的整体。

前述,信号的产生、传输、加工处理等都离不开系统,所以信号必定与系统有关。系统分析也离不开信号分析,所以信号与系统关系密切,它们的理论相互渗透、互相联系。

信号理论和系统理论所涉及的范围相当广泛,内容十分丰富。信号理论包括信号分析、信号处理和信号综合。信号分析主要研究信号的描述、信号的特性、信号变化时所引起的特性的相应变化以及信号的检测等。信号处理主要研究对信号的加工和变换,其基本目的是压缩信号中的多余内容,消除噪声、干扰和其他杂波的影响,或者将信号转换成易于识别和分析的形式。而信号综合则是研究如何根据所需的要求进行信号的设计。一般地说,信号分析是信号处理与信号综合的基础。

系统理论包括系统分析和系统综合。所谓系统分析,就是对已知系统的各种特性进行分析,也可以说是在给定系统的条件下,研究系统对于输入激励信号所产生的输出响应;系统综合则是根据要求去设计并构成一个满足性能要求的系统。系统综合是系统分析的逆问题,其解答可能不唯一。一般来说,系统分析是系统综合的基础。

本书主要讨论信号分析与系统分析,着重研究电信号在电系统中的传输与处理的基本特性、基本理论、分析方法以及它们的某些应用。

1.2 信号的分类

宇宙间存在着各种各样的信号,如光信号、声信号、电信号、磁信号、生物信号、医学信号、天文信号、地理信号、……但不管哪种信号,都是消息的表现形式,都是变化的量。因此,信号都可以用函数式、曲线或图像来表示。从数学的角度来说,一个信号可以看成是一个或多个独立变量的函数。如果仅是一个独立变量的函数,则称该信号为一维信号;如果是多个独立变量的函数,则称该信号为多维信号。本书仅讨论一维信号。对于一维电信号,其基本形式是随时间 t 而变化的电流和电压。从一般情况来讲,一个一维信号常常可以表示为时间 t 的函数或序列,也可以是变换域中变量的函数。

根据信号的特点,可将信号划分为以下几类。

1. 连续时间信号与离散时间信号

如果一个信号在任意一个时刻 t ($-\infty < t < \infty$) 都有定义,则称该信号为连续时间信号,简称为连续信号。一个正弦波发生器所产生的信号是连续信号;声波经过麦克风转换为电压或电流的变化,该电压或电流也是连续信号。

连续时间信号(简称连续信号)通常用函数 $f(t)$ 表示。对 $f(t)$ 而言,其自变量 t 在定义域内是连续变化的,但信号的取值在其值域内可以连续,也可以不连续。以下是连续时间信号的例子。

正弦信号 图 1.4 所示的正弦信号可表示为

$$f(t) = A \sin(\pi t), \quad -\infty < t < \infty \quad (1.1)$$

其中, A 为信号的幅度,是一个常数。其自变量 t 在定义域 $(-\infty, \infty)$ 上连续可变,信号在值域 $[-A, A]$ 内连续取值。

双边指数信号 式 1.2 是一种双边指数信号的函数式。

$$f(t) = \begin{cases} -A e^{\alpha t}, & t < 0 \\ A e^{-\alpha t}, & t > 0 \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (1.2)$$

其中, A 为常数。其自变量 t 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内连续变化,函数在 0 到 A 之间连续取值,但 $t=0$ 处存在间断点。信号的波形如图 1.5 所示。

从物理的角度考虑,一般不必定义信号在间断点处的函数值,这并不影响分析的结果。但从数学上的完整性考虑,可以规定,如果信号在 t_0 处存在间断点,则信号在该间断点处的函数值等于其左极限 $f(t_{0-})$ 与右极限 $f(t_{0+})$ 的平均值,即

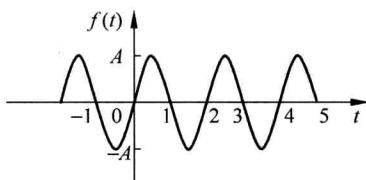
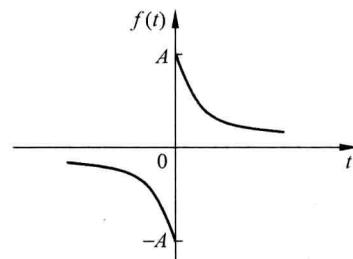
图 1.4 信号 $f(t) = A \sin(\pi t)$ 的波形

图 1.5 双边指数信号的波形

$$f(t_0) = \frac{1}{2} [f(t_{0+}) + f(t_{0-})] \quad (1.3)$$

式中,按定义, $f(t_{0-}) = \lim_{\delta \rightarrow 0^-} f(t_0 - \delta)$, $f(t_{0+}) = \lim_{\delta \rightarrow 0^+} f(t_0 + \delta)$ 。

单位阶跃信号 根据上述的规定,图 1.6 所示的单位阶跃信号可定义为

$$\epsilon(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{2}, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

钟形脉冲信号 钟形信号也称为高斯脉冲信号,或概率函数。它是一种对称脉冲信号,以函数式

$$f(t) = A e^{-(\frac{t}{\tau})^2} \quad (1.5)$$

描述。其波形如图 1.7 所示。若以 $t = \tau/2$ 代入上式,则得

$$f\left(\frac{\tau}{2}\right) = A e^{-(\frac{\tau/2}{\tau})^2} = A e^{-\frac{1}{4}} \approx 0.78A$$

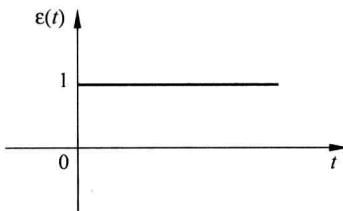


图 1.6 单位阶跃信号

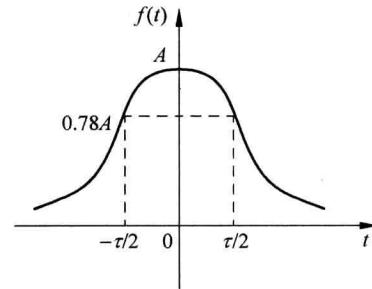


图 1.7 钟形脉冲信号

所以,参数 τ 表示脉冲信号从最大值 A 下降到 $0.78A$ 时,所对应的时间宽度。可见,钟形脉冲信号的定义域是连续的,信号的值域也是连续的。

钟形脉冲信号在信息与通信论中是一种重要的信号,本书中也将给予讨论。

如果信号仅在一些离散的时刻有定义,则称该信号为离散时间信号,简称为离散信号。注意,这里所说的离散是指信号的定义域是离散的,即信号的自变量只取离散值,但信号的值域可以是连续的,也可以是不连续的。时间间隔均匀的离散时间信号也称为离散时间序列。假设时间间隔为 T ,则离散时间序列可用函数 $f(kT)$ 表示,其中 k 为整数。但为方便起见,常常把它记为 $f[k]$,即