创新教学理念　体现课标思想　励志照亮人生　成才创造未来

2008–2009同步精品

励志成才

新课标创新学习策略

数学

赠送阶段测评卷

人教A版·必修一

策划：启东中学校长　王生

光明日报出版社

励志成才

2008—2009同步精品

数学

必修①

丛书主编：杨建通
丛书策划：江苏启东中学

光明日报出版社

2008–2009同步精品

图书在版编目（CIP）数据

励志成才.高一数学/杨建通主编.—北京：光明日报出版社，2008.5
ISBN 978-7-80206-535-2
Ⅰ.励… Ⅱ.杨… Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料
Ⅳ.G634
中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第055190号

本册主编：张 智 韩永志 汪桂芬 周春霞
副 主 编：纪亚平 马 莉

励志成才·数学
著　　者：杨建通
责任编辑：曹杨
封面设计：励志工作室　　版式设计：励志工作室
责任校对：徐为正　　责任印制：胡骑
出版发行：光明日报出版社
地　　址：北京市崇文区珠市口东大街5号，100062
电　　话：010-67078234（咨询），67078235（邮购）
传　　真：010-67078227，67078233，67078255
网　　址：http://book.gmw.cn
E-mail：hengzhonglizhi@sohu.com
法律顾问：北京昆仑律师事务所曹雷律师
印　　刷：河北海涛印刷厂
本书如有破损、缺页、装订错误，请与本社发行部联系调换
开　　本：880×1230 1/16　　印　　张：160
字　　数：160万字
版　　次：2008年6月第1版　　印　　次：2008年6月第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-80206-535-2
全套定价：360.00元

LIZHICHENGCAI

目录

必修1·人教A版

集合与函数概念

基本初等函数

CONTENTS

函数的应用

励志成才调研试卷

励志·成才·成功

在辽阔的非洲大草原上，黎明的曙光刚刚划破夜空，
一只羚羊从梦中猛然惊醒：
“赶快跑！”它想到，“如果慢了，就可能被狮子吃掉！”
于是它腾空跃起，向着太阳飞奔而去.
就在羚羊醒来的同时，一只狮子也醒了.
“赶快追！”它想到，“如果慢了，就可能会被饿死！”
于是它奋起狂追，向着羚羊飞驰而去.
一个是自然界的兽中之王，
一个是大草原的食草羚羊，
等级差异，实力悬殊，
但面临着的是同一个问题：
为了生存而奋斗！
人与人之间的竞争，不仅仅是实力的竞争，
更是行动速度、效率的竞争！

1.1 集　合

1.1.1　集合的含义与表示

基础自主学习

温故知新

1. 角平分线上的点可以看作是______________的点的集合.

2. 圆可以看作是______________.

3. 圆内可以看作是______________.

自主学习

知识点一、元素与集合的相关概念

1. 把________统称为元素，通常用______________表示.

2. 把__________叫做集合（简称为___），通常用________表示.

3. 集合相等：只要构成集合的元素是______，就说这两个集合相等.

探究讨论

1. 构成集合的元素必须满足什么条件？

讨论：

★☆针对练习

1. 下列元素的全体是否组成集合：

①大于 3 小于 11 的偶数；

②我国的小河流.

尝试解答：

知识点二、元素和集合的关系及常用数集

1. 如果 a 是集合 A 的元素，就说________，记作______.

2. 如果 a 不是集合 A 的元素，就说__________，记作______.

3. 常用数集及表示符号

名称	自然数集（非负整数集）	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号	___	______	___	___	___

★☆针对练习

2.用"∈"或"∉"符号填空：

(1)$3\frac{2}{7}$____Q；　(2)3^2____N；

(3)π____Q；　(4)$\sqrt{2}$____R；

(5)$\sqrt{9}$____Z；　(6)$(\sqrt{5})^2$____N.

尝试解答：

知识点三、集合的表示方法

1.**列举法**：把集合中的全部元素________出来，写在____内表示集合的方法.

2.**描述法**：把集合中的元素的________描述出来写在____内表示集合的方法.

探究讨论

2. 列举法、描述法各主要适用于什么样的集合？

讨论：

★☆针对练习

3.试用适当方法表示下列集合：

(1)由方程 $x^2-9=0$ 的所有实数根组成的集合；

(2)不等式 $4x-5<3$ 的解集；

尝试解答：

要点归纳剖析

要点一、集合中元素的性质

1.**确定性**：设 A 是一个给定的集合，x 是某一具体对象.则 x 或者是 A 的元素，或者不是 A 的元素，两种情况必有一种且只有一种情况成立.如：大于 3 小于 11 的偶数分别为 4，6，8，10，它们是确定的，可构成集合，而"我国的小河流"，由于"小"这个标准不确定，所以构不成集合.

2.**互异性**："集合中的元素必须是互异的"，就是说，"对于一个给定的集合，它的任何两个元素都是不同的".如方程 $(x-1)^2=0$ 的解构成的集合为$\{1\}$，而不能记为$\{1,1\}$.

3.**无序性**：集合与其中元素的排列顺序无关，如集合$\{a,b,c\}$与$\{b,a,c\}$是同一集合.

特别提醒

◀集合中元素的互异性在解题中经常用到.如已知两个集合的关系，求集合中字母的取值时，求出后一定要检验，以满足集合中元素的互异性.▶

要点二、两种表示方法的理解及应用

常见的集合的表示方法有列举法和描述法.

1.**列举法可表示有限集，也可表示无限集**，若元素的个数比较少，用列举法表示比较简单；若集合中元素的个数较多或无限多，但呈现出一定的规律性，在不致发生误解的情况下，也可列出几个元素作为代表，其他的元素用省略号表示.例如：不大于 200 的正偶数构成的集合可表示为$\{2,4,6,8,\cdots,200\}$；自然数构成的集合可表示为$\{0,1,2,3,\cdots,n,\cdots\}$.

2.**描述法是用集合所含元素的共同特征表示集合的方法.**

集合 A 可用它的特征性质 $P(x)$ 描述为$\{x\in I\mid P(x)\}$，它表示集合 A 是由集合 I 中具有性质 $P(x)$ 的所有元素构成的.其中 x 为该集合中元素的代号，它表明了该集合中的元素是"谁"，是"什么"；I 是特定条件，$P(x)$ 为该集合中元素特有的公共属性、特征.

要点三、对集合相等的理解

当已知两个集合相等时，这两个集合的元素是完全相同的：①个数相等；②对于其中一个集合的任一个元素，在另一个集合中也都可以找到这个元素.例如，集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,3,2\}$，则 A 与 B 相等；集合 $A=\{x\mid 2x-1\geqslant 0\}$，$B=\{x\mid x\geqslant \frac{1}{2}\}$，则 A 与 B 相等.

特别提醒

◀两个集合是否相等，不能从集合的形式上看，而应该判断出这两个集合的所有元素，再根据集合相等的定义进行判断.▶

典例分类精析

题型一 集合的判定

【典例 1】下列各组对象能否构成集合？

①环境优美的山峰；②不超过 10 的非负整数；③倒数接近 0 的数；④在直角坐标系中，第三象限内的点.

【精析】所选对象能否构成一个集合，必须具备两个条件：确定性和互异性.①中优美的含义是模糊的，③中接近 0 的数并不确定，可以说 10 比 100 接近 0，而 1 比 10 更接近 0，显然接近 0 的界限不明确，所以①③不能构成集合；②中的元素可以列举出来：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，10 共有 11 个数；④中的元素有无穷多个，凡是横坐标、纵坐标都是负数的点都在第三象限内，所以②④能构成集合.

【规律技巧】

判定能否构成集合，就是考察元素的确定性.成为集合的元素必须是确定的，不能没有衡量标准.

◇◇变式训练

1.下列各组对象能否构成集合？

(1)所有好人；(2)小于 2 003 的数；(3)和 2 003 非常接近的数.

尝试解答：

题型二 集合相等

【典例 2】设集合 $A=\{1,a,b\}$，$B=\{a,a^2,ab\}$，且 A 与 B 相等，求实数 a,b.

【精析】因为 A 与 B 相等

$\therefore a^2=1$ 或 $ab=1$，且 $a\neq1$.

①若 $a^2=1$，则 $ab=b$.

由 $\begin{cases}a^2=1\\ab=b\\a\neq1\end{cases}$，得 $\begin{cases}a=-1\\b=0\end{cases}$

②若 $ab=1$，则 $a^2=b$.

由 $\begin{cases}ab=1\\a^2=b\\a\neq1\end{cases}$ 得方程组无解，综上 $a=-1,b=0$.

【规律技巧】

1. 两集合相等时，集合中的元素必须完全相同；

2. 分类讨论标准要明确，并要做到不重不漏.

◇◇变式训练

2. 已知集合 A、B，且 A 与 B 相等，求 a 的值.

(1)$A=\{1,2,4\}$，$B=\{1,a,a^2\}$；

(2)$A=\{x|x+3<0\}$，$B=\{x|3x+2a>4x-2\}$.

尝试解答：

题型三 集合的表示

【典例 3】可以表示方程组 $\begin{cases}x+y=3,\\x-y=-1\end{cases}$ 的解集的是________.

(1)$\{x=1,y=2\}$；(2)$\{1,2\}$；(3)$\{(1,2)\}$；

(4)$\{(x,y)|x=1,或\ y=2\}$；

(5)$\{(x,y)|x=1,且\ y=2\}$；

(6)$\{(x,y)|\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}\}$；

(7)$\{(x,y)|(x-1)^2+(y-2)^2=0\}$.

【精析】方程组的解 $\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}$ 是一组数对 $(1,2)$，所以解集可用列举法表示为 $\{(1,2)\}$，也可用描述法表示为 $\{(x,y)|\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}\}$，又(5)、(6)、(7)和(3)等价.

答案：(3)、(5)、(6)、(7)

误区警示

答案④中，$x=1$ 和 $y=2$ 之间用“或”连接，而该选项错误理解为 $x=1$ 与 $y=2$ 同时成立，该集合表示直线 $x=1$ 与直线 $y=2$ 上的所有点的集合.

【规律技巧】

表示一个集合时，要先看是用什么方法表示的集合，其次要看清集合中的元素是什么.

◇◇变式训练

3. 下列三个集合

①$\{x|y=x^2-1\}$；

②$\{y|y=x^2-1\}$；

③$\{(x,y)|y=x^2-1\}$.

(1)它们是不是相等的集合？

(2)它们各自的含义是什么？

尝试解答：

【典例 4】选择适当的方法表示下列集合.

(1)Welecome 中的所有字母组成的集合.

(2)从 1,2,3 这三个数字中抽出一部分或全部数字(没有重复)所组成的自然数的集合.

(3)所有正偶数组成的集合.

(4)二元二次方程组 $\begin{cases}y=x\\y=x^2\end{cases}$ 的解集.

(5)所有正三角形组成的集合.

【精析】(1)列举法：$\{W,e,l,c,o,m\}$.

(2)列举法：$\{1,2,3,12,13,21,23,31,32,123,132,213,231,312,321\}$.

(3)描述法：$\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{N}^*\}$.

(4)列举法：$\{(0,0),(1,1)\}$.

(5)描述法：$\{x|x$ 是正三角形$\}$.

误区警示

用列举法时易漏掉一些元素.

【规律技巧】

解答此类题的基本原则是：对于元素较少的有限集常用列举法表示，对于无限集常采用描述法表示.

◇◇变式训练

4. 已知集合 $A=\{x|x$ 是小于 6 的正整数$\}$，$B=\{x|x$ 是小于 10 的素数$\}$，$C=\{x|x$ 是 24 和 36 的公约数$\}$，用列举法表示下列集合：

(1)$M=\{x|x\in A$ 且 $x\in C\}$；(2)$N=\{x|x\in B$ 且 $x\notin C\}$.

尝试解答：

◇知能层级训练◇

双基训练

1. 下列对象不能构成集合的是　(　　)

①方程 $x^2-9=0$ 的实数根；②我国近代著名的数学家；③联合国常任理事国；④空气中密度大的气体

A. ①②　B. ①④　C. ①②④　D. ②④

2. 给出下面几个关系式：$\sqrt{2}\in\mathbf{R}$，$0.3\in\mathbf{Q}$，$0\in\mathbf{N}$，$0\in\{0\}$，$0\in\mathbf{N}^*$，$\frac{1}{2}\in\mathbf{N}^*$，$-\pi\notin\mathbf{Z}$，$-5\notin\mathbf{Z}$. 其中正确的关系式的个数是　(　　)

A. 4　B. 5　C. 6　D. 7

3. 集合 $P=\{1,m,m^2-3m-1\}$，若 $3\in P$ 且 $-1\notin P$，则实数 m 的值为　(　　)

A. 4　B. 3　C. 4 或 3　D. -1 或 4

4. 已知 $P=\{x|2<x<a,x\in\mathbf{N}\}$，已知集合 P 中恰有 3 个元素，则整数 $a=$________.

5. (2008·嘉兴高一期末)已知集合 $A=\{x|x\leqslant\sqrt{13}\}$，$a=3$，则 a 与 A 的关系是________.

能力提升

一、选择题

1. 下列各组对象不能构成集合的是 ( )

A. 某校大于 50 岁的教师

B. 某校 30 岁的教师

C. 某校年轻教师

D. 某校的女教师

2. 集合 $A=\{1,3,5,7\cdots\}$用描述法可表示为 ( )

A. $\{x|x=n,n\in\mathbf{N}_+\}$

B. $\{x|x=2n-1,n\in\mathbf{N}_+\}$

C. $\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{N}_+\}$

D. $\{x|x=n+2,n\in\mathbf{N}\}$

3. 下列集合中，表示相等集合的是 ( )

A. $M=\{(3,2)\},N=\{(2,3)\}$

B. $M=\{1,2\},N=\{(1,2)\}$

C. $M=\{(x,y)|x+y=1\},N=\{y|x+y=1\}$

D. $M=\{3,2\},N=\{2,3\}$

4. 由实数$-x,|x|,x$组成的集合中最多含有 ( )

A. 0 个元素　　B. 3 个元素

C. 2 个元素　　D. 1 个元素

5. 定义集合运算：$A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$，设集合 $A=\{0,1\},B=\{2,3\}$，则集合$A\odot B$的所有元素之和为 ( )

A. 0　　B. 6　　C. 12　　D. 18

二、填空题

6. 已知集合 $A=\{2a,a^2-a\}$，则 a 的取值范围是________.

7. 对于集合 $A=\{2,4,6\}$，若 $a\in A$，且 $6-a\in A$，那么 a 的值是________.

8. 已知集合 $A=\{0,1,-1,2,-2,3\}$，$B=\{y|y=x^2-1,x\in A\}$，则 $B=$________.

三、解答题

9. 已知集合 $A=\{(x,y)|y=2x+1\}$，$B=\{(x,y)|y=x+3\}$，$a\in A,a\in B$，求 a.

10. 已知集合 $A=\{x|ax^2+2x+1=0,a\in\mathbf{R}\}$.

(1)若 $1\in A$，求 a 的值；

(2)若集合 A 中只有一个元素，求实数 a 组成的集合；

(3)若集合 A 中含有两个元素，求实数 a 组成的集合.

尖子生题库

精选名题

1. 坐标轴上的点的集合可表示为 ( )

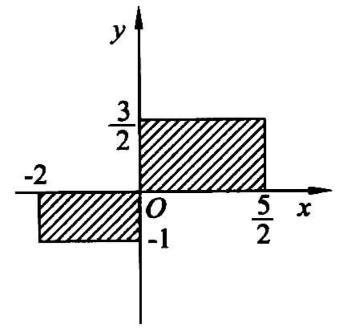
A. $\{(x,y)|x=0,y\neq0$ 或 $x\neq0,y=0\}$

B. $\{(x,y)|x^2+y^2=0\}$

C. $\{(x,y)|xy=0\}$

D. $\{(x,y)|x^2+y^2\neq0\}$

2. 用适当的方法表示图中阴影部分的点(含边界上的点)组成的集合 $M=$________.



3. 已知集合 $A=\{x|x=m+n\sqrt{2},m、n\in\mathbf{Z}\}$，判断下列元素 x 与集合 A 的关系：

(1)$x=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$；

(2)$x=x_1+x_2$(其中 $x_1\in A,x_2\in A$).

探究创新

某集合 $S=\{2,3,7,8\}$具备以下两个特点：①它的元素都是正整数；②若 $x\in S$，则 $10-x\in S$. 我们把这样的集合称作 10 的兑换集合，根据以上内容解答下列问题：

(1)除了上述集合外，写出两个 10 的兑换集合.

(2)10 的兑换集合中存在元素个数为 5 的集合吗？存在元素个数为 6 的集合吗？试举例说明.

(3)从上述过程中，我们能发现怎样的结论？试用该结论描述 8 的兑换集合的性质.

课时方法小结

一、元素的性质

掌握集合的特性是解有关集合问题的重要一环，其中，元素的互异性易疏忽，应在解题中注意检验. 如典例 2.

二、集合的表示

集合的符号是一种语言，首先要搞清集合的含义，特别是用描述法表示集合时，要搞清集合的元素是什么，进一步搞清这些元素具备什么性质. 这是解决集合问题的先决条件. 如典例 3，典例 4.

1.1.2　集合间的基本关系

基础自主学习

温故知新

1. 实数集由有理数集和________构成，有理数集又由______________构成，整数又可以分为______、零和______.

2. **元素和集合的关系**

集合中元素与集合的关系为____和______，分别用__和__表示.

3. **集合相等**

只要构成两个集合的元素是______，我们就称这两个集合是相等的.

自主学习

知识点一、子集的概念

1. **子集**

一般地，对于两个集合 A、B，如果集合 A 中的________元素____集合 B 中的元素，我们就说这两个集合有____关系，称集合 A 为集合 B 的子集，记作______（或______），读作__________（或________）.

探究讨论

1. 包含关系 $\{a\}\subseteq A$ 与属于关系 $a\in A$ 有什么区别？

讨论：

2. **真子集**

如果集合______，但存在元素______，且______，我们称集合 A 是集合 B 的真子集，记作______（或______）.

3. **空集**

____________的集合叫做空集，记作__，并规定：空集是________的子集.

探究讨论

2. 能否说 $\varnothing$ 是任何集合的真子集？

讨论：

★☆针对练习

1. 集合 $A=\{2,4,8,16\}$，$B=\{2,4\}$. 则 B____A，2____A，2____B，8____A，8____B.

尝试解答：

知识点二、集合相等

如果集合 A 是集 B 的____________，且集合 B 是集合 A 的__________，则集合 A 与集合 B 相等，记作______.

★☆针对练习

2. $A=\{1,3,5,\cdots\cdots\}$

$B=\{x\mid x=2k-1,k\in\mathbf{N}^*\}$，则 A 与 B 的关系是____________.

尝试解答：

知识点三、两个重要结论

(1)任何一个集合都是它自身的____，即______.

(2)对于集合 A,B,C，如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么______.

探究讨论

3. 若 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，A 与 C 有什么关系？

讨论：

★☆针对练习

3. 写出集合 $\{a,b\}$ 的所有子集.

尝试解答：

要点归纳剖析

要点一、子集

1. **子集的概念**

(1)子集的概念是本课时重点，学习子集概念时要注意概念中“任意一个元素”而不是某些元素.

(2)元素与集合之间是“属于”和“不属于”的关系，而集合与集合之间是“包含”和“不包含”的关系，若集合 A 是集合 B 的子集，就说 A 包含于 B，此时集合 A 的元素都是集合 B 的元素，而集合 B 可能还含有不属于 A 的元素. 如果集合 A 中存在着不是集合 B 的元素，那么就说集合 A 不包含于 B，或 B 不包含 A，这里有两方面的意义，其一，A、B 互不包含；其二，A 可能包含 B. 例如：$A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{b,c\}$. 根据定义，可以推出任意一个集合 A 都是它本身的子集，即 $A\subseteq A$.

◀A 是 B 的子集，不能理解为 A 是 B 中的“部分元素”所组成的集合.▶

2. **真子集**

真子集是以子集为前提，如果 A 不是 B 的子集，则 A 一定不是 B 的真子集；如果 A 是 B 的子集，则只要找到 B 中的一个元素不属于 A，就有 A 是 B 的真子集.

3. **空集**

(1)空集是任何非空集合的真子集，即若 $A\neq\varnothing$，则 $\varnothing\subsetneqq A$.

(2)注意区别下列符号：$\varnothing$：空集；$\{0\}$：有一个元素 0 的集合；0 是一个数，可以为一个集合的元素，如 $0\in\{0\}$.

◀空集是一个特殊且重要的集合，它不含任何元素. 在解题中易被遗漏或忽视，特别是在子集的题目中要注意想到 $\varnothing$ 的情形.▶

要点二、集合相等

1. 要判断集合 A 和集合 B 是否相等，对于元素较少的有限集，可用列举法将元素列举出来，说明两集合中的元素是否完全相同；若是无限集，应从“互为子集”两方面入手进行判断，用符号表示为“$A\subseteq B$，$B\subseteq A\Leftrightarrow A=B$”.

2. 两集合相等的意义是两集合中的元素都相同，在求集合中元素字母的值时，可能产生与互异性相矛盾的增解，这需要解题后进行检验，去伪存真. 同时还要注意分类讨论思想的应用，做到不重不漏.

典例分类精析

表示集合间关系的符号的正确运用

【典例 1】判断下列关系是否正确.

(1)$\{1,2\}\subsetneqq\{1,2,3\}$；(2)$\{1,2,3\}\subseteq\{1,2,4\}$；

(3)$\{a\}\subseteq\{a\}$；(4)$\varnothing=\{0\}$；(5)$\varnothing\subsetneqq\{0\}$；(6)$\varnothing\subseteq\varnothing$.

【精析】(1)集合$\{1,2\}$中的元素 1，2 都是集合$\{1,2,3\}$的元素，而集合$\{1,2,3\}$中的元素 3 不是集合$\{1,2\}$的元素，故$\{1,2\}\subsetneqq\{1,2,3\}$正确；

(2)$\because 3\notin\{1,2,4\}$，$\therefore\{1,2,3\}\subseteq\{1,2,4\}$错误；

(3)任何一个集合是它本身的子集，因此$\{a\}\subseteq\{a\}$正确；

(4)$\varnothing$中没有任何元素，而$\{0\}$中有一个元素，两者不相等，故$\varnothing=\{0\}$错误；

(5)空集是任何非空集合的真子集，因此$\varnothing\subsetneqq\{0\}$正确；

(6)空集是任何集合的子集，因此$\varnothing\subseteq\varnothing$正确.

【规律技巧】

要注意区分“$\in$与$\subseteq$”，“$\subseteq$与$\subsetneqq$”.“$\in$”表示元素与集合之间的从属关系，而“$\subseteq$”表示集合之间的包含关系，“$\subseteq$”与“$\subsetneqq$”均表示集合间的包含关系，但后者是前者“$\neq$”情形时的包含关系.

◇◇变式训练

1. 已知 $A=\{1,2\}$，$B=\{x|x\subseteq A\}$，则 A 与 B 的关系正确的是　　(　　)

A. $A\subseteq B$　　B. $A\subsetneqq B$　　C. $B\subsetneqq A$　　D. $A\in B$

尝试解答：

对子集的考查

【典例 2】已知集合 $A=\{x|x=k+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=\frac{1}{2}k,k\in\mathbf{Z}\}$，则 A ________ B.

【精析】解法一：(列举法)

对于集合 A，取 $k=\cdots,0,1,2,3,\cdots$，得

$A=\{\cdots,\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2},\frac{7}{2},\cdots\}$.

对于集合 B，取 $k=\cdots,0,1,2,3,4,5,\cdots$，得

$B=\{\cdots,0,\frac{1}{2},1,\frac{3}{2},2,\frac{5}{2},\cdots\}$.

故 $A\subsetneqq B$.

解法二：(通分法)

集合 A：$x=\frac{2k+1}{2}(k\in\mathbf{Z})$，

分子为奇数.

集合 B：$x=\frac{k}{2}(k\in\mathbf{Z})$，分子为整数，

$\therefore A\subsetneqq B$.

解法三：(特征性质分解比较法)

对于集合 B，令 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$，

则 $x=n(n\in\mathbf{Z})$，

令 $k=2n+1$，

则 $x=n+\frac{1}{2}(n\in\mathbf{Z})$，

$\therefore B=\{x|x=\frac{1}{2}k,k\in\mathbf{Z}\}=\{x|x=n$ 或 $x=n+\frac{1}{2},n\in\mathbf{Z}\}$.

$\therefore A\subsetneqq B$.

答案：$\subsetneqq$

【规律技巧】

1. 注意以下分类关系

$$\text{整数}(n)\begin{cases}\text{偶数}(2m)\begin{cases}4k\\4k+2\end{cases}\\ \text{奇数}(2m+1)\begin{cases}4k+1\\4k+3\end{cases}\end{cases}(m,n,k\in\mathbf{Z})$$

2. 几种等价表示方法

(1)“$2n-1$”等价于“$2n+1$”.

(2)“$2n-1$”等价于“$4n\pm1$”.　($n\in\mathbf{Z}$)

(3)“$4n+3$”等价于“$4n-1$”等.

◇◇变式训练

2. 设集合 $M=\{x|x=2k+1,k\in\mathbf{N}^*\}$，$N=\{x|x=2k-1,k\in\mathbf{N}^*\}$，则 M、N 之间的关系为　　(　　)

A. $M\subsetneqq N$　　B. $M\supsetneqq N$　　C. $M\subseteq N$　　D. $M=N$

尝试解答：

子集的应用

【典例 3】若集合 $P=\{x|x^2+x-6=0\}$，$S=\{x|ax+1=0\}$，且 $S\subseteq P$. 求由 a 的可取值组成的集合.

【精析】由 $P=\{-3,2\}$，

当 $a=0$ 时，$S=\varnothing$，有 $S\subseteq P$

当 $a\neq0$ 时，方程 $ax+1=0$ 解为 $x=-\frac{1}{a}$，又 $S\subseteq P$

$\therefore -\frac{1}{a}=-3$ 或 $-\frac{1}{a}=2$

即 $a=\frac{1}{3}$ 或 $a=-\frac{1}{2}$

故所求集合为$\{0,\frac{1}{3},-\frac{1}{2}\}$.

误区警示

本题易漏掉 $a=0$ 这种情况，原因是忽略对空集的讨论.

【规律技巧】

1. 解决集合问题时，若遇到“$A\subseteq B$，$A\subsetneqq B$(B 为非空集合)”这些条件时，要首先考虑 $A=\varnothing$ 这种情况.

2. 在解决有关分类讨论的问题时，根据实际问题分类要恰当、合理，做到不重复、不遗漏，克服分类讨论问题中的主观性和盲目性.

◇◇变式训练

3. 上例中，若 $S \subsetneqq P$，其他条件不变，求由 a 的可取值组成的集合.

尝试解答：

知能层级训练

双基训练

1. 下列命题：

①空集没有子集；②任何集合至少有两个子集；③空集是任何集合的真子集；④若 $\varnothing \subsetneqq M$，则 $M \neq \varnothing$

其中正确的有 ( )

A. 1个　B. 2个　C. 3个　D. 4个

2. 集合 $A=\{x|0 \leqslant x<3$ 且 $x \in \mathbf{N}\}$ 的真子集的个数是 ( )

A. 16　B. 8　C. 7　D. 4

3. 若非空集合 $A=\{x|2a+1 \leqslant x \leqslant 3a-5\}$，$B=\{x|3 \leqslant x \leqslant 22\}$，则能使 $A \subseteq B$ 成立的所有 a 的集合是 ( )

A. $\{a|1 \leqslant a \leqslant 9\}$　B. $\{a|6 \leqslant a \leqslant 9\}$

C. $\{a|a \leqslant 9\}$　D. $\varnothing$

4. 已知：集合 $A=\{1,1+x,1+2x\}$，$B=\{1,y,y^2\}$，且 $A=B$，则实数 $x=$________，$y=$________.

5. **(教材改编题)** 已知集合 $A=\{x|x^2=1\}$，$B=\{x|ax=1\}$. 若 $B \subseteq A$，实数 a 的值是________.

能力提升

一、选择题

1. 下列关系中：

①$1 \in \{0,1,2\}$；②$\{1\} \in \{0,1,2\}$；③$\varnothing \subsetneqq \{0,1,2\}$；④$\{0,1,2\} \subseteq \{0,1,2\}$；⑤$\{0,1,2\}=\{2,0,1\}$

其中错误的个数为 ( )

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

2. 集合 $A=\{x|0 \leqslant x<3$ 且 $x \in \mathbf{N}\}$ 的非空真子集的个数是 ( )

A. 16　B. 8　C. 6　D. 4

3. 若集合 $A=\{1,3,x\}$，$B=\{x^2,1\}$ 且 $B \subseteq A$，则满足条件的实数 x 的个数是 ( )

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

4. **(2007·全国Ⅰ)** 设 $a,b \in \mathbf{R}$，集合 $\{1,a+b,a\}=\{0,\frac{b}{a},b\}$，则 $b-a=$ ( )

A. 1　B. -1　C. 2　D. -2

二、填空题

6. 定义集合 $A*B=\{x|x \in A$，且 $x \notin B\}$，若 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{2,4,5\}$，则 $A*B$ 的子集个数是________.

7. 已知集合 $M=\{y|y=x^2-2x-1,x \in \mathbf{R}\}$，$P=\{x|-2 \leqslant x \leqslant 4,x \in \mathbf{R}\}$，则 M、P 之间的关系是________.

8. 集合 $A=\{x|-2 \leqslant x \leqslant 5\}$，$B=\{x|m+1 \leqslant x \leqslant 2m-1\}$，若 $B \subseteq A$. 实数 m 的取值范围是________.

三、解答题

9. 试写出满足 $\{a,b\} \subseteq A \subsetneqq \{a,b,c,d\}$ 的集合 A.

10. 已知集合 $A=\{x|ax^2-3x+2=0\}$，其中 a 为常数，且 $a \in \mathbf{R}$.

(1)若 A 是空集，求 a 的范围；

(2)若 A 中只有一个元素，求 a 的值；

(3)若 A 中至多有一个元素，求 a 的范围.

尖子生题库

精选名题

1. 设 $A=\{a,b\}$，且 $B=\{x|x \in A\}$，则 ( )

A. $B \in A$　B. $A \subseteq B$　C. $A=B$　D. $A \notin B$

2. 若 $S=\{x|x=2n+1,n \in \mathbf{Z}\}$，$T=\{x|x=4k \pm 1,k \in \mathbf{Z}\}$，则 S______T.

3. 设 $A=\{x|x^2+4x=0\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$，若 $B \subseteq A$，求实数 a 的取值范围.

4. 设 $M=\{x|x\leqslant 2\sqrt{3}\}$，$a=\sqrt{11}$，则下列关系中正确的是 ( )

A. $a\subsetneqq M$ B. $a\notin M$ C. $\{a\}\in M$ D. $\{a\}\subsetneqq M$

探究创新

已知集合 $A=\{x||x-a|=4\}$，$B=\{1,2,b\}$.

(1)是否存在实数 a，使得对于任意实数 b 都有 $A\subseteq B$，若存在，求出对应的 a，若不存在，说明理由.

(2)若 $A\subseteq B$ 成立，求出对应的实数对 (a,b).

课时方法小结

一、子集的应用

当集合中元素较多，写该集合的子集时要按一定顺序写出，如可按元素由少到多排列，同时不要漏掉 $\varnothing$ 和它本身这两个特殊的子集，一般地，如果一个集合有 n 个元素，则它的子集的个数为 2^n.(如典例 3)

二、集合相等

要说明两个集合相等，必须严格推导，若集合为有限集，且元素个数较少，可令元素对应相等，若集合为无限集，则需由 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，得 $A=B$.(如典例 2)

每天积累一滴水 最终形成太平洋

重点问题：

疑难问题：

错题重做：

1.1.3　集合的基本运算

第1课时　并　集

基础自主学习

温故知新

一、集合

1. 元素的特征

集合中的元素具有______、______、______，即一个元素是否属于某个集合必须是______，这是集合的最基本特征. 集合中的任何两个元素都是________，相同的对象归入同一个集合时，只能算作这个集合的一个元素.

2. 集合相等

(1)从元素角度：构成两个集合的元素是______；

(2)从子集角度：$A=B\Leftrightarrow$______且______.

二、子集

1. A 是 B 的子集，记作______，A 是 B 的真子集，记作______.

2. 空集是任何________的真子集.

自主学习

知识点一、并集定义

1. 一般地，由___属于集合 A __属于集合 B 的元素组成的集合，称为集合 A 与 B 的并集，记作______，读作______，即____________________.

2. 用 Venn 图表示为__________.

探究讨论

1. 日常生活中说“由甲或乙去完成这件工作”与并集定义中的“或”的含义相同吗？

讨论：

知识点二、并集的基本性质

$A\cup B$ __ $B\cup A$；$A\cup A=$__；$A\cup\varnothing=$__.

探究讨论

2. 若 $A\subseteq B$，$A\cup B$ 与 B 有何关系？

讨论：

★☆针对练习

1. 设 $A=\{4,5,6,8\}$，$B=\{3,5,7,8\}$，则 $A\cup B=$________.

尝试解答：

2. 已知 $A=\{x|x$ 是等腰三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是直角三角形$\}$，则 $A\cup B=$________.

答案：$A\cup B=\{x|x$ 是等腰三角形或直角三角形$\}$

要点归纳剖析

要点一、对概念的理解

1. A 与 B 的并集是一个集合.

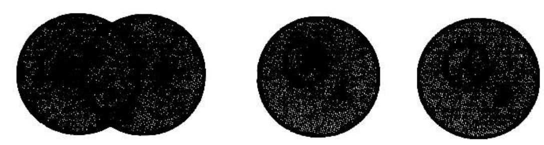
2. 并集包含了 A 与 B 的所有元素（此时注意：重复元素只能算一个元素，因为集合中的元素必须是互异的）. A、B 都是 $A\cup B$ 的子集.

3. 定义中的“或”与日常生活中的所说的“或”，含义有所不同，在并集中的“或”有以下三层意思：(a)$x\in A$，但 $x\notin B$；(b)$x\in B$，但 $x\notin A$；(c)$x\in A$，且 $x\in B$.

◀求并集时，集合的公共元素只列举一次.▶

要点二、各种情况下 $A\cup B$ 的 Venn 图表示

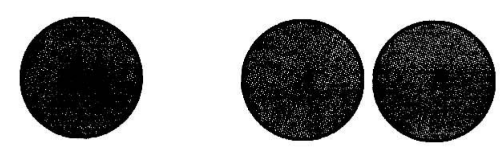
$A\cup B$ 用图形语言可表示为



①　②　③

A、B 有公共元素，但互不包含　$A\supsetneqq B$　$A\subsetneqq B$

$A\cup B=B\cup A$　$A\cup B=A$　$A\cup B=B$



④　⑤

$A=B$　A、B 无公共元素

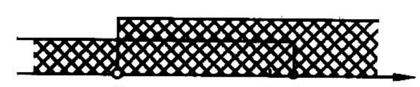
$A\cup B=A(B)$　$A\cup B$

典例分类精析

求两个集合的并集

【典例1】已知集合 $A=\{x|x-3(x-2)\geqslant 4\}$，$B=\{x|5x+6>4x\}$，求 $A\cup B$.

【精析】如图：



$A=\{x|x-3(x-2)\geqslant 4\}=\{x|x\leqslant 1\}$，$B=\{x|5x+6>4x\}=\{x|x>-6\}$，所以 $A\cup B=\mathbf{R}$.

误区警示

端点值是否取到要特别注意.

【规律技巧】

1. 借助数轴的直观性取并集，利用数形结合的思想是解题的关键.

2. 端点值要进行单独验证.

◇◇变式训练

1. 设 $A=\{x|x^2-4x-5=0\}$，$B=\{x|x^2=1\}$，求 $A\cup B$.

尝试解答：

题型二 含参数的求并集的运算

【典例2】设集合 $A=\{x|(x-3)(x-a)=0,a\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x|(x-4)(x-1)=0\}$，求 $A\cup B$.

【精析】(1)当 $a=3$ 时，$A=\{3\}$，又因为 $B=\{1,4\}$，所以 $A\cup B=\{1,3,4\}$；

(2)当 $a=1$ 时，$A=\{3,1\}$，所以 $A\cup B=\{1,3,4\}$；

(3)当 $a=4$ 时，$A=\{3,4\}$，所以 $A\cup B=\{1,3,4\}$；

(4)当 $a\neq1$、3、4 时，$A=\{3,a\}$，所以 $A\cup B=\{1,3,4,a\}$.

误区警示

分类讨论标准要明确且不重不漏.

【规律技巧】

此类含参数问题，分类的依据是参数取值是否影响到了集合的变化，抓住各种不同情况的交汇点进行分类讨论.

◇◇变式训练

2. 设集合 $A=\{x^2,2x-1,-4\}$，$B=\{x-5,1-x,9\}$，若 $9\in A$ 且 $9\in B$，求 x 及 $A\cup B$.

尝试解答：

题型三 已知并集，求参数的值

【典例3】已知集合 $A=\{1,3,x\}$，$B=\{1,x^2\}$，$A\cup B=\{1,3,x\}$，求 x.

【精析】因为 $A\cup B=A$，所以 $B\subseteq A$，又 $B=\{1,x^2\}$，$A=\{1,3,x\}$，所以 $x^2=x$ 或 $x^2=3$，解得 $x=1$ 或 $x=0$ 或 $x=\pm\sqrt{3}$. 当 $x=1$ 时，不合题意，舍去，所以 $x=-\sqrt{3}$ 或 $x=0$ 或 $x=\sqrt{3}$.

误区警示

求得 x 值应反代回集合检验，以保证元素满足互异性.

【规律技巧】

1. $A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$，对于并集问题，常转化为子集关系去解决，原因是利用子集研究元素与集合关系更简单；

2. 元素的特征与集合的关系是不可分割的，应从整体上把握.

◇◇变式训练

3. 已知集合 $A=\{x|x-2>3\}$，$B=\{x|2x-3>3x+a\}$，且 $A\cup B=\{x|x<4$ 或 $x>5\}$，求 a 的值.

尝试解答：

知能层级训练

双基训练

1. 设集合 $A=\{x|-5\leqslant x<1\}$，$B=\{x|x\leqslant2\}$，则 $A\cup B$ 等于 ( )

A. $\{x|-5\leqslant x<1\}$　　B. $\{x|-5\leqslant x\leqslant2\}$

C. $\{x|x<1\}$　　D. $\{x|x\leqslant2\}$

2. (教材改编题)学校开运动会，设 $A=\{x|x$ 是参加一百米跑的同学$\}$，$B=\{x|x$ 是参加二百米跑的同学$\}$，则 $A\cup B=$________.

3. 若集合 $P=\{1,2,3,m\}$，$M=\{m^2,3\}$，$P\cup M=\{1,2,3,m\}$，则 $m=$________.

能力提升

一、选择题

1. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}|-10\leqslant x\leqslant-1\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}|-5\leqslant x\leqslant5\}$，则 $A\cup B$ 的元素个数是 ( )

A. 11　B. 10　C. 16　D. 15

2. 满足条件 $\{0,1\}\cup A=\{0,1\}$ 的所有集合 A 的个数是 ( )

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

3. 设集合 $M=\{-1,0,1\}$，$P=\{a,a^2\}$，设集合 $S=\{a|a$ 使得 $M\cup P=M\}$，则 S 的子集的个数是 ( )

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

4. 设 $A=\{x\in\mathbf{Z}|x^2-px+15=0\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}|x^2-5x+q=0\}$，若 $A\cup B=\{2,3,5\}$，则 A、B 依次为 ( )

A. $\{3,5\}$，$\{2,3\}$　　B. $\{2,3\}$，$\{3,5\}$

C. $\{2,5\}$，$\{3,5\}$　　D. $\{3,5\}$，$\{2,5\}$

5. 已知集合 $A=\{(x,y)|x-2y=0\}$，$B=\{(x,y)|\frac{y-1}{x-2}=0,x\neq2\}$，则 $A\cup B$ 是 ( )

A. $\{(x,y)|(x-2y)(y-1)=0\}$

B. $\{(x,y)|(x-2y)(y-1)=0,x\neq2\}$

C. $\{(2,1)\}$

D. $\varnothing$

二、填空题

6. 已知集合 $M=\{x|x+1\geqslant0\}$，$N=\{x|-2(x-3)\geqslant0\}$，则 $M\cup N=$________.

7. 已知 $A=\{x|a\leqslant x\leqslant a+3\}$，$B=\{x|x<-1$ 或 $x>5\}$，若 $A\cup B=B$，则 a 的取值范围是________.

8. $A=\{x|x$ 是矩形$\}$，$B=\{x|x$ 是菱形$\}$，$C=\{x|x$ 是正方形$\}$，则 $A\cup B\cup C=$________.

三、解答题

9. 设集合 $A=\{x|2\leqslant x<4\}$，$B=\{x|3x-7\geqslant8-2x\}$，求 $A\cup B$.

10. 设集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant a\}$，$B=\{y|-1\leqslant y\leqslant a+3\}$，$C=\{y|y\in A\}$，若 $B\cup C=B$，求 a 的取值范围.

尖子生题库

精选名题

1. 设集合 $I=\{1,2,3\}$，A 是 I 的子集，如果把满足 $M\cup A=I$ 的集合 M 叫做集合 A 的“配集”，则当 $A=\{1,2\}$ 时，A 的配集共有 ( )

A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

2. 已知 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x|ax-2=0\}$，且 $A\cup B=A$，求实数 a 的值组成的集合 C.

3. 设集合 $A=\{x|-1<x<2\}$，集合 $B=\{x|1<x<3\}$，求 $A\cup B$.

探究创新

$A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,2\}$，设 $C=\{(x,y)|x\in A,y\in B\}$，$D=\{(x,y)|x\in B,y\in A\}$，求 $C\cup D$.

课时方法小结

一、求并集

(1)$A\cup B$ 并不是简单地把 A 与 B 的元素放在一起，它必须符合集合应具备的特征，尤其是元素的互异性；

(2)并集概念中的“或”包括三种情况：$x\in A$ 且 $x\notin B$；$x\in B$ 且 $x\notin A$；$x\in A$ 且 $x\in B$. 如典例 1

二、数形结合

树立借助 Venn 图、数轴解决集合问题的意识，采用“数形结合”的思想方法去解题，特别是一些求字母的范围问题. 如典例 3.

每天积累一滴水　最终形成太平洋

重点问题：

错题重做：

疑难问题：

第2课时 交 集

基础自主学习

温故知新

并集

1. $A\cup B$ 读作______，$A\cup B=$________________.

2. (1) $A\cup B$ __ $B\cup A$；

(2) A __ $(A\cup B)$，B __ $(A\cup B)$

自主学习

知识点：交集的定义及性质

1. 定义：一般地，由属于集合 A 且属于集合 B 的____元素组成的集合，称为 A 与 B 的交集，记作______（读作“______”），即________________________.

2. 用 Venn 图表示为________.

3. 性质

(1) ① $A\cap B$ __ $B\cap A$；② $A\cap B$ __ A，$A\cap B$ __ B；③ $A\cap A=$ __，$A\cap\varnothing=$ __.

(2) $A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A$，$B\subseteq A$ __ $A\cap B=B$.

探究讨论

类比并集的概念，对交集的概念的理解，应抓住哪两个基本点？

讨论：

★☆针对练习

1. 已知集合 $M=\{x\mid y=x^2-1\}$，$N=\{y\mid y=x^2-1\}$，那么 $M\cap N$ 等于 ( )

A. $\varnothing$ B. N C. M D. $\mathbf{R}$

尝试解答：

2. 设平面内有 $\triangle ABC$，且 P 表示这个平面内的动点，指出属于集合 $\{P\mid PA=PB\}\cap\{P\mid PA=PC\}$ 的点是________.

尝试解答：

要点归纳剖析

要点一、交集的理解

1. A 与 B 的交集是一个集合.

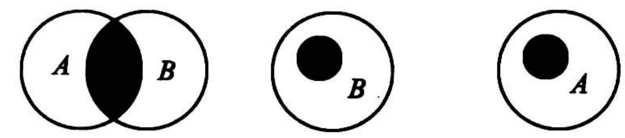
2. 交集包含了 A 与 B 的所有公共元素.

3. 当集合 A 与 B 没有公共元素时，不能说 A 与 B 没有交集，而应表示为 $A\cap B=\varnothing$.

◀子集反映的是一种包含关系，交集、并集反映的是一种运算关系.▶

要点二、各种情况下 $A\cap B$ 的 Venn 图表示

$A\cap B$ 用图形语言可表示为



① ② ③

①：A、B 互不包含，有公共元素，$A\cap B\neq\varnothing$

②：$A\subsetneqq B$，$A\cap B=A$

③：$A\supsetneqq B$，$A\cap B=B$

④ ⑤

④：$A=B$，$A\cap B=A(B)$

⑤：A、B 无公共元素，$A\cap B=\varnothing$

典例分类精析

求交集

【典例1】设 $A=\{(x,y)\mid y=-4x+6\}$，$B=\{(x,y)\mid y=5x-3\}$，求 $A\cap B$.

【精析】$A\cap B=\{(x,y)\mid y=-4x+6\}\cap\{(x,y)\mid y=5x-3\}$
$=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}y=-4x+6\\y=5x-3\end{cases}\right\}=\{(1,2)\}$.

误区警示

不要把 $\{(1,2)\}$ 写成 $\{1,2\}$，两者区别是前者是点集，后者是数集.

【规律技巧】

对求 $A\cap B$ 的运算，一是要看清集合代表元素是什么，二是据元素的性质特点合理转化为找公共元素、解方程组等问题.

◇◇变式训练

1. $A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$B=\{x\mid mx-1=0\}$，$A\cap B=B$，求 m.

尝试解答：

应用举例

【典例2】学校举办历史、数学、物理讲座，其中有95人听了历史讲座，78人听了数学讲座，81人听了物理讲座；27人听了历史、数学讲座，32人听了数学、物理讲座，19人听了历史、物理讲座，还有16人听了全部讲座，求听讲座的人数.

【精析】设听历史、数学、物理讲座的学生分别构成集合 A,B,C，用 x,y,z 分别表示集合 A,B,C 的元素的个数，那么：$x=95$，$y=78$，$z=81$，用 Venn 图表示各类学生的人数，如图，所以 $65+35+46+3+16+11+$