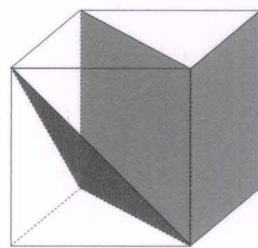
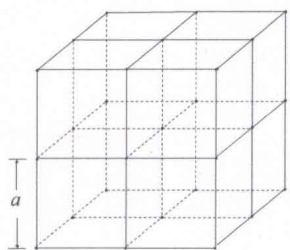
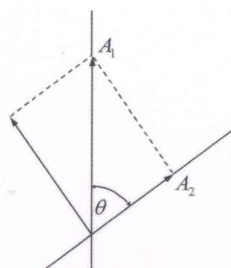
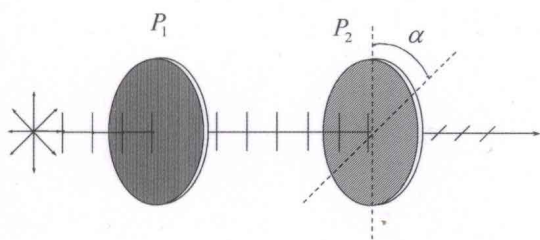
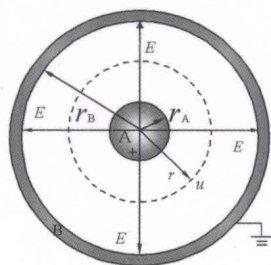
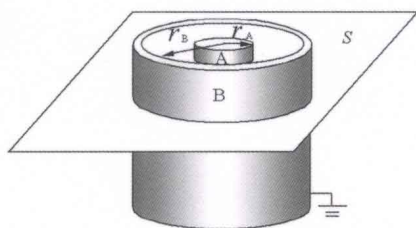


杨广武 主编  
金玉玲 姚 橙 副主编

# 大学物理实验

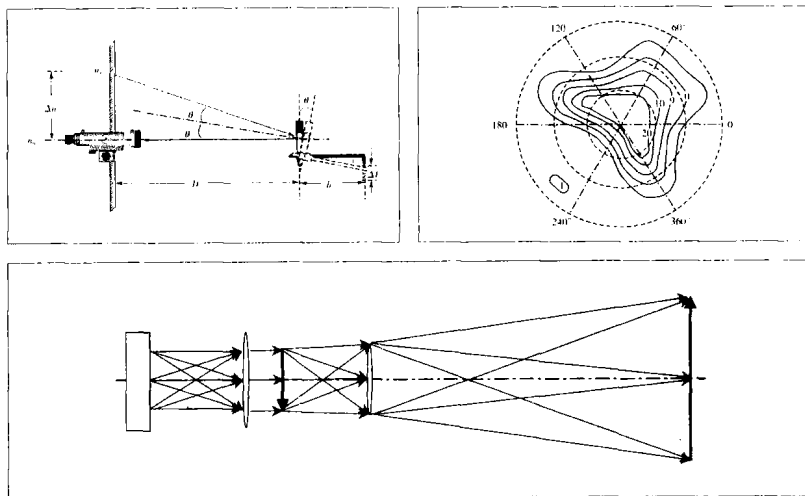
Experiments in University Physics



# 大学物理实验

Experiments in University Physics

杨广武 主 编  
金玉玲 姚 橙 副主编  
王辅忠 主 审



 天津大学出版社  
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

## 图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 杨广武主编. —天津:天津大学出版社,  
2009.3

ISBN 978-7-5618-2966-0

I. 大… II. 杨… III. 物理学 - 实验 - 高等学校 - 教材 IV. 04 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 030209 号

出版发行 天津大学出版社  
出版人 杨欢  
地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)  
电 话 发行部:022-27403647 邮购部:022-27402742  
网 址 www.tjup.com  
印 刷 天津泰宇印务有限公司  
经 销 全国各地新华书店  
开 本 185mm × 260mm  
印 张 16.5  
字 数 420 千  
版 次 2009 年 3 月第 1 版  
印 次 2009 年 3 月第 1 次  
印 数 1 - 4 000  
定 价 30.00 元

---

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,烦请向我社发行部门联系调换

版权所有 侵权必究

# 前 言

本书是根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会 2008 年颁布的《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》的精神,结合我校物理实验仪器设备的实际情况,在总结几年来物理实验教学和实验室建设实践经验的基础上编写而成的。

绪论主要介绍物理实验和物理实验课程的基本情况,使学生对这门课程有整体认识。第 1 章比较系统地介绍物理实验的基础知识,包括测量的误差、不确定度及实验数据处理方法和实验测量方法等内容。第 2 章介绍物理实验常用的仪器及其使用规则,一是使学生系统掌握常规仪器的原理和操作方法,二是避免在每个实验中重复介绍仪器。前两章使学生在进行实验之前初步掌握实验的基本理论、方法和技能。第 3 章选编了 22 个基本层次的验证性实验,使学生的实验基本知识、基本方法、基本技能得到全面、系统的培训。第 4 章选编了提高层次的 15 个综合性实验,使学生在有一定实验基础之后,可以逐步独立完成原理和操作都比较复杂的实验,锻炼学生的综合实验能力。第 5 章选编了 9 个设计性实验,学生可以根据实际情况选做,自行设计实验方案并按要求完成既定的任务。附录部分列出了常用的物理参数,以便读者查阅。

参加本书编写的有杨广武(绪论,第 1 章,实验 2、5)、金玉玲(第 2 章,实验 14、18、19、28、29、41、44)、姚橙(实验 4、7、8、17、20、21、26、32)、闫卫国(实验 1、9、22、23、27、35、36,附录)、霍光耀(实验 3、6、15、16、25、30、34)、李光旻(实验 10、12、13、24、33、37、40、42、43)、师丽红(实验 11、31)、李颖(实验 38、39、45、46)。本书由杨广武任主编,金玉玲、姚橙任副主编,并由上述三位老师负责统稿。天津城市建设学院物理教研室和大学物理实验中心其他老师对本书的编写提出了宝贵的建议,对实验细节的研究提供了大力的支持和协助,在此深表感谢。天津工业大学王辅忠教授在百忙之中审阅了全书,并提出了宝贵的修改意见,在此一并表示感谢。

由于编者水平所限,疏漏、错误之处恳请各位读者批评指正。

编 者

## 目 录

绪论 .....	(1)
第1章 物理实验基础知识 .....	(4)
1.1 测量与误差 .....	(4)
1.2 测量的不确定度 .....	(9)
1.3 有效数字及其运算规则 .....	(15)
1.4 实验数据处理的基本方法 .....	(18)
1.5 物理实验的基本测量方法 .....	(28)
第2章 物理实验常用仪器及基本规则 .....	(33)
2.1 力学和热学实验常用仪器 .....	(33)
2.2 电磁学实验常用仪器 .....	(36)
2.3 光学实验常用仪器 .....	(40)
第3章 基础·验证实验 .....	(46)
实验1 力学基础实验 .....	(46)
实验2 光学基础实验 .....	(52)
实验3 电学基础实验(1)万用表的使用 .....	(56)
实验4 电学基础实验(2)示波器的使用 .....	(62)
实验5 转动惯量的测定 .....	(70)
实验6 落球法测量液体黏滞系数 .....	(75)
实验7 金属杨氏模量的测定 .....	(78)
实验8 固体线膨胀系数的测定 .....	(83)
实验9 导热系数的测量 .....	(87)
实验10 弹簧振子的机械能研究 .....	(90)
实验11 静电场的描绘 .....	(96)
实验12 霍尔效应及其应用 .....	(103)
实验13 分压电路与限流电路 .....	(108)
实验14 开尔文电桥测量低值电阻 .....	(111)
实验15 分光计的自准直调整和使用 .....	(115)
实验16 光栅衍射 .....	(119)
实验17 杨氏双缝干涉 .....	(122)
实验18 用双棱镜研究光的干涉 .....	(126)
实验19 光的等厚干涉 .....	(129)
实验20 迈克尔逊干涉仪的调整与使用 .....	(133)
实验21 偏振光分析 .....	(140)
实验22 阿贝成像原理和空间滤波 .....	(146)

<b>第4章 提高·综合实验</b> .....	(149)
实验 23 气体比热容比测定 .....	(149)
实验 24 电子荷质比测定 .....	(153)
实验 25 波尔共振仪研究受迫振动 .....	(156)
实验 26 空气、液体及固体介质的声速测量 .....	(160)
实验 27 多普勒效应综合实验 .....	(166)
实验 28 单缝衍射的光强分布和衍射法测细丝直径 .....	(171)
实验 29 全息照相 .....	(177)
实验 30 微波布拉格衍射 .....	(182)
实验 31 密立根油滴实验 .....	(191)
实验 32 光电效应实验 .....	(196)
实验 33 夫兰克-赫兹实验 .....	(201)
实验 34 硅光电池特性研究 .....	(206)
实验 35 光纤传输技术实验 .....	(213)
实验 36 双光栅微弱振动测量 .....	(218)
实验 37 液晶电光效应实验 .....	(223)
<b>第5章 设计·研究实验</b> .....	(229)
实验 38 不规则物体的体积测量 .....	(229)
实验 39 碰撞打靶实验研究 .....	(231)
实验 40 电表改装与校准 .....	(234)
实验 41 线性与非线性元件伏安特性的测定 .....	(237)
实验 42 电学设计性实验 .....	(239)
实验 43 惠斯登电桥测量中值电阻 .....	(241)
实验 44 用电位差计测电动势 .....	(243)
实验 45 自组显微镜、望远镜和幻灯机 .....	(245)
实验 46 棱镜折射率的测量 .....	(248)
<b>附录 常用物理数据</b> .....	(249)
<b>参考文献</b> .....	(255)

# 绪 论

物理学本质上是一门实验科学,物理实验是物理学理论的建立基础和检验手段。物理实验是科学实验的先驱,体现了大多数科学实验的共性,在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是其他各学科实验的基础。

## 一、物理实验课程的地位和作用

物理实验是高等院校主要面向理工科专业学生开设的一门公共基础课程,课程内容覆盖面广,具有丰富的实验思想、方法和手段,是培养学生科学实验能力、提高科学素质的重要基础。它在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、理论联系实际和适应科技发展的综合能力等方面具有其他实践类课程不可替代的作用。鉴于此,现在一些院校也对非理工专业学生开设了不同内容和难度的物理实验课程。

## 二、物理实验课程的目的和任务

本课程以系统培养学生的基本实验知识、基本实验方法、基本实验技能为目的,同时给学生一定的自主设计和研究空间,培养学生的分析能力,开发学生的创新潜力。

物理实验课程的基本任务如下。

①通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量与计算,培养学生的科学实验基本技能,提高学生的科学实验基本素质,使学生初步掌握实验科学的思想和方法;培养学生的科学思维和创新意识,使学生掌握实验研究的基本方法,提高学生的分析、综合和创新能力。

②通过实验过程中规范、严谨的管理运行程序和操作步骤,提高学生的科学素养,培养学生理论联系实际和实事求是的科学作风,认真严谨的科学态度,积极主动的探索精神,遵守纪律、团结协作、爱护公共财产的优良品德。

## 三、教学体系和教材结构

物理实验课程实行分层次教学,即将实验分为基础、提高和设计与研究三个层次。这三个层次与实验的三种类型基本是一一对应的。本教材的实验项目也是按这三个层次编排。

### 1. 基础层次——验证性实验

基础层次的实验主要使学生学习和掌握基本物理量的测量、基本实验仪器的使用等基本实验技能和基本测量方法、误差与不确定度及数据处理的理论与方法等。

### 2. 提高层次——综合性实验

综合性实验是指在同一个人实验中涉及力学、热学、电磁学、光学、近代物理等多个知识领域,综合应用多种方法和技术的实验。此类实验的目的是巩固学生在基础性实验阶段的学习成果、开阔学生的眼界和思路,提高学生对实验方法和实验技术的综合运用能力。

### 3. 设计与研究层次——设计与研究性实验

设计性实验是根据给定的实验题目、要求和实验条件,由学生自己提出设计方案并基本独立完成全过程的实验。研究性实验是组织若干个围绕基础物理实验的课题,由学生以个体或团队的形式,以科研方式进行的实验。设计性或研究性实验的目的是使学生了解科学实验的全过程,逐步掌握科学思想和科学方法,培养学生独立实验的能力及运用所学知识解决给定问

题的能力。

本教材为适应物理实验的课程体系,按上述三个层次编排实验项目,使用时可根据实际教学需要确定开放的实验项目。

#### 四、物理实验课程的教学程序及要求

物理实验是在教师指导下进行的以学生独立操作为主的实践教学活 动,主要程序及要求如下。

##### 1. 课前预习

学生在实验前应认真预习,撰写预习报告或设计性实验实施方案,明确实验目的和要求,了解实验的步骤、方法和基本原理,熟悉实验设备、仪器构造、使用性能和操作规程。

##### 2. 实验操作

①进入实验室对号入座,向指导教师递交预习报告并签到。检查仪器和材料,若有缺失或损坏应向老师报告解决,不得擅自动用非本组器材,更不能自行拆卸任何仪器设备。

②实验中应服从教师指导,严格按照规定和程序进行实验,如实记录实验数据,不得抄袭他人的实验结果。

③实验过程中要注意安全,节约水、电及其他材料。凡因违反操作规程或擅自动用其他仪器设备而导致损坏者,必须按规定进行严肃处理。仪器设备发生故障和损坏,应主动停止实验,并立即向指导教师报告。

④遵守实验守则,电学实验中,必须经过教师检查线路,得到允许后才能接通电源。光学元件要轻拿轻放,仔细安装,避免碰撞。不许用手触摸光学元件的光学表面,只准触及透镜的周边棱或棱镜的上下底面。不得擅自擦拭光学元件,应在教师指导下进行。使用激光作光源时不要用眼睛直接观察激光。

⑤实验完毕,经教师认可并在数据记录表格上签字后,关闭水和电源,将仪器复原,填写有关记录,经教师允许方可离开实验室。实验结果不合格者必须重做。

按要求认真独立完成实验报告并及时上交。因故补做或重做实验,学生要事先预约,并在指导教师或实验技术人员的指导下方可进行。

#### 五、实验报告

实验报告作为每个实验最后的总结,是学生科研素质培养的重要手段,也是整个实验的完成情况、学生实验技能和数据处理能力的集中表现,是评定实验课成绩的依据之一,因此应规范地撰写实验报告。

实验报告必须采用专用的实验报告纸撰写。为了保证实验数据的真实性,报告的所有内容,包括表格和数据、图的标题等都必须用钢笔、中性笔或圆珠笔书写。图可以用铅笔画,直线必须用直尺。

完整的实验报告包括以下几个部分。

##### (1) 各种信息

实验信息:实验项目编号和名称。

实验者信息:姓名、学号、班级等。

实验条件信息:实验室、时间、天气、温度、湿度、气压等。

分组信息:分组号、多人合作的同组人。

指导教师姓名。



## (2) 实验名称

每一个物理实验都遵循一定的命名规则,要求规范地书写,不得有任何改动。

## (3) 实验目的

说明所做实验的目的和要求。

## (4) 实验仪器

写全实验所需的各种仪器和工具,明确实验仪器的名称、型号、测量范围及仪器误差,掌握读数规则。

## (5) 实验原理

实验原理包括实验中采用的仪器设备的工作原理、实验方法、相关理论等。在理解的基础上用精炼的语言对教材或指导书的内容加以总结和概括,必要时可以补充一些教材以外的内容。与实验操作和数据处理相关的、必要的原理图和公式不可缺少。

## (6) 实验内容与步骤

在掌握概念的基础上,按操作顺序书写,不得有遗漏。

## (7) 数据记录与处理

将原始数据记录到给定或自拟的数据表格中并请指导教师认可签字。实验结束后按要求处理数据(包括计算中间结果、评定不确定度、画出图表、写出最终结果)。注意:原始数据不能用铅笔书写,不得涂抹,若写错只用一横线划掉再在旁边写上正确数据即可。

## (8) 研究与讨论或思考题

对实验结果进行分析,讨论影响实验结果的因素并可提出改进建议,完成课后思考题。

预习报告要求写好①~⑦步,实验前交指导教师检查。实验完成后数据表格要经教师确认签字。实验报告不准打印或复印,书写字迹要工整,报告不合格者将予以退回并取消当次实验资格。实验完成后要尽快处理数据并按时上交。

## 六、成绩考核和评定

物理实验的成绩考核有实验考查和理论考试两种形式,可根据实际情况只采用前者或两者结合,但鉴于课程的实践性应以实验考查为主。

### 1. 实验考查成绩

实验考查成绩由学生所做实验按学时权重平均计算,每个实验的考查内容包括:①出勤;②预习;③纪律;④实验的规范操作;⑤数据处理(有效数字、不确定度或误差、结果表达、单位等);⑥实验报告的格式和整体印象(工整、美观);⑦按时上交报告。

### 2. 理论考试成绩

理论考试内容一般安排在期末进行,主要以实验的理论知识为主,即本教材的绪论、第1章和第2章所涉及的内容,另外还会涉及一些基本技术和常识问题,包括实验实例判断与分析。

# 第 1 章 物理实验基础知识

## 1.1 测量与误差

### 1.1.1 测量及其分类

测量是物理实验的主要内容和基本手段,是获得实验数据的必要途径。所谓**测量**,就是将被测的未知物理量与选作计量标准的同类已知物理量进行比较,得出其倍数的过程。倍数即为待测物理量的数值,而所选的计量标准称为**单位**。一个物理量测量结果的完整表示应该包括数值和单位两部分。

测量的分类方法很多,这里只介绍两种。

第一种分类方法,按测量值获取方法的不同,可分为直接测量和间接测量。

**直接测量**是指直接从仪器或量具上就能够读出待测物理量数值和单位的测量。相应的物理量称为**直接测量量**。例如,用米尺测长度、用天平称质量、用电表测电流和电压等都属于直接测量。

**间接测量**是根据已知的函数关系,先测得若干个直接测量量,由这些直接测量量通过运算后间接得到待测物理量的测量。最终得到的物理量称为**间接测量量**。例如,通过测量一金属圆柱的高  $h$ 、直径  $d$  和质量  $m$ ,然后由关系式  $\rho = 4m/\pi d^2 h$  计算出该金属圆柱的密度  $\rho$ 。这里  $m$ 、 $d$  和  $h$  是直接测量量,而  $\rho$  则是间接测量量。

某一物理量是直接测量量还是间接测量量不是绝对的,随着技术的更新和仪器的改进,很多原来不能直接测量的物理量现在已经可以直接测量,如可直接用密度计测量液体的密度。

第二种分类方法,根据测量条件是否相同,测量又可分为等精度测量和不等精度测量。

**等精度测量**是在每次测量条件都相同的情况下,对某一物理量进行多次重复的一系列测量。例如,同一个实验者,使用同一台(套)仪器,采用同一种方法,对同一待测量连续进行多次重复测量,没有任何依据用来判断某一次测量一定比另一次更准确,即应该认为每次测量的可靠程度都相同,所以这一组测量称为等精度测量。这样的一组测量值称为一个**测量列**。注意,这里所说的重复测量不仅仅是重复读数,而是重复整个测量操作过程。

**不等精度测量**是在对某一物理量进行的多次重复测量中,只要有一个测量条件改变,这一组测量即称为不等精度测量。实验者、仪器、实验方法,包括某些对该物理量有影响的环境因素(如室温)等的改变,都属测量条件的改变,所以这样的测量称为不等精度测量。

在大学物理实验教学的实际环境中,很难保证在多次测量过程中条件绝对相同,但如果测量条件的变化对测量结果影响不大,可以把这样的测量视为等精度测量。例如,每个物理实验一般为 3 学时以上,在其他实验条件都不变的情况下,室温会发生一定幅度的变化,但这对很多实验仪器和物理量来说影响非常小,所以可以认为所进行的测量是等精度测量。采用等精度测量进行数据处理比较容易。本书中若无特殊说明,所有测量都指等精度测量。

## 1.1.2 真值与误差

### 一、误差的定义

待测物理量在所处的确定条件下实际具有的量值称为**真值**。测量的主观愿望是获得物理量的真值,但是由于受测量仪器、测量方法、测量条件及观测者水平等因素的限制,任何测量值都不可能绝对精确地与真值完全一致,只能获得该物理量的**近似值**。这个近似值与真值之间总是存在一个差值。这个差值称为**测量误差**,简称**误差**,记为

$$\Delta x = x - X$$

式中, $x$ 代表测量值; $X$ 代表被测量的真值。由于 $\Delta x$ 反映的是测量值偏离真值的大小和方向,因此也称之为**绝对误差**。绝对误差是一个有量纲的数值,一般保留一位有效数字。

误差与真值之比称为**相对误差**,记为

$$E(x) = \left| \frac{\Delta x}{X} \right| \times 100\%$$

相对误差是一个无量纲量,通常也称**百分误差**,一般保留1或2位有效数字。

真值是客观存在的,但它必须通过完备的测量才能得到,而严格完备的测量一般是做不到的,所以说真值仅是一个理想的概念。在一些具体问题中,可以把约定真值作为真值看待。所谓**约定真值**,就是与真值非常接近,在一定条件下能代替真值的给定值或公认值。如上所述,真值本身难以得到,而误差是通过真值计算得来的,所以误差也是一个估计值,难以定量操作,只有理论上的意义。现在很多情况下不用误差来评定实验结果的优劣,而改用不确定度。关于不确定度将在后面介绍。

误差客观地存在于一切实验和测量过程中,将最终传递给实验结果。误差是不可避免的,应该对其进行客观的估计。在实验中应该从实验的设计、仪器的精度、测量者的水平、环境条件以及数据处理过程等各方面着手,尽可能减小对实验结果的影响,因此误差或不确定度的评定也是物理实验中的一项必要工作。

### 二、误差的分类

按照误差产生的原因,一般可分为系统误差、随机误差和粗大误差。正常情况下只有前两类误差。

#### 1. 系统误差

在相同条件下多次测量同一物理量时,误差的大小恒定,方向一致;或当测量条件改变时,误差按照某一规律变化。具有上述特征的误差称为**系统误差**。系统误差的来源主要有以下几方面。

1) 仪器误差 由于仪器本身的固有缺陷、校正不完善或使用不当引起的误差。

2) 方法误差 由于测量方法本身的不完善或计算公式的近似造成的误差。如用三线摆测量刚体的转动惯量时,公式  $I_0 = \frac{m_0 g R r}{4\pi^2 H} T_0^2$  成立的条件应该是摆角趋于零而且摆线不发生形变,但实际做不到,只能是近似。

3) 环境误差 由于环境影响或没有按规定的的环境使用仪器引起的误差,如标准电池未在规定的温度下使用且又未进行修正。

4) 人员误差 由于实验者本人生理或心理特点造成的误差,例如:按秒表时总是超前或

滞后等。

## 2. 随机误差

随机误差也称偶然误差,指在多次测量同一物理量时,大小、方向以不可预知的方式变化的误差。产生随机误差的因素主要有:

- ①实验装置的起伏;
- ②测量者感觉器官灵敏度的起伏;
- ③实验条件和环境的起伏;
- ④不能预料的其他原因。

## 3. 粗大误差

粗大误差也叫过失误差,是由于实验者在操作、计数、记录和运算过程中出现失误而使测量结果明显歪曲远离真值而造成的误差。其特点是大大地偏离真值而使数据的结构显著地偏离正常规律。在数据处理时应按一定的原则判别并剔除粗大误差。粗大误差严重影响实验效果时要重做实验。实验者应该通过主观努力,加强责任心,实验前充分预习,操作和记录时集中精力,尽力避免粗大误差的出现。

## 三、测量的精密度、正确度和准确度

精密度、正确度和准确度都是评价测量结果优劣的术语,但在实验应用时三个术语的界定不太一致,这里只介绍一种应用较多的界定方法。

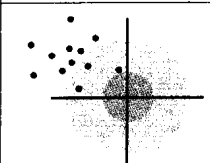
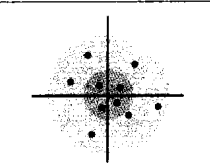
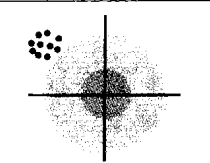
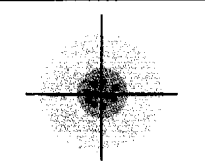
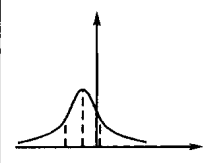
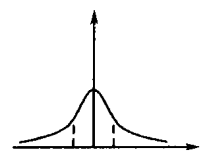
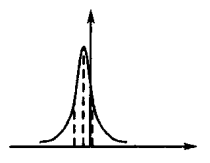
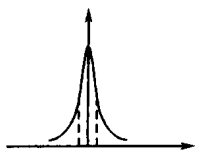
1) **精密度** 指对同一物理量进行多次重复测量时,各次测量值之间彼此的接近程度。精密度反映的是随机误差的大小,精密度越高,各次测量值越接近,随机误差越小。

2) **正确度** 指被测值的总体平均值与真值的接近程度。正确度反映的是系统误差的大小,正确度越高,测量量的平均值越接近真值,系统误差越小。

3) **准确度** 又称**精确度**,是各测量值之间的接近程度和测量值总体平均值与真值的接近程度的综合表现。

为了形象地理解精密度、正确度和准确度的意义及它们之间的关系,可以把测量结果的分布比作打靶时弹着点的位置,如表 1-1-1 所示。

表 1-1-1 精密度、正确度和准确度

精密度	低	低	高	高
正确度	低	高	低	高
准确度	低	—	—	高
打靶的弹着点位置				
分布规律曲线				

#### 四、系统误差的发现与消除和减小

系统误差是测量误差的重要组成部分,而且它的分析和消减也比较复杂。实验者应该在实验前、实验过程中和实验后对可能产生系统误差的环节进行分析,并通过校准测量仪器、改进实验装置方案、对测量结果进行修正等方法进行消除或尽可能减小。

##### 1. 系统误差的发现方法

###### (1) 理论分析

分析实验条件是否满足公式、仪器所要求的条件,有无对条件的忽略和近似处理。

###### (2) 实验对比

采用不同的测量原理、实验方法或实验仪器重复测量,通过改变某项实验条件、实验参数等对实验结果进行对比。若各种方法所得实验结果差异比较明显,说明实验中存在系统误差。

###### (3) 数据分析

对实验数据进行分析,如果按测量顺序排列的绝对误差不是随机变化而是表现出一定的规律性,如线性增大或减小、周期性变化等,说明实验中存在系统误差。

##### 2. 系统误差的消除、减小和修正

发现系统误差后,要对实验的各个环节进行全面分析,确定系统误差的来源并找到产生原因,进行科学的处理。

1) 对公式进行修正 如用落球法测量液体黏滞系数的实验中,在公式中引入与液面面积和液体深度有关的修正项,对实验条件不理想造成的系统误差进行消除和减小。

2) 改进测量方法 如在金属杨氏模量的测量实验中,初始状态钢丝的弯曲会引入系统误差,这时可以用增加起始载荷的方法消减。

3) 通过数据处理消减 如通过实验曲线的内插、外推和补偿,将系统误差随机化处理,通过改变测量条件使系统误差的分布时正时负、时大时小,这样在计算平均值时就会抵偿部分系统误差。

#### 五、随机误差的分布规律与处理方法

##### 1. 随机误差的分布规律

对某一物理量进行单次测量得到的测量值的随机误差是没有规律的,大小和方向都是不可预见的。但当对同一物理量进行多次测量时,就会发现随机误差的分布服从某种统计规律。随机误差的分布规律有很多种,但无论哪一种分布,一般都有两个重要参数:平均值和标准偏差。理论和实践证明,当测量次数  $n$  很大时,测量值的随机误差一般都服从正态分布,所以本书中主要介绍正态分布。

正态分布是一种连续型随机变量的概率分布,正态分布最早由 A. 棣莫弗在求二项分布的渐近公式中得到,C. F. 高斯在研究测量误差时从另一个角度导出了它,因此又称之为高斯分布。正态分布具有两个参数:均值(统计学中称为数学期望)和方差。在物理实验中,以  $\bar{x}$  表示测量次数  $n \rightarrow \infty$  的均值,若不考虑系统误差,它就是真值;以  $\sigma^2$  表示方差,则某一物理量测量值的概率密度函数可表示为:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (1-1-1)$$

式中,  $\bar{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ , 是测量值的总体平均值,即均值。

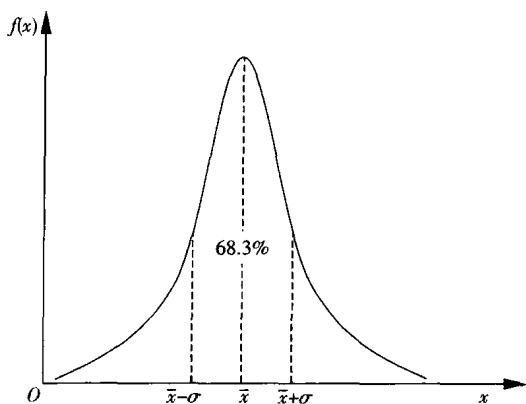


图 1-1-1 正态分布

正态分布概率密度函数曲线位于  $x$  轴上方,是中间高两边低的钟形曲线,如图 1-1-1 所示。图中横坐标  $x$  表示所测物理量的测量值,纵坐标  $f(x)$  是测量值的概率密度。图中,概率密度最大值对应的横坐标  $\bar{x}$  就是被测量的平均值;横坐标上任一点  $x_i$  到  $\bar{x}$  的距离  $(x_i - \bar{x})$  就是第  $i$  个测量值的随机误差,记为  $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ ;  $\bar{x} - \sigma$  和  $\bar{x} + \sigma$  为曲线拐点的横坐标;曲线与  $x$  轴之间的面积表示测量值或随机误差在某一范围内的概率,以  $p(x)$  表示。在  $(-\infty, +\infty)$  范围内,  $P(x) = 1$ 。

多次测量值的随机误差服从正态分布,

具有如下特点。

1) 单峰性 曲线只在  $x = \bar{x}$  处有一个极大值,对应测量值的均值。 $x$  取  $\bar{x}$  邻近的值的概率大,取远离  $\bar{x}$  的值的概率小。对于误差来说,绝对值小的误差出现的概率大,绝对值大的误差出现的概率小。

2) 对称性 曲线关于均值  $\bar{x}$  对称,均值的误差为零。在均值两侧,绝对值相等而正负反号的误差出现的概率相等。

3) 有界性 在一定的测量条件下,测量值误差的绝对值有一个上限,即绝对值很大的误差出现的概率趋于零。

4) 抵偿性 正负误差相互抵偿,随机误差的算术平均值随着测量次数  $n$  的增加而趋于零,即  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$ 。

2. 正态分布的标准误差与置信概率

式(1-1-1)中,方差  $\sigma^2$  的定义式为:

$$\sigma^2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \bar{x})^2 f(x) dx$$

或

$$\sigma^2(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

而方差的平方根

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (n \rightarrow \infty) \quad (1-1-2)$$

称为正态分布的**标准误差**,是表征测量值分散程度的重要参数。由定积分可以计算出,测量值落入区间  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$  的概率

$$P[\bar{x} - \sigma \leq x \leq \bar{x} + \sigma] = \int_{\bar{x} - \sigma}^{\bar{x} + \sigma} f(x) dx = 0.683 = 68.3\%$$

这个结果的含义为:在一定条件下对某一物理量进行的任何一次测量,其值落入区间 $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ 的可能性为68.3%,或者说,测量值 $x$ 在区间 $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ 内的置信概率为68.3%。区间 $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ 称为置信区间,该区间包含真值的概率 $P = 68.3\%$ 称为置信概率。

若把置信区间扩大到2倍,则测量值 $x$ 落在区间 $[\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma]$ 内的置信概率为95.4%;若把置信区间扩大到3倍,则测量值 $x$ 落在区间 $[\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma]$ 内的置信概率为99.7%,即对某一物理量进行1000次测量,仅有3次测量结果落在 $[\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma]$ 以外,因此把 $3\sigma$ 称为极限误差。

### 3. 单次测量值的标准偏差

式(1-1-2)给出测量次数无限多时测量值的标准误差,但实验中测量次数总是有限的(物理实验中一般为5~12次),故不能使用标准误差 $\sigma(x)$ ,而用标准偏差 $S(x)$ 作为 $\sigma(x)$ 的最佳估计值描述随机误差的分布,即贝赛尔公式:

$$S(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-1-3)$$

$S(x)$ 表征的是在有限的 $n$ 次测量中,测量结果的分散程度。它并不是严格意义的标准误差,只是标准误差的最佳估计值。置信区间 $[\bar{x} - S, \bar{x} + S]$ 的置信概率也不等于68.3%,而是小于并接近68.3%。

### 4. 算术平均值的标准偏差

对同一待测量进行一组 $n$ 次等精度测量,获得 $n$ 个测量值,把这一组 $n$ 个测量值构成的集合称为一个测量列或样本。可以证明,样本的算术平均值

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-1-4)$$

作为被测量的最佳估计值,如果对该被测量进行若干组上述的重复测量,就获得了若干个算术平均值 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots$ ,而这些 $\bar{x}_i$ 仍是随机变量,服从正态分布,也有一定的分散性,所以也要用平均值的标准偏差 $S(\bar{x})$ 来表征这一分散性:

$$S(\bar{x}) = \frac{S(x)}{n} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-1-5)$$

可以看出,算术平均值的标准偏差 $S(\bar{x})$ 要比单次测量的标准偏差 $S(x)$ 小得多,这是因为算术平均值已经抵消部分单次测量的随机误差,因而平均值会更接近真值。

## 1.2 测量的不确定度

### 1.2.1 不确定度的引入

测量结果的误差是客观存在的,但用误差来评定结果的优劣是不科学的。因为,若根据误差公式

$$\Delta x = x - X$$

评定结果, $X$ 是真值且客观存在,但不可能准确知道。于是,误差 $\Delta x$ 也就不可能准确算出,是

不确定的,所以不应该再将任何一个确定的已知数值称作误差。为了对测量结果的准确程度给出一个量化的表述,人们引入了“不确定度”这一概念。

不确定度可以对测量结果的可靠程度做出比较科学合理的评价。不确定度越小,表示测量结果越靠近真值;反之,测量结果越远离真值。

用不确定度评定测量结果的准确程度已经有几十年的历史,经历了系统化、完善化和不断推广的过程,国际和国内相继制定了相应的法规性文件以期规范和统一使用不确定度,使各行各业有通用的统一准则,便于对测量和实验结果的相互交流与利用。1980年,国际计量局(BIPM)起草了一份《实验不确定度的说明》的建议书 INC-1(1980),国际计量委员会(CIPM)在1981年原则上通过了这一建议书。1993年,国际标准化组织(ISO)等7个国际组织联名发表《测量不确定度表达指南》等文件。1999年,我国计量科学研究院经国家质量技术监督局批准,发布了《JJF1059—1999 测量不确定度评定与表示》的中国国家计量技术规范,明确提出了测量结果的最终形式要用不确定度进行评定与表示,从此不确定度的使用在我国进入了推广阶段。

目前,不确定度在实验结果评定中的应用已经很普遍,尤其在物理实验中,各高校都有不同程度的应用。但由于各种法规性文件不是只针对物理实验制定的,在适用物理实验中还要进行具体细化,而目前使用的教材和参考资料中关于不确定度的评定和测量结果的评价说法也不尽统一,所以本教材只介绍当前得到公认的、对物理实验比较适用的、操作性较强的不确定度评定与表示方法,其中进行了一定程度的简化。

### 1.2.2 不确定度的表示与分类

在《JJF1059—1999 测量不确定度评定与表示》中将不确定度定义为“表征合理地赋予被测量之值的分散性、与测量结果相联系的参数”。具体地说,测量不确定度是测量结果必须具有的、表征测量结果分散程度的一个参数,它表示由于测量误差的存在而使测量值偏离真值的不确定程度。不确定度给出了一个取值范围,而被测量的真值将以一定的概率(如  $P = 68.3\%$ )被包含在这一范围内。

不确定度的表示方法有多种。为了与误差符号进行区别,本教材中采用不确定度(uncertainty)的英文开头字母  $u$  表示。例如,对某一物理量  $x$ ,它的不确定度表示为  $u(x)$ 。

参照相对误差的定义,将相对不确定度定义为:

$$u_r(x) = \frac{u(x)}{x} \times 100\% \quad (1-2-1)$$

测量不确定度的来源较复杂,一般包含多个分量。按照数值评定的方法,可分为两类。

- 1) A类不确定度 采用统计分析方法评定的不确定度分量,用  $u_A(x)$  表示。
- 2) B类不确定度 采用其他(非统计分析)方法评定的不确定度分量,用  $u_B(x)$  表示。

### 1.2.3 直接测量不确定度的评定

#### 一、多次直接测量的不确定度评定

##### 1. A类不确定度 $u_A(x)$

对于多次重复测量,用平均值  $\bar{x}$  表示测量结果,则用平均值的标准偏差表征测量的 A 类不确定度,即



$$u_A(x) = S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-2-2)$$

在实际测量中,有时不能保证测量次数足够多,这样用  $S(\bar{x})$  评定结果就会有一定的偏差,置信区间  $[\bar{x} - S(\bar{x}), \bar{x} + S(\bar{x})]$  的置信概率不再是  $P$ ,于是要进行修正。根据误差理论,统计量  $\frac{\bar{x} - X}{S(\bar{x})}$  服从  $t$  分布,该分布提供一个系数  $t_p$ ,称为  $t$  因子。用  $t$  因子乘以平均值的标准偏差  $S(\bar{x})$ ,得到一个新的置信区间  $x = \bar{x} \pm t_p S(\bar{x})$ ,这样保证置信区间  $[\bar{x} - t_p S(\bar{x}), \bar{x} + t_p S(\bar{x})]$  的置信概率仍为  $P$ ,则多次测量的 A 类不确定度的表示为:

$$u_A(x) = t_p S(\bar{x}) = t_p \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-2-3)$$

表 1-2-2 列出了不同置信概率和测量次数对应的  $t$  因子的值。

表 1-2-1  $t$  因子表

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$t_{0.683}$	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05
$t_{0.954}$	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23
$t_{0.997}$	9.92	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	3.17

从表 1-2-1 可以看出,当测量次数为 5 次以上时,对应置信概率为 68.3% 的  $t$  因子

$$t_{0.683} \approx 1$$

所以,在物理实验测量中,若无特殊说明或测量次数不是很少,一般认为  $t_{0.683} = 1$ ,因此在不确定度的评定中不出现  $t$  因子这一项,即常用的是式(1-2-2)。

## 2. B 类不确定度 $u_B(x)$

### (1) 仪器的误差限和灵敏阈

由于仪器自身的原理、结构、工艺上的不完善和测量环境的影响,测量过程中仪器产生的误差客观存在。每次测量时仪器误差不可能确切获知,但从一定条件下所做的多次等精度测量看出,仪器误差不会超过一定限值,即误差的有界性。仪器误差限是指在规定(计量检定)条件下仪器所具有的允许误差范围,用  $\Delta_{ix}$  表示。仪器误差限是物理实验教学中的一种简化的表示,一般取仪表、量具的示值误差或允许误差,可以参照国家标准规定的计量仪表、器具的准确度等级或允许误差范围得出,或者由生产厂家标定,有的由实验者(指导教师)根据实验的具体情况约定。表 1-2-2 给出了物理实验中一些常用仪器的允许误差限和示值误差限。

表 1-2-2 常用仪器的允许误差限和示值误差限  $\Delta_{ix}$

仪器名称	误差限	备注(参数或等级)
游标卡尺	0.1 mm	分度值 0.1 mm
	0.05 mm	分度值 0.05 mm
	0.02 mm	分度值 0.02 mm