科學圖書大庫

情報概論與應用

譯者 陳耀茂 郭友義

徐氏基金會出版

我們的工作目標

文明的進度，因素很多，而科學居其首。科學知識與技術的傳播，是提高工業生產、改善生活環境的主動力。在整個社會長期發展上，乃對人類未來世代的投資。從事科學研究與科學教育者，自應各就專長，竭智盡力，發揮偉大功能，共使科學飛躍進展，同將人類的生活，帶進更幸福、更完善之境界。

近三十年來，科學急遽發展之收穫，已超越以往多年累積之成果。昔之認爲若幻想者，今多已成爲事實。人類一再親履月球，是各種科學綜合建樹與科學家精誠合作的貢獻，誠令人無限興奮！時代日新又新，如何推動科學教育，有效造就科學人才，促進科學研究與發展，允爲社會、國家的基本使命。培養人才，起自中學階段，此時學生對基礎科學，如物理、數學、生物、化學，已有接觸。及至大專院校專科教育開始後，則有賴於師資與圖書的指導啓發，始能爲蔚爲大器。而從事科學研究與科學教育的學者，志在貢獻研究成果與啓導後學，旨趣崇高，彌足欽佩！

本基金會係由徐銘信氏捐資創辦；旨在協助國家發展科學知識與技術，促進民生樂利，民國四十五年四月成立於美國紐約。初由旅美學人胡適博士、程其保博士等，甄選國內大學理工科優秀畢業生出國深造，前後達四十人，惜學成返國服務者十不得一。另曾贈送國內數所大學儀器設備，輔助教學，尙有微效；然審情度理，仍嫌未能普及，遂再邀請國內外權威學者，設置科學圖書編譯委員會，主持「科學圖書大庫」編譯事宜。以主任委員徐銘信氏爲監修人，編譯委員林碧鏗氏爲編輯人，各編譯委員擔任分組審查及校閱工作。「科學圖書大庫」首期擬定二千種，凡四億言。門分類別，細大不捐；分爲叢書，合則大庫。爲欲達成此一目標，除編譯委員外，本會另聘從事

翻譯之學者五百餘位，於英、德、法、日文出版物中精選最近出版之基本或實用科技名著，譯成中文，供給各級學校在校學生及社會大衆閱讀，內容嚴求深入淺出，圖文並茂。幸賴各學科之專家學者，於公私兩忙中，慨然撥冗贊助，譯著圖書，感人至深。其旅居國外者，亦有感於爲國人譯著，助益青年求知，遠勝於短期返國講學，遂不計稿酬多寡，費時又多，迢迢乎千萬里，書稿郵航交遞，其報國熱忱，思源固本，至足欽仰！

今科學圖書大庫已出版一千餘種，都二億八千餘萬言；尚在排印中者，約數百種，本會自當依照原訂目標，賡續進行，以達成科學報國之宏願。

本會出版之書籍，除質量並重外，並致力於時效之爭取，舉凡國外科學名著，初版發行半年之內，本會卽擬參酌國內需要，選擇一部份譯成中文本發行，惟欲實現此目標，端賴各方面之大力贊助，始克有濟。

茲特掬誠呼籲：

自由中國大專院校之教授，研究機構之專家、學者，與從事工業建設之工程師；

旅居海外從事教育與研究之學人、留學生；

大專院校及研究機構退休之教授、專家、學者

主動地精選最新、最佳外文科學名著，或個別參與譯校，或就多年研究成果，分科撰著成書，公之於世。本基金會自當運用基金，並藉優良出版系統，善任傳播科學種子之媒介。尙祈各界專家學人，共襄盛舉是禱！

徐氏基金會　敬啓

中華民國六十四年九月

序　　言

於情報傳達之際，情報理論所研究的重點是在於情報量的把握，而不是情報所含的本質內容。此如同我們對於外界的刺激是由無數的末梢神經獲取感受情報。如果僅是由一個一個的末梢神經，則對外界的刺激是無法完全感受出來的。所以量的把握，換句話說是有統計性質的。

情報理論的根本思想對作業研究而言也是極富趣味的。譬如以大衆傳播、販賣的問題來說，廠家對大衆，企業對大衆的情報傳達均屬之。不管對廠家或是對企業，情報傳達的對象不限於特定的個人，而是大衆。大衆是由衆人集合而成，將個個人的神經當作是末梢神經，則大衆可視爲巨人。而且此巨人因未帶有中樞神經，所以有可能會發生精神分裂的行動。若不將巨人的行動作量的、統計性的，巨視的觀察，是無法控制行動的。一如巨人的大衆如何從廠家或企業家接受情報？又大衆的反作用行動或在販賣裡的購買活動又如何展開？此若完全不依照量的情報傳達是無法獲知的。

本書爲日本科學技術連盟所出版的一套叢書之一，爲當代日本情報理論專家國澤清典博士所編，內容平易誠爲了解情報理論的最佳入門書。本書內容共分五章，包括有簡單的機率概念，不實度，情報量，多因子情報路，作業研究的應用等。

譯者匆促成書，所譯不是之處，在所難免，還盼先進專家不吝指正，至爲感謝。

陳耀茂・郭友義　於台北

目　　錄

附 表

第一章　漫談機率

1—1　機率的概念

我們常常會聽到像這樣的談話：「今天好像會下雨的樣子」，「颱風好像快要來似的」，「某人歌唱比賽可能會贏哦！」等等，在這些話裡面，隱含著一種特徵，均對其結論未能有十分的自信。機率論的目的就是在研究這種未能確定的問題事象發生的可能性。例如當我們聽到「今天有80%的可能會下雨」時，我們可想像得知，此乃基於過去的經驗，在過去與今日有相同氣候的100日之間，加以平均大約有80日在下雨。可是這並不一定指正好下80日的雨，有時候下78日，79日，81日，82日的情形均有可能發生。我們可以說每抽樣100日近乎有80日都是下著雨。當然這是以80日爲中心，前後多少加以變動，不過大致上80日這數字是比較安定而可靠的。

此類的例子，實在不勝枚舉，像某工場裡，在給予的生產條件下，假設生產不良率3%的製品。此即意味著如下的意義：在給予的生產條件下，抽取100個產品，將其加以平均，大約有3個不良品，剩餘的可以說是良品，當然，每100個產品裡，2個不良品的情形並非沒有。可能有0個的情形，也可能有1個，2個，3個，4個，……的情形。但是若生產條件不變，多次抽樣所得之不良率，大致上顯得較爲安定。此外，如機器所發生的故障數，調車場上的到達車輛數，都市裡所發生的交通事故數等等，這些例子裡，在所給予的條件下，大量加以觀察，這些事象發生之次數約略顯出一定之值來。雖然偶爾也有顯著脫離一定值之情形，然而這些總是少之又少的。

在某調車場上，對到達線上之到達車輛，抽取100輛，加以平均，發現往A車站的車輛數有30輛，這可說在此調車場到達線上之車輛往A車站出現的機率爲0.3（即30%）。一般而言，所謂事象的機率，即以數字來說明出現事象的情形。在相同之條件下，對某現象大量加以觀察之結果，可以了解某特定事象（例如往A車站的車輛）出現多少之情形。然後將其除以觀察個數所得之比（即特定事象的百分率）稱爲該事象的機率。在此種情形下

繼續不斷地進行觀察一事象（在相同之條件下），是非常重要的。由於重覆進行觀察，知事象A 在N 次之中出現n 次，又當N 十分大時，事象A 的機率規定爲 $P(A)=\frac{n}{N}$，通常將事象A 之機率以 P（A）記號表示。

1—2 機率的加法定理

對於機率的運算，有一相當重要的規則，卽加法定理。在某工場裡某種機器故障事故的發生數，一天內有0 台，1 台，2 台，3 台，或4 台，每日不同，且知除此所列故障數外不會再有其他數發生。依過去的經驗，這些出現之機率分別是，0 台的情形爲 0.24，1 台的情形爲 0.17，2 台的情形爲 0.34，3 台的情形爲 0.20，4 台的情形爲 0.05，則一日之間發生 3 台以上事故的機率又有多少？

回答此問題相當簡單，所謂發生 3 台故障之機率爲 0.20卽若取 100 日進行觀察時，有 20 日發生 3 台之故障事故，又所謂發生 4 台故障之機率爲 0.05，卽 100 日之中，有 5 日發生 4 台之故障事故，故 3 台以上之故障事故，發生日數在 100 日之中有 20 日＋ 5 日＝ 25 日，其機率成爲 25/100＝0.25。

因此

$$\frac{20}{100}+\frac{5}{100}=\frac{25}{100}$$

卽

$$0.20+0.05=0.25$$

知發生 3 台以上事故之機率爲發生 3 台事故之機率與 4 台事故之機率和。

一般而言，由於大量觀察的結果，若N 次之中假定：

發生 A_1 的次數爲 n_1 次

A_2 〃 n_2 〃

A_3 〃 n_3 〃

……………………

亦卽

事象 A_1 之機率爲 n_1 / N

A_2 〃 n_2 / N

A_3 〃 n_3 / N

…………………………

但此種情形，是假定即使將A_1，A_2，A_3……各種事象加以任何組合也不會有同時出現之情形（此事象即稱爲A_1，A_2，A_3……彼此互斥）。今此問題之中的事項爲A_1或A_2或A_3，或…的情形，因此祇要將這些事象之每一者加以觀察即可，此即N次之中觀察$n_1+n_2+n_3+$……次，故所求之機率爲

$$\frac{n_1+n_2+n_3+\cdots}{N}=\frac{n_1}{N}+\frac{n_2}{N}+\frac{n_3}{N}+\cdots\cdots$$

以記號表示時成爲

$$P(A_1\cup A_2\cup A_3\cup\cdots\cdots)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)+\cdots\cdots$$

此即加法定理。此時應注意事象爲符號邏輯的聯集。玆再順便說明交集的情形。將A_1，A_2，A_3及……之事象以

$$A_1\cap A_2\cap A_3\cap\cdots\cdots$$

表示，此即爲符號邏輯的交集情形

1—3 事象的完全系

當我們買獎券時，獎券有中獎獎券與不中獎獎券兩種，兩者之中必然僅出現一種，中獎獎券若爲 10 枚之中出現 1 枚的比率時，剩餘的 9 枚則爲不中獎獎券。而其個別機率之和爲

$$\frac{1}{10}+\frac{9}{10}=1$$

右邊 1 之意義爲有 100 ％實現可能之謂。以前例來說，乃說明中獎獎券，或不中獎獎券之中，必然出現兩者中之一者，如此分出 2 種事象A_1與A_2，若A_1的否定爲A_2時則稱爲A_1，A_2互相成爲互斥事象。即$P(A_1)+P(A_2)=1$。推廣言之，n 個事象A_1，A_2……，A_n彼此爲互斥事象時，而且在個個試行之中，假定必然有一者發生，具有如此之性質者稱爲完全系。構成完全系之各事象其機率之和必爲 1 。即

$$\begin{aligned}&P(A_1)+P(A_2)+\cdots\cdots+P(A_n)\\&=P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cdots\cup A_n)\\&=1\end{aligned}$$

所謂完全系，換句話說，即這些事象彼此互斥且其聯集$A_1\cup A_2\cup\cdots\cdots\cup A_n$之機率爲 1 之謂。

1—4 條件機率

某工廠的材料購買部門，欲購買A，B兩種材料。該工廠 70 ％使用A

，30％使用B，又100噸A中平均 83噸向甲廠商訂貨，而100噸B中平均有 63噸向甲廠商訂貨。玆將該工廠使用的材料中抽取100噸，知向甲廠商訂貨的材料平均爲 77 噸，因爲 $70\times0.83+30\times0.63=77$ 此爲工廠裡所使用之材料100噸中有 70噸爲A， 30噸爲B， 70噸中有 83 ％向甲廠商訂貨， 30噸中有 63 ％向甲廠商訂貨。可是，在A中向甲廠商訂貨之機率則爲 $\frac{83}{100}=0.83$。

亦即，不加任何條件，向甲廠商訂貨之機率爲0.77，而在A條件之下，向甲廠商訂貨之機率則爲 0.83 ，稱此爲條件機率。前者不加條件，其考慮機率之情形與條件機率不同，爲了加以區別稱前者之機率爲絕對機率。爲了表示條件機率，設

C……表甲廠商貨品之事象。

A……表材料A之事象。

則A事象之條件機率爲

$P(C/A)=0.83$

對此，C的機率（絕對機率）爲 $P(C)=0.77$ 。

1—5　機率的乘法定理

今仍以前節相同之例題來考察之。在工廠裡使用A材料的機率爲

$$P(A)=\frac{70}{100}=0.7$$

又A與C同時出現的機率，即爲材料A而且爲甲廠商貨品的機率，因材料100噸之中有 70 噸爲材料A，其中有 83 ％爲甲廠商貨品，故成爲

$$P(AC)=\frac{70\times0.83}{100}=0.581$$

$$=\frac{70}{100}\times\frac{83}{100}$$

$$=P(A)\cdot P(C/A)$$

此即乘法定理。即A與C同時出現的機率爲A之出現機率與在A之條件下出現C之條件機率之積。

$$P(AC)=P(A)\cdot P(C/A)$$

所以，條件機率可寫成

$$P(C/A)=\frac{P(A)}{P(AC)}$$

一般而言，若每n次的試行（Trial）之中發生m次之A事象，且若發生事象A之每m次試行之中發生1次之C事象時，則平均每n次試行有1次同時發生事象A與C，此即

$$P(A)=\frac{m}{n} \qquad P(C/A)=\frac{1}{m}$$

$$P(AC)=\frac{1}{n}=\frac{m}{n}\cdot\frac{1}{m}=P(A)\cdot P(C/A)$$

1—6　獨立事象

在兩者完全不相關的工廠裡，其事故發生數，在第一工廠裡100日之中有8件，在第二工廠裡100日之中有5件。今100日之中，兩工廠同時發生事故的日數平均有幾日？

今以A表示第一工廠某一天發生之事故，並以B表示第二工廠發生之事故。因爲P(AB)，所以應用乘法定理成爲

$$P(AB)=P(A)P(B/A)$$

此種情形裡，很明顯P(A)＝0.08，但P(B/A)在此種情形裡其值爲何？依定義，其意爲在第一工廠某一天發生事故的條件下，第二工廠也發生事故之機率。可是事象B之機率即第二工廠發生事故，此與第一工廠發生或不發生事故無關，所以

$$P(B/A)=P(B)=0.05$$

因此

$$P(AB)=P(A)P(B)=0.08\times0.05=0.004$$

是故B之機率，並不因加入事象A之條件而有所改變，事象B與事象A謂之獨立。若事象B與事象A爲獨立時，則我們亦可容易說明事象A與事象B爲獨立。實際上若

$$P(B/A)=P(B)$$

因爲

$$P(AB)=P(A)P(B)=P(B)P(A/B)$$

所以

$$P(A)=P(A/B)\text{。}$$

此能推廣到3個或3個以上的獨立事象，例如今有3個獨立事象A，B，C

，若其中任一事象發生之機率與其他兩者事象之發生與否毫無關係時，則成立如下關係。

因為事象A，B與C獨立，所以

$$P(ABC)=P(AB)P(C)$$

又因A與B獨立，所以$P(AB)=P(A)P(B)$，是故

$$P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$$

一般而言，任意數個之獨立事象其同時發生之機率為這些個別事象發生之機率的乘積。

【例】 某工廠使用5台獨立的機器，機器在一小時之間不發生故障之機率如下：第一台為0.9，第二台0.8，第三台0.7，第四台0.6，第五台0.5；求一小時之間任一機器均不發生故障之機率。

【解】 因機器互相獨立運轉，故所求之機率為

$$0.9\times 0.8\times 0.7\times 0.6\times 0.5=0.01512$$

1—7 全機率的公式

設有四種書籍A，B，C，D，分別以96%，1%，2%，1%，之比率，隨機（Random）混合堆積於書桌上。此類書籍之中不需要的在A中佔50%，B中佔15%，C中佔20%，D中佔5%，今從書桌上隨機抽取一種書籍，求其為不需要之書籍之機率。

首先，事象K表不需要之書籍，則從問題的假定知

$$P(K/A)=0.50\quad,\quad P(K/B)=0.15$$

$$P(K/C)=0.20\quad,\quad P(K/D)=0.05$$

我們的目的是求$P(K)$，今將不需要之書籍加以分類為

KA …………為A且K

KB …………… B 〃

KC ………… C 〃

KD ………… D 〃

因為K須在上列四種事象之中，出現一種而且僅出現一種，所以

$$P(K)=P(KA)+P(KB)+P(KC)+P(KD)$$

又依乘法定理

$$P(KA)=P(A)P(K/A)$$

$$P(KB)=P(B)P(K/B)$$

$$P(KC)=P(C)P(K/C)$$

$P(KD)=P(D)P(K/D)$

代入上式得

$$P(K)=P(A)P(K/A)+P(B)P(K/B)+P(C)P(K/C)$$
$$+P(D)P(K/D)$$

以數值代入得

$P(K)=0.486$

從此例，導出如下重要之一般法則。依某試行，設所生成之事象系 A_1，A_2……，A_n，形成完全系時，K 設爲任意事項，則下式恆成立

$$P(K)=P(A_1)P(K/A_1)+P(A_2)P(K/A_2)+\cdots+P(A_n)P(K/A_n)$$

此公式稱爲全機率公式。

1—8　Bayes 定理

某試行的結果，所發生的事象系列爲 A_1，A_2，……A_n，設K 表任意事象，若事象系列形成完全時，依乘法定理知

$$P(A_iK)=P(A_i)P(K/A_i)$$
$$=P(K)P(A_i/K) \qquad i=1，2，\cdots，n$$

所以

$$P(A_i/K)=\frac{P(A_i)P(K/A_i)}{P(K)}$$

$$i=1，2，\cdots，n$$

用全機率公式代入，得

$$P(A_i/K)=\frac{P(A_i)P(K/A_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(A_j)P(K/A_j)}$$

此即稱爲Bayes 定理，此定理所含之意義，以下例說明之。

【例】　某工廠裡之機器經一定期間使用之後，均須對某機器裡之零件實施更換，通常零件故障發生率爲 4 %。又在決定更換期間裡，零件發生故障其更換率爲 98 %，不是因故障發生而更換零件之比率設爲 5 %。在如此之檢查法則裡，未更換過之零件實際上發生故障之機率有多少？

【解】　爲解答此問題須導入如下符號：

A_1……表零件發生故障。

A_2……表零件不發生故障。

依假定，其機率爲

$$P(A_1)=0.04 \quad , \quad P(A_2)=0.96$$

又設

K……表不取換零件

依題意

$$P(K/A_1)=0.02$$
$$P(K/A_2)=0.95$$

所以依Bayes 定理

P

$$P(A_1/K)=\frac{P(A_1)\,P(K/A_1)}{P(A_1)\,P(K/A_1)+P(A_2)\,P(K/A_2)}$$
$$=\frac{0.04\times 0.02}{0.04\times 0.02+0.96\times 0.95}=0.00087$$

依此結果來看，實施上列的更換方式，未更換過之零件發生故障，可以說1000次中找不到1次。

【例】 機器A，B，C，生產螺釘，其生產率分別爲全體的 25%，35%，45%，又這些生產品之中其不良率分別爲5%，4%，2%，今任意抽出一支不良螺釘，問該不良螺釘分別從機器A，B，C，生產出來之機率各若干？

【解】 首先設

A……表螺釘從機器A生產出來之事象

B…… 〃 〃 B 〃

C…… 〃 〃 C 〃

K……螺釘爲不良品之事象

依題意

$$P(A)=0.25 \quad P(B)=0.35 \quad P(C)=0.40$$
$$P(K/A)=0.05 \quad P(K/B)=0.04 \quad P(K/C)=0.02$$

利用Bayes 定理得

$$P(A/K)=\frac{P(A)\,P(K/A)}{P(A)\,P(K/A)+P(B)\,P(K/B)+P(C)\,P(K/C)}$$
$$=\frac{0.25\times 0.05}{0.25\times 0.05+0.35\times 0.04+0.40\times 0.02}$$

$$= \frac{25}{69}$$

$$P(B/K) = \frac{0.35 \times 0.04}{0.25 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.40 \times 0.02}$$

$$= \frac{28}{69}$$

$$P(C/K) = \frac{P(C)P(K/C)}{P(A)P(K/A) + P(B)P(K/B) + P(C)P(K/C)}$$

$$= \frac{0.40 \times 0.02}{0.25 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.40 \times 0.02}$$

$$= \frac{16}{69}$$

1—9　二項分配

某大倉庫裡，每天都有大量的行李存入倉庫。假定行李之間沒有任何關連。且行李的重量平均在4公斤以下的有75％，在4公斤以上的有25％；今任意出3件行李，求2件比4公斤輕，1件比4公斤重的機率。

A……表抽出之行李比4公斤輕之事象
B……　〃　〃　重　〃

$P(A) = \frac{3}{4}$　，　$P(B) = \frac{1}{4}$

今以AAB之記號表示開始兩次抽出的爲A，第三次爲B。此外BBA，ABA，……的符號可同理推知。今問題是求3件之中有2件比4公斤輕，1件比4公斤重之事象（此以C表之）的機率。此事之發生必在如下之事象中，即

AAB　，　ABA　，　BAA，

因爲3個事象彼此互斥，所以依加法定理

$$P(C) = P(AAB) + P(ABA) + P(BAA)$$

從上式右邊第一項來看，AAB可以想成互爲獨立事象，所以

$$P(AAB) = P(A)P(A)P(B)$$

$$= (\frac{3}{4})^2 (\frac{1}{4}) = \frac{9}{64}$$

同理上式之第 2 項，第 3 項，均同爲 $\frac{9}{64}$ ，故

$$P(C) = 3 \times \frac{9}{64} = \frac{27}{64}$$

此問題中最重要者爲反覆試行的觀念。每一試行，有 2 種事象A 或B 出現的可能性。抽取 3 個，甚而抽取 4 個，5 個……均爲A 或B 兩事象重覆出現。在此種情形下，若隨機抽樣時，各回之事象則成爲獨立事象之系列。

此處我們將介紹一種數學模式。此模式之想法非常重要，而且有相當廣泛之應用價值。

在每一試行裡，所出現的不外乎A 或B 。A 及B 之出現機率，在該試行之前不依A ，B 出現之情形有所影響，同時，在該試行之後，也與所生之結果無關。也就是說形成獨立事象之系列裡，A 與B 之出現機率不依試行次序而變。

假定重覆進行試行得出

AABABBABAABB

之系列時，不管第幾次試行之A 或B ，其出現之機率爲一定

即 $P(A) = p$ ， $P(B) = q$ $(p + q = 1)$

如此所得之系列稱爲Bernoulli系列。又像投擲骰子，出現一點之事象設爲A ，一點以外之事象設爲B ，當繼續不斷投擲骰子亦可得出Bernoulli系列。又在堆積如山的製品中隨機抽取一物，爲良品者設爲 0 ，不良品者設爲 1 ，如此繼續進行抽取，亦可得出以 0 ， 1 ，所形成之Bernoulli系列。當然此時製品的堆積數目需要很大才行。亦即當一個一個的抽出之際， 0 出現之機率與 1 出現之機率幾乎沒有不同時，如此所得之系列即可稱爲Bernoulli 系列。如上所述，所抽出之製品不再放回原來的堆積裡（稱此法爲非置還抽出法）時，嚴格來說， 0 及 1 之出現機率隨著抽出次數而有所變化，但當製品的儲存數目愈大時，則其變化可以忽略。如果所抽出之製品再放回原來之堆積裡，再同樣隨機抽出，如此重覆之抽出方法（置還抽出法），其與製品的堆積大小無關，經常可得出Bernoulli的試行系列。下面有一重要的問題。

於Bernoulli 系列裡，抽出首n 個，其中發生A 有k 次，B 有（n －k ）