



数独联盟

益智中国
联动世界

■ 中国数独锦标赛指定用书

■ 世界谜题联合会推荐普及读物

世界谜题联合会
WORLD PUZZLE FEDERATION

数独高级教程

SUDOKU

数独联盟 编

			9					2
		5					8	
	1					6		
3	5	7	8	1	4			
4					7			
8			2	9				4
	4				2		1	
		3			6	9		
			5	8	3			



科学普及出版社

SUDOKU

中国数独锦标赛指定用书
世界谜题联合会推荐普及读物

数独高级教程

数独联盟 编

科学普及出版社

· 北 京 ·

图书在版编目(CIP)数据

数独高级教程 / 数独联盟编. —北京:科学普及出版社,
2008.9

ISBN 978 - 7 - 110 - 06941 - 7

I. 数… II. 数… III. 智力游戏—教材 IV. G898.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 137195 号

自 2006 年 4 月起本社图书封面均贴有防伪标志,未贴防伪标志的为盗版图书。

责任编辑 郑洪炜 陈 君 李 剑

封面设计 数独联盟

责任校对 刘红岩

责任印制 王 沛

科学普及出版社出版

北京市海淀区中关村南大街 16 号 邮政编码:100081

电话:010-62103210 传真:010-62183872

<http://www.kjbooks.com.cn>

科学普及出版社发行部发行

北京凯鑫彩色印刷有限公司印刷

*

开本:850 毫米×1168 毫米 1/32 印张:4.75 字数:100 千字

2008 年 9 月第 1 版 2008 年 9 月第 1 次印刷

印数:1—5000 册 定价:18.00 元

ISBN 978 - 7 - 110 - 06941 - 7/G · 3050

(凡购买本社的图书,如有缺页、倒页、
脱页者,本社发行部负责调换)

数独联盟编辑委员会

主 编 孙淑萍
编 委 谢金伯 李 莹
编 辑 孙国臣 王晓枫 肖 凡 焦宜珍
版式设计 赵维伟 李卓阳

序

在知识获取变得易如反掌的时代,被快节奏、高强度的工作和生活包围的我们,什么生活才是纯粹的生活?什么运动能够让我们凝神静气、缓解压力?这绝对是数独。数独运动为数独爱好者提供了一道丰盛的文化大餐,通过数独联盟的普及和推广,为人们开创了一种新颖的智力休闲生活方式,这种生活方式逐渐成为被广大群众追捧的时尚。

在广大数独爱好者热切的期盼中,这册《数独高级教程》与大家见面了。与数独联盟出版的《数独初级教程》相比,高级教程在给大家提供一种新解题思路的同时,也把解题难度提升到一个新的高度。《数独初级教程》中讲解的直观法适用于解答普通难度级别的数独题目,而这册高级教程中讲解的候选数法,是直观解题法的一个补充,同时适合解决难度较高的数独题目。

数独联盟作为世界谜题联合会(World Puzzle Federation, WPF)中国唯一会员单位,致力于中国数独的发展及与国际数独领域的接轨。数独联盟通过举办多形式的赛事与活动,实现了数独在国内的普及和推广,已经有越来越多的中国人开始接触、掌握继而喜欢上这项数字谜题,并涌现出一批从事数独技巧传播与数独理论研究的爱好者。

作为中国数独事业的领军机构,数独联盟鼓励国内的爱好者从各个角度对数独进行不断探索,我们也希望

爱好者们能够在解题技巧、理论研究等方面有所突破与创新。数独联盟联合中国科学院数学研究院有关专家，以科学、严谨的态度引导数独走向一个新的发展高度。

数独不仅仅是一种智力谜题。开发智力、解压消闲、延缓衰老只是数独的部分功能，数独运动作为一种崭新的智力休闲生活方式，让人们在脑筋激荡中梳理自己的思绪，在繁忙的工作生活中寻找一片静谧的空间，这才是数独运动的真谛，也是我们最大的愿望。

数独联盟会长 孙淑萍

2008年6月1日于北京

前 言

数独是一种数字类的谜题，解题过程需要用到逻辑推理方法。数独填数的基本规则是：每个数字在规定区域中均不重复。

数独解题的方法大体分为两类，一类是直观法；一类是候选数法。在《数独初级教程》中，我们将直观法作为教程的讲授核心，它所涉及的技巧比较常用且难度适中，对于刚入门的数独爱好者来说非常容易接受。掌握了直观法就可以解答目前大多数报纸、杂志上刊登的数独题，直观法是数独联盟段位评定考核初级段位（1—3）选手所需掌握的基本解题技巧。候选数法涉及的解题技巧难度相对较高，比较适合于已经熟练掌握直观法或者希望向获得更高水平努力的数独爱好者作考段学习之用，而与候选数法相对应的段位等级是中、高级段位（4—7），因此我们将候选数法的相关内容放在高级教程中进行讲授，以配合相应的段位考核。

候选数法就是利用候选数经过一系列逻辑判断，排除掉不可能的候选数达到解题的目的。通过候选数法可以解决很多直观解法解不了的难题，但候选数法运用的过程比较复杂，需要全盘标注候选数。所以在解题的过程中通常是交替使用两种方法，直观法解不了的情况就运用候选数法，把题目的难点突破后再使用直观法快速解题。

直观解题的几种方法运用候选数法的思路同样可行，只不过按照这种思路就把简单的问题复杂化了，候选数法的某些技巧确实和直观法有一些重合的部分，但考虑的思路却截然不同，直观法无法解答的时候就是候选数法真正登场的时刻了。一道数独题目在直观无解的时候，第一步需要全盘标注候选数，通过观察分析候选数间的逻辑关系，逐步排除候选数，以达到确定所有单元格内唯一解的过程。候选数法和直观法的一个重大区别在于前者每一步

排除一些候选数,可能需要很多步才可以确定一个未知数字;而后者每一步都可以确定一个未知数字。

在本书中,我们将技巧细分为十五个章节,由原理总述、技巧示意、经验心得、例题详解等内容组成,通过由浅入深、由易到难的形式将这些实用技巧全部教授给大家。

候选数法的分支十分庞杂,很难面面俱到,本书精心挑选最常用,最实用的 14 种方法详细讲述,这些方法形成了一个完整的体系,掌握该技巧体系后,绝大多数的数独题目都可以迎刃而解。

本教程编写过程中,中国科学院数学研究院相关专家及参加 2008 年世界数独锦标赛的选手参与了资料收集、审校以及其他许多技术工作,在此一并致谢。

由于编写时间短促,匆忙脱稿,书中缺点和不妥之处尚希广大读者不吝指正。

数独联盟

2008 年 8 月

目 录

序 前 言

总 章	1
第 1 章 显性唯一解法	5
第 2 章 隐性唯一解法	7
第 3 章 区块删减法	9
第 4 章 显性数对删减法	12
第 5 章 隐性数对删减法	14
第 6 章 显性数组(三数)删减法	17
第 7 章 隐性数组(三数)删减法	19
第 8 章 矩形删减法	22
第 9 章 三链列(行)删减法	25
第 10 章 xy 翼删减法	29
第 11 章 xyz 翼删减法	32
第 12 章 数对矩形删减法	34
第 13 章 链接基础	41
第 14 章 单数链删减法	45
第 15 章 多数链删减法	49
第 16 章 候选数法综合运用解题讲解	52
练习题题库	66
练习题答案	116



总 章

一、数独及分类

1. 数独:在一个包含一定单元格的区域内,根据题目类型给定的规则,通过已知数字推理出剩余未知数字的一类数字谜题。数独按照条件、规则可以分为:标准数独、变形数独。

2. 标准数独:宫的形状为矩形,规则只限于每一行、每一列、每一宫中所包含数字不重复的数独。标准数独按照填写数字的个数可以分为:4字标准数独、6字标准数独、9字标准数独、16字标准数独、25字标准数独等。其中,9字标准数独最为常见,在通常情况下,没有强调字数的标准数独指的就是9字标准数独。

3. 变形数独:宫的形状不为矩形或在行规则、列规则、宫规则以外,再附加其他条件的数独。常见的类型包括:不规则数独、对角线数独、连体数独、杀手数独等。

二、标准数独的元素

4. 单元格:数独中的最小方格,一个单元格对应一个数字。9字标准数独中的单元格排列成 9×9 的方阵,根据位置的不同可以表述为D3、E5等。

5. 行:数独中一组横向排列单元格的集合。9字标准数独中包含9个行,从上至下分别表述为:A行、B行、C行、D行、E行、F行、G行、H行、I行。

6. 列:数独中一组纵向排列单元格的集合。9字标准数独中包含9个列,从左到右分别表述为:1列、2列、3列、4列、5列、6列、7列、8列、9列。

7. 宫:数独中用粗线框出的一组单元格的集合。9字标准数独中包含9个宫,每个宫包含 3×3 共9个单元格,按照左上、



中上、右上、左中、中央、右中、左下、中下、右下的位置分别表述为：一宫、二宫、三宫、四宫、五宫、六宫、七宫、八宫、九宫。

8. 区：数独中填写一组规定数字的单元格的集合。行、列和宫都是区的一种表现形式，9 字标准数独共包含 27 个区，具体表现为：9 个行、9 个列和 9 个宫。

9. 区块：数独中某一行与某一宫或某一列与某一宫相交重合的单元格的集合。在 9 字标准数独中，一个区块包含 3 个连续的单元格。

10. 数独元素示意图：

	1 列	2 列	3 列	4 列	5 列	6 列	7 列	8 列	9 列
A 行				单元格					
B 行	一		宫	二		宫	三		宫
C 行							区		区块
D 行									
E 行	四		宫	五		宫	六		宫
F 行									
G 行		单元格						区	
H 行	七		宫	八		宫	九		宫
I 行									

11. 已知数：数独中一个单元格内已经给定的数字。

12. 未知数：数独中一个单元格内需要填写的数字。





13. 候选数:数独中一个单元格内有可能填写的数字。

三、标准数独的规则

14. 行规则:数独中的每一行所包含的数字不能重复,9 字标准数独中每一行的数字为 1 到 9。

15. 列规则:数独中的每一列所包含的数字不能重复,9 字标准数独中每一列的数字为 1 到 9。

16. 宫规则:数独中的每一宫所包含的数字不能重复,9 字标准数独中每一宫的数字为 1 到 9。

四、数独的书面表示符号

17. “=”:表示某个单元格内含有已知数字或者已经推理出来的数字。如: $G3=8$,表示单元格 G3 内已经存在数字 8。

18. “ \rightarrow ”:表示某个单元格内可以填入或者只能填入的数字,单元格与数字的个数相同时“ \rightarrow ”表示“只能填入”,单元格与数字的个数不同时“ \rightarrow ”表示“可以填入”,具体情况分为:

(1)单元格与数字的个数相同:

一个单元格对应一个数字,如: $F5\rightarrow 7$,表示单元格 F5 内只能填入 7。

多个单元格对应多个数字,如: $\{B3, B4, B5\}\rightarrow\{3, 5, 8\}$,表示三个单元格 B3、B4、B5 内只能填写 3、5、8 三个数字,但具体每个单元格内应填入哪个数字并不确定。

(2)单元格与数字的个数不同:

一个单元格对应多个数字,如: $H7\rightarrow\{2, 3\}$,表示单元格 H7 内可以填入 2 或 3。

多个单元格对应一个数字,如: $\{G1, G2, G3\}\rightarrow 8$,表示 8 可以填入单元格 G1、G2、G3 中的某一个格内。

19. “ \neq ”:表示某个单元格内不能填入的数字,如: $A6\neq 4$,表示单元格 A6 内不能填入 4。

20. “{ }”:表示单元格或数字的集合,如: $\{D1, D2, D3\}$ 表示单



元格 D1、D2、D3 的集合, {1,2,5,7} 表示数字 1、2、5、7 的集合。

五、候选数列表

候选数列表:把空白单元格中所有可以填写的候选数全部写出在数独盘面。这是运用候选数解法解数独的第一步骤,也是不可或缺的步骤。

如果出现某数字,要排除掉同区相同的候选数:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	123 456 789	123 456 789	123 456 789	123 45 789	123 456 789	123 456 789	123 456 79	123 456 789	123 456 789
B	123 456 789	123 456 789	123 456 789	123 45 789	123 456 789	123 456 789	123 456 79	123 456 789	123 456 789
C	123 456 789	123 456 789	123 456 789	123 45 789	123 456 789	123 456 789	123 456 79	123 456 789	123 456 789
D	123 45 789	123 45 789	123 45 789	6	123 45 789	123 45 789	123 45 79	123 45 789	123 45 789
E	123 456 789	123 456 789	123 456 789	123 45 789	123 45 789	123 45 789	123 456 79	123 456 789	123 456 789
F	123 456 789	123 456 789	123 456 789	123 45 789	123 45 789	123 45 789	123 456 79	123 456 789	123 456 789
G	123 456 79	123 456 79	123 456 79	123 45 79	123 456 79	123 456 79	8	123 456 79	123 456 79
H	123 456 789	123 456 789	123 456 789	123 45 789	123 456 789	123 456 789	123 456 79	123 456 79	123 456 79
I	123 456 789	123 456 789	123 456 789	123 45 789	123 456 789	123 456 789	123 456 79	123 456 79	123 456 79

上图中 D4=6、G7=8,排除掉 D 行、4 列、五宫中其他单元格的候选数 6;排除掉 G 行、7 列、九宫其他单元格的候选数 8。





第1章 显性唯一解法

一、原理总述

如果某个单元格内只包含一个候选数,那么该单元格内即可确定填入该数字。该方法相当于直观法中的单区唯一解法或多区唯一解法。

由于只剩一个候选数的单元格很容易被看到,并且不需要结合其他单元格进行判断,所以将该方法定义为显性。

二、技巧示意

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A									
B	5	6	7	4	8	9	2	1	3
C									
D									
E	1		8	5	9			6	
F						3			
G				7					
H				2					
I									

图 1-1



由于B行已经出现1、2、3、4、5、6、7、9八个数字,则单元格B5内只剩一个候选数字8,即可确定B5→8;由于E行、4列和五宫已经出现1、2、3、4、6、7、8、9八个数字,则E行、4列和五宫相交的单元格E4内只剩一个候选数字5,即可确定E4→5。见图1-1所示。

三、经验心得

该方法虽然简单、一目了然,但却是通往候选数领域的第一步,可以通过观察候选数转变惯用的直观思维,将观察力与推理能力进一步提升。

四、例题详解

示例:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	589	7	3	158	128	12 58	4	28	6
B	45 68	126	124 568	14 56	3	4	27	278	9
C	468	126	124 68	9	12 68	7	23	5	18
D	367 89	5	167 89	168	4	126 89	36 79	367	7
E	46 79	69	46 79	3	6	569	8	1	2
F	2	13 69	146 89	7	168	16 89	5	346	4
G	679	4	26 79	168	5	168	267	26 78	3
H	1	26	25 67	468	678	3	267	9	45 78
I	35 67	8	567	2	9	6	1	467	457

图 1-2

说明:根据显性唯一解法,图1-2所示情况可直接得出:
D9→7、E5→6、F9→4、I6→6。



第2章 隐性唯一解法

一、原理总述

如果某个单元格里包含的候选数字在该单元格所处的区(行、列或宫)中只出现一次,那么该单元格里即可确定填入该数字。这种方法相当于直观法中的简单排除法或单元排除法。

由于不能孤立地观察某一个单元格内的候选数,需要结合该单元格所在区的所有其他单元格内的候选数进行判断,所以将该方法定义为隐性唯一解法。

二、技巧示意

在三宫中只有 C9 中含有候选数 3,那么该单元格可以直接填入 3,即:C9→3。见图 2-1 所示。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3						$\begin{matrix} 16 \\ 79 \end{matrix}$	5	$\begin{matrix} 16 \\ 79 \end{matrix}$
B				3			$\begin{matrix} 16 \\ 79 \end{matrix}$	2	$\begin{matrix} 16 \\ 79 \end{matrix}$
C							4	8	$\begin{matrix} 1 & 3 & 6 \\ & & 79 \end{matrix}$

图 2-1

三、经验心得

该方法通过观察候选数来确定数字,虽没有简单排除法观察方便,但和显性唯一解法一样属于候选数法的基础技巧,是掌握候选数解法更高级方法的基石,也应熟练掌握。





四、例题详解

示例：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	27	6	$\frac{24}{78}$	147	9	3	5	128	128
B	$\frac{23}{79}$	257	$\frac{23}{57}$	167	12	8	4	$\frac{12}{36}$	$\frac{12}{69}$
C	239	248	1	46	5	246	38	7	$\frac{26}{89}$
D	8	3	$\frac{24}{56}$	45	7	45	1	9	456
E	17	9	457	2	6	145	378	$\frac{34}{58}$	$\frac{45}{78}$
F	167	$\frac{14}{57}$	$\frac{45}{67}$	$\frac{134}{59}$	$\frac{13}{48}$	$\frac{14}{59}$	2	$\frac{345}{68}$	$\frac{456}{78}$
G	$\frac{12}{36}$	12	236	8	$\frac{12}{34}$	7	9	$\frac{12}{45}$	$\frac{12}{45}$
H	4	$\frac{12}{78}$	278	159	12	$\frac{12}{59}$	6	$\frac{12}{58}$	3
I	5	$\frac{12}{78}$	9	$\frac{13}{46}$	$\frac{12}{34}$	$\frac{12}{46}$	78	$\frac{12}{48}$	$\frac{124}{78}$

图 2-2

说明：四宫中只有单元格 D3 内包含候选数字 2，五宫中只有单元格 F5 内包含候选数字 8，所以 D3→2、F5→8。

