



普通物理学

■ 胡炳元 / 主编

上

General
Physics
General
Physics
General
Physics



华东师范大学出版社

普通物理学(上)

主 编 胡炳元

General Physics

华 东 师 范 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

普通物理学(上)/胡炳元主编. —上海:华东师范大学出版社, 2008

ISBN 978 - 7 - 5617 - 6080 - 2

I. 普… II. 胡… III. 普通物理学-高等学校-教材
IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 073993 号

普通物理学(上)

主 编 胡炳元
策 划 高等教育分社
责任编辑 朱建宝
审读编辑 于克明
封面设计 陆 兹

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电话总机 021 - 62450163 转各部门 行政传真 021 - 62572105
客服电话 021 - 62865537(兼传真)
门市(邮购)电话 021 - 62869887
门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 址 www.ecnupress.com.cn

印 刷 者 华东师范大学印刷厂
开 本 787 × 1092 16 开
印 张 17
字 数 341 千字
版 次 2008 年 8 月第 1 版
印 次 2008 年 8 月第 1 次
印 数 5100
书 号 ISBN 978 - 7 - 5617 - 6080 - 2/O · 202
定 价 29.80 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021 - 62865537 联系)

目 录

第一章 牛顿运动定律

§ 1.1 描述质点运动的物理量	1
§ 1.2 质点的曲线运动	9
§ 1.3 力学中常见的几种力	20
§ 1.4 牛顿运动定律	25
§ 1.5 相对性原理 惯性力	35

第二章 功和能 动量

§ 2.1 功和能	45
§ 2.2 动量守恒定律	62

第三章 刚体的定轴转动

§ 3.1 刚体运动的基本形式	83
§ 3.2 刚体的定轴转动定律 转动惯量	90
§ 3.3 刚体转动的动能定理	97
§ 3.4 角动量 角动量守恒定律	101
§ 3.5 刚体平面运动的典型实例	107
§ 3.6 旋进	110

第四章 振动和波动

§ 4.1 简谐振动	118
§ 4.2 简谐振动的合成	130
§ 4.3 阻尼振动、受迫振动和共振	135
§ 4.4 平面简谐波	139
§ 4.5 波的干涉	150
§ 4.6 惠更斯原理 波的衍射现象	158

第五章 狭义相对论力学

§ 5.1 物理定律的变换与不变性	168
§ 5.2 光与光速测量——迈克尔逊-莫雷实验	170
§ 5.3 爱因斯坦假定 洛伦兹变换	172
§ 5.4 同时的相对性	174
§ 5.5 长度收缩	175
§ 5.6 运动时钟变慢	178
§ 5.7 多普勒效应	180
§ 5.8 对动量与能量的新看法	182

第六章 热力学基础

§ 6.1 热力学的基本概念	189
§ 6.2 状态方程	194
§ 6.3 热力学过程 功 热量	198
§ 6.4 热力学第一定律	202
§ 6.5 热容 焓	205
§ 6.6 热力学第一定律的应用	208
§ 6.7 循环过程 卡诺循环	213

第七章 气体分子动理论

§ 7.1 压强与温度的微观解释	222
§ 7.2 能量均分定理	231
§ 7.3 麦克斯韦速率分布律	233
§ 7.4 玻耳兹曼分布律	238
§ 7.5 气体内的输运现象	241

第八章 熵与热力学第二定律

§ 8.1 热力学第二定律	249
§ 8.2 卡诺定理	252
§ 8.3 熵	254

习题答案	262
------------	-----

后 记	268
-----------	-----

第一章 牛顿运动定律

世界是物质的,自然界的一切物质都处于永恒的运动之中.物质的运动形式是多种多样的,一个物体相对于另一个物体的空间位置(或者一个物体的某一部分相对其另一部分的位置)随时间发生变化,这种形式的运动称为机械运动.机械运动是最简单最普遍的运动.

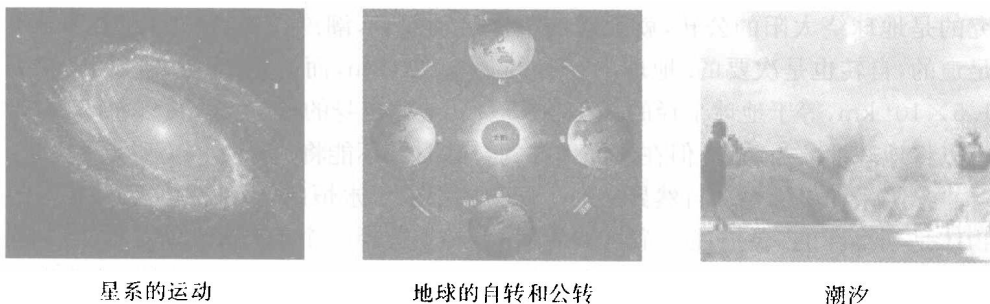


图 1.1.1 自然界中常见的机械运动

研究物体机械运动及其规律的学科称为力学.一般可以把力学分为运动学、静力学和动力学三部分.由于机械运动的普遍性和基础性,物理学对物质能量和相互作用的研究就是从力学开始的.牛顿运动定律是经典力学的基础.本章着重阐述四个问题:第一,如何描述物体的运动;第二,如何从运动学方程出发,求出质点在任意时刻的位矢、速度和加速度或者已知加速度(或速度)与时间的关系以及初始条件,求出任意时刻质点的速度和位置;第三,力和运动的关系;第四,经典力学的时空观和局限性.

§ 1.1 描述质点运动的物理量

1.1.1 质点的位置矢量与运动学方程

质点 在生产和生活中,常常会看到一种比较简单的运动,例如汽车在平直的马路上行驶、活塞在汽缸中的运动等等.在这种运动中,物体上各点的运动都相同,因此任何一点的运动都能代表整体的运动,物体自身的形状和大小可以不必

考虑.在这种情况下,可以把物体抽象为一个具有质量但不计其体积和形状的点,这样的物体称为质点.

知识链接

在物理学中,为了抓住事物的本质解决问题,常在科学分析的基础上,突出事物中与问题有关的主要矛盾,将一些影响不大的次要因素忽略,建立理想模型.理想化方法是构建物理模型最主要的一种方法,这是研究物理问题的重要思想方法.质点就是据此而建立起来的描述物体机械运动最简单的理想模型.有关理想模型的科学理论依据和建立理想模型的方法,请查阅相关资料.

值得注意的是,在实际情况下,物体的运动是非常复杂的,物体能否被抽象为一个质点,不是看物体自身的大小,而是看所研究的问题的性质.例如地球的运动包括绕太阳公转、绕地轴的自转、潮汐引起的形变以及动植物的运动等等,如果研究的是地球绕太阳的公转,就地球的整体运动而言,潮汐和动植物的运动是微不足道的,自转也是次要的.地球的半径约为 $6\,370\text{ km}$,而地球到太阳的距离约为 $1.5\times 10^8\text{ km}$,等于地球半径的 2.43×10^4 倍,地球自身的形状大小可以忽略,这时可以将地球抽象为质点.但在研究地球的自转时就不能将地球抽象为质点了.

参照系和坐标系 自然界中的一切物质都处于永恒的运动之中,绝对静止的物体是不存在的.要描述一个物体的运动,必须选择一个或几个彼此之间相对静止的物体作为参考,然后研究这个物体相对于这些物体是如何运动的,被选作参考的物体称为参照系.例如,要研究物体在地面上的运动,可选择路面或路面上静止的物体作为参照系.要研究宇宙飞船的运动,当运载火箭刚发射时,一般选地面为参照系;当宇宙飞船在太阳系中运行时,一般选太阳作为参照系.同一物体的运动,如果参照系的选择不同,对它运动的描述就会不同.例如在做匀速直线运动的车厢中,有一个自由下落的物体,以车厢为参照系,物体做直线运动;以地面为参照系,物体做抛体运动.从运动的描述看,参照系的选择可以是任意的,主要看问题的性质和研究的方便.

为了从数量上确定物体相对于参照系的位置,需要在参照系上建立坐标系,选择参照系上的一点作为坐标系的原点,取通过原点标有单位长度的直线作为坐标轴.常用的坐标系是直角坐标系,根据需要,也可以选择极坐标系、球面坐标系或圆柱面坐标系等其他坐标系.

位置矢量与运动方程 每年夏季,我们在收看天气预报时,常常接到热带风暴的消息.例如:“今年第五号热带风暴今天凌晨五点钟在台湾以东洋面大约 $1\,500\text{ km}$ 的洋面上生成.”这则消息给我们传递了两个信息:(1)以台湾为参考点,热带风暴在其东面;(2)热带风暴距离台湾大约 $1\,500\text{ km}$.由此看来,在选定了坐标系以后,可以以坐标系的原点 O 作为参考点,画一条有向线段来表示运动质点

的位置.如图 1.1.2 所示,如果质点在某一时刻位于直角坐标系 $Oxyz$ 中的 p 点,则可以用它的坐标 (x, y, z) 来确定它的位置,也可以用自原点 O 指向 p 点的有向线段 $\mathbf{r}$ 来表示,这个用来表示质点位置的有向线段叫做质点的位置矢量,简称位矢. p 点的位矢即是

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1-1-1)$$

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别是沿 x, y, z 轴的单位矢量. 位矢 $\mathbf{r}$ 的大小为

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1-1-2)$$

位矢的方向由它的三个余弦决定

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}, \cos \beta = \frac{y}{r}, \cos \gamma = \frac{z}{r} \quad (1-1-3)$$

质点的运动表现为位矢 $\mathbf{r}$ 随时间的变化而改变,所以位置矢量是时间的函数,这个函数可表示为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (1-1-4)$$

也可以用分量式表示:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1-1-5)$$

它们叫做质点的运动方程或运动表式.

运动质点在空间经过的路径称为运动轨道或运动轨迹. 如果质点的运动轨迹是直线,则称质点做直线运动;如果质点的运动轨迹是曲线,则称质点做曲线运动. 消除运动方程中的时间参数 t ,可以得到质点运动的轨道方程. 例如平抛运动的运动方程是:

$$\begin{aligned} x &= v_0 t \\ y &= \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}$$

消去时间 t , 平抛运动的轨迹方程为

$$y = \frac{g x^2}{2 v_0^2}$$

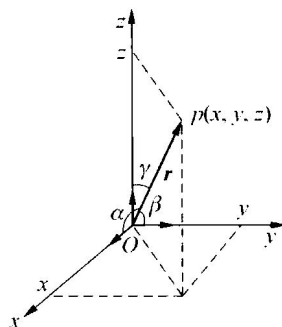


图 1.1.2 质点的坐标描述

1.1.2 位移和路程

要研究质点的运动,不仅要知道质点的位置,还需要知道质点位置的变化. 如图 1.1.3 所示,质点在 t_1 时刻位于 $p_1(x_1, y_1, z_1)$ 点,位矢为 $\mathbf{r}(t_1)$; 经过时间 Δt , 到达 $p_2(x_2, y_2, z_2)$ 点,位矢为 $\mathbf{r}(t_2)$. 在时间 Δt 内,质点位置的变化可用从 p_1 点到 p_2 点的有向线段 $\Delta \mathbf{r}$ 表示, $\Delta \mathbf{r}$ 称为质点的位移矢量,简称位移. 位移与路径无关,仅由质点的始末位置所决定. 位移 $\Delta \mathbf{r}$ 除了表明 p_2 点与 p_1 点的距离外,还表明了 p_2 点相对于

p_1 点的方位. 位移是矢量, 可按三角形法则或平行四边形法则来合成:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1) \quad (1-1-6)$$

上式说明, 位移 $\Delta \mathbf{r}$ 等于位矢 $\mathbf{r}(t_2)$ 和 $\mathbf{r}(t_1)$ 的矢量差.

$$\mathbf{r}(t_2) = x_2 \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j} + z_2 \mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}(t_1) = x_1 \mathbf{i} + y_1 \mathbf{j} + z_1 \mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1) = (x_2 - x_1) \mathbf{i} + (y_2 - y_1) \mathbf{j} + (z_2 - z_1) \mathbf{k}$$

位移的大小

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \quad (1-1-7)$$

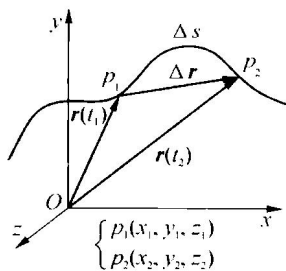


图 1.1.3 质点的位矢描述



思考题

位移和路程有什么不同? 在时间 Δt 趋于零时, 位移的大小和路程是否相等? 在直线运动中, 位移的大小和路程是否相等? 试举例说明.

1.1.3 平均速度和瞬时速度

在研究质点的运动时, 除了要研究质点位置的变化, 还要研究质点运动的快慢, 我们常采用“速度”这个物理量来描述. 我们把质点的位移 $\Delta \mathbf{r}$ 与相应的时间 Δt 的比值, 叫做质点在这段时间内的平均速度. 在 Δt 时间内, 质点从点 A 运动到点 B, 其位移为

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$$

Δt 时间内, 质点的平均速度

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \mathbf{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \mathbf{k} \quad (1-1-8)$$

或

$$\mathbf{v} = \bar{v}_x \mathbf{i} + \bar{v}_y \mathbf{j} + \bar{v}_z \mathbf{k} \quad (1-1-9)$$

平均速度的大小:

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)^2} \quad (1-1-10)$$

在描述质点运动时, 我们也常用“速率”这个物理量. 如图 1.1.4, 我们把路程 Δs 与时间 Δt 的比值叫做质点在 Δt 运动的“平均速率”. 平均速度只能粗略地描述质点位置变化的方向和快慢, 为了研究质点在某一时刻或某一位置的速度, 我们可以把时间间隔 Δt 取得很小, 从图 1.1.5 中可知, 在 A 点附近, 时间间隔 Δt 越小, 质点的平均速度就越接近质点在 A 点的速度, 当时间间隔 Δt 趋于零时, 平均

速度的极限值就是质点在 A 点的速度. 我们称为瞬时速度或即时速度:

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \quad (1-1-11)$$

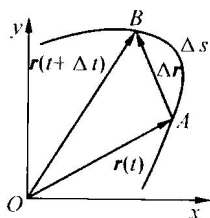


图 1.1.4 位移随时间的变化

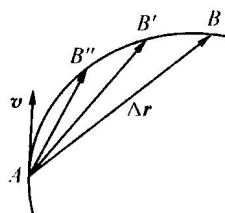


图 1.1.5 瞬时速度描述

或表示为

$$\boldsymbol{v} = \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{k} \quad (1-1-12)$$

速度的大小

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \quad (1-1-13)$$



思考题

平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 的方向与 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向相同吗? “平均速度”和“平均速率”有什么不同? 能否写出瞬时速率的表达式? 在什么情况下,瞬时速度的大小也等于质点在该时刻的瞬时速率?

1.1.4 平均加速度和瞬时加速度

研究质点的运动,不仅要研究质点位置的变化、速度的变化,还需要研究质点速度变化的快慢,即加速度. 如图 1.1.6 所示,设质点沿一轨迹作曲线运动,经过时间 Δt 由 A 点运动到 B 点. 速度由 $\boldsymbol{v}_A$ 变为 $\boldsymbol{v}_B$. 速度的增量

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$$

注意

直线运动中速度的增量与 $\boldsymbol{v}_A$ 相同或相反;而曲线运动中,由于速度的方向时刻发生变化,所以速度的变化不仅包括速度大小的变化,还包括了速度方向的变化. $\Delta \boldsymbol{v}$ 的方向可能与 $\boldsymbol{v}_A$ 或 $\boldsymbol{v}_B$ 的方向都不相同. 计算速度的增量 $\Delta \boldsymbol{v}$, 需要根据矢量合成的法则. 如图 1.1.6 所示.

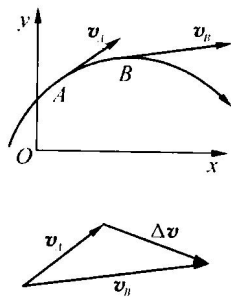


图 1.1.6 质点加速度描述

与平均速度的定义类似,质点的平均加速度可定义为

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1-1-14)$$

它表示单位时间内速度的增量.平均加速度的方向与 Δv 的方向一致.平均加速度只能粗略地描述质点速度变化的快慢,要精确描述质点在某时刻或某一位置时的加速度,可以把时间间隔 Δt 取得很小,时间间隔 Δt 越小,质点的平均加速度就越接近质点在这一时刻(或位置)的加速度,当时间间隔 Δt 趋于零时,平均加速度的极限值就是质点在这一时刻(或位置)点的加速度.我们称为瞬时加速度或即时加速度:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} \quad (1-1-15)$$

质点做三维运动时加速度为

$$a = a_x i + a_y j + a_z k \quad (1-1-16)$$

写成分量式为

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (1-1-17a)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (1-1-17b)$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (1-1-17c)$$

加速度的大小

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1-1-18)$$

注意

加速度是矢量,加速度的方向是当 Δt 趋于零时,速度增量 Δv 的极限方向,与合外力的方向一致.应该注意的是: Δv 的方向和它的极限方向一般不同于速度 v 的方向,所以加速度的方向一般与该点的速度方向不一致.在直线运动中,加速度的方向与速度方向相同或相反;在曲线运动中,加速度方向与速度方向之间有一夹角,角度大小与运动轨迹有关.



思考题

判断下列说法是否正确:(1)运动物体的加速度越大,物体的速度也越大;(2)物体做直线运动,如果向前的加速度减小了,物体向前的速度也减小;(3)物体加速度的值很大,物体速度的值不变,这是不可能的.

质点运动学所研究的问题一般可以分为两类:

(1) 已知质点的运动学方程,求质点在任一时刻的位矢、速度和加速度. 求解这类问题的基本方法是对运动方程求导数.

(2) 已知质点的加速度(或速度)与时间的变化关系,根据初始条件,求质点在任一时刻的速度或运动的方程. 求解这类问题的基本方法是积分.

由加速度的定义: $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ 可得 $d\mathbf{v} = \mathbf{a}dt$, 所以

$$\int_{v_0}^{v_t} d\mathbf{v} = \int_0^t \mathbf{a}dt \quad (1-1-19)$$

同理由 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ 可得 $d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt$, 所以

$$\int_{r_0}^r d\mathbf{r} = \int_{v_0}^v \mathbf{v}dt \quad (1-1-20)$$

例题 1 一质点的运动方程是 $\mathbf{r} = R\cos\omega t\mathbf{i} + R\sin\omega t\mathbf{j}$, R 、 ω 为正常数. 从 $t = \frac{\pi}{\omega}$ 到 $t = \frac{2\pi}{\omega}$ 时间内该质点的位移是多少? 经过的路程是多少?

解 位置矢量

$$\mathbf{r}_2 = R\cos\left(\omega \cdot \frac{2\pi}{\omega}\right)\mathbf{i} + R\sin\left(\omega \cdot \frac{2\pi}{\omega}\right)\mathbf{j} = R\mathbf{i}$$

$$\mathbf{r}_1 = R\cos\left(\omega \cdot \frac{\pi}{\omega}\right)\mathbf{i} + R\sin\left(\omega \cdot \frac{\pi}{\omega}\right)\mathbf{j} = -R\mathbf{i}$$

位移

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = 2R\mathbf{i}$$

质点的运动轨迹是圆, 运动周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$, 所以质点的运动时间是 $\frac{T}{2}$, 运动的路程是 πR .

例题 2 一质点的运动方程为 $x = 3t + 5$, $y = 0.5t^2 + 3t + 4$ (SI 制). 以 t 为变量, 写出位矢的表达式; 求质点在 $t = 4$ s 时的速度和加速度.

解 (1) 位置矢量的表达式为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = (3t + 5)\mathbf{i} + (0.5t^2 + 3t + 4)\mathbf{j}$$

(2) 质点的速度为

$$\mathbf{v}_x = \frac{dx}{dt} = 3, \quad \mathbf{v}_y = \frac{dy}{dt} = t + 3$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_x\mathbf{i} + \mathbf{v}_y\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + (t + 3)\mathbf{j}$$

质点在 4 s 时的速度为

$$\mathbf{v}(4) = 3\mathbf{i} + (4 + 3)\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58} \approx 7.6 \text{ m/s}$$

速度与 x 方向的夹角为 $\alpha = \arctan \frac{v_y}{v_x} = \arctan \frac{7}{3} \approx 66.8^\circ$

(3) 加速度

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0, a_y = \frac{dv_y}{dt} = 1$$

$$a = a_y = 1 \text{ m/s}^2$$

例题 3 一艘正在行驶的汽艇,在发动机关闭后,有一个与它速度相反的加速度,其大小与速度关系为 $a = -kv$, 式中 k 为常量. 试求飞艇发动机关闭后又行驶 x 距离时的速度(设发动机关闭时的速度为 v_0).

解 方法一:

$$\text{因为 } a = \frac{dv}{dt} = -kv$$

所以

$$\frac{dv}{v} = -k dt$$

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = \int_0^t -k dt$$

$$v = v_0 e^{-kt} \quad (1)$$

$$\text{又因为 } v = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-kt}$$

$$\text{所以 } dx = v_0 e^{-kt} dt$$

$$\text{设 } t = 0 \text{ 时, } x = 0$$

则

$$\int_0^x dx = \int_0^t v_0 e^{-kt} dt$$

$$x = \frac{v_0}{k} (1 - e^{-kt}) \quad (2)$$

由(1)、(2)式可得

$$v = v_0 - kx$$

方法二:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot v = -kv$$

$$\text{所以 } dv = -k dx$$

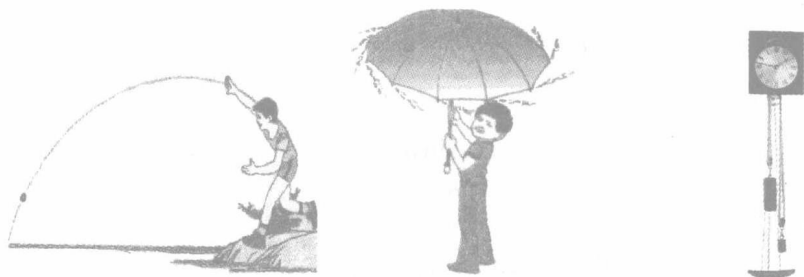
$$\text{设 } t = 0 \text{ 时, } x = 0$$

则

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^x -k dx$$

$$v = v_0 - kx$$

§ 1.2 质点的曲线运动



抛出的石子做曲线运动

水滴沿伞边切线飞出

摆钟的摆在竖直平面中做曲线运动

图 1.2.1 日常生活中常见的曲线运动

1.2.1 运动叠加原理 抛体运动

运动的独立性(或叠加性)也是运动的一个重要特征. 无数客观事实可以证明:任何一个方向的运动,都不会因为任一其他方向的运动是否存在而受到影响. 或者可以表述为:一个运动可以看成几个各自独立进行的运动叠加而成. 这个结论称为运动叠加原理或运动独立性原理. 例如平抛运动可以看成水平方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动的叠加. 我们还可以用运动叠加原理研究斜抛运动.

如图 1.2.2 所示,设抛射体以初速度 v_0 与水平方向成 α 角斜向上抛出,以起抛点为坐标原点,以水平方向为 x 轴,竖直方向为 y 轴建立坐标系,根据运动叠加原理,质点的斜抛运动可分为沿 x 轴的匀速直线运动和沿 y 轴的竖直上抛运动的合成,已知

$$a_x = 0, a_y = -g,$$

$t = 0$ 时

$$x_0 = y_0 = 0$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

抛体的运动方程可表示为

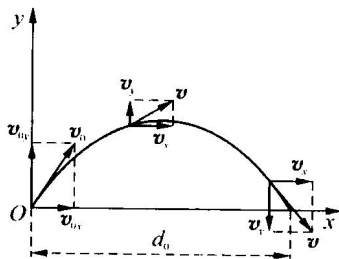


图 1.2.2 斜抛运动

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t, y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

消去方程中的参数 t 得轨道方程

$$y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

从轨道方程可以看出,运动轨迹是抛物线.抛体从地面上一点抛出,最后落到同一地面上的另一点所需要的时间称为飞行时间.从起抛点到落地点的水平距离称为射程.因为终点和起点在同一平面上,可令 $y=0$,求得射程

$$d_0 = \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha$$

飞行时间为

$$T = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

欲求最大射程,则

$$\frac{dd_0}{d\alpha} = \frac{2v_0^2}{g} \cos 2\alpha = 0$$

所以

$$\alpha = \frac{\pi}{4}, d_{0m} = \frac{v_0^2}{g}$$

可见,在初速度恒定的条件下,抛射角为 45° 时的射程最远.抛射体所能达到的最大高度称为射高,用 H 表示.由于在最高点时,抛射体竖直方向的速度分量为零,由 $v_y = \frac{dy}{dt} = v_0 \sin \alpha - gt$,令 $v_y = 0$,可得抛射体到达最高点的时间

$$t_H = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

代入运动方程 y 表达式可得

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

从式中可以看出,要使射高最大,则 $\alpha = \frac{\pi}{2}$,这时有 $H_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$.

以上讨论未涉及空气阻力的影响.物体在空气中运动受到的阻力与物体本身的形状、空气密度以及物体的速率有关.物体的速率低于 200 m/s ,可认为空气阻力的大小与物体速率的平方成正比;速率达到 $400 \sim 600 \text{ m/s}$,空气阻力与物体速率的三次方成正比.速率越大,次方数越高;速率越小,抛体运动越接近理想情况.例如,不计空气阻力,某低速迫击炮弹的射程可达 360 m ,实际上能达到 359 m ,空气阻力的作用处于次要地位.加农炮弹速率大,不计空气阻力,射程能达到 46 km ,实际只能达到 13 km ,这时空气阻力的作用就不能忽视.子弹和炮弹在空中实际上是沿着所谓“弹道曲线”飞行的.弹道曲线和抛物线不同,由于空气阻力的影响,它的升弧和降弧不再对称,如图 1.2.3 所示,升弧长而平伸,降弧短而弯曲.

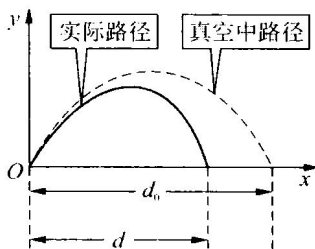
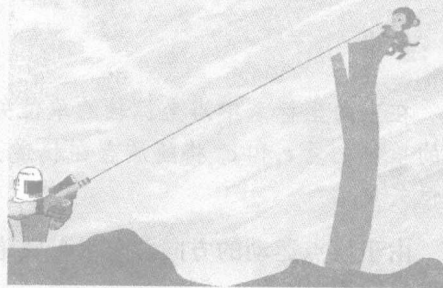


图 1.2.3 弹道曲线



思考题

还有哪些运动可以看成是几个独立进行的运动叠加而成的? 它们遵循什么规律? 试解释为什么当猎人瞄准树上的猴子射击时, 猴子一见火光就跳下(自由下落), 却仍然不能避开子弹?



1.2.2 极坐标系和自然坐标系

极坐标系 为了描述质点的运动, 还可以在平面内建立极坐标系, 如图 1.2.4 所示, 在参考系上取点 O , 引射线 ox 作为极轴构成极坐标系. 设质点运动到 A 点, 令 $\mathbf{r} = \overrightarrow{OA}$ 为质点的矢径. 质点的位置矢量与极轴所夹的角 θ 称为质点的幅角. 通常规定自极轴逆时针转至位置矢量的幅角为正, 顺时针旋转的为负. 平面上质点的位置用 r 和 θ 表示, r 和 θ 称为质点的极坐标, 质点的运动方程可表示为:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t), \theta = \theta(t) \quad (1-2-1)$$

消去时间参数 t , 质点轨迹方程的形式为

$$r = r(\theta) \quad (1-2-2)$$

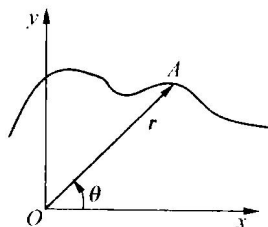


图 1.2.4 极坐标系描述

极坐标系与直角坐标系可相互转换, 如图 1.2.4 所示.



思考题

一个做平面运动的质点, 它的运动方程是 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$, $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$, 如果: (1) $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = 0$, $\frac{d\mathbf{r}}{dt} \neq 0$, 质点做什么运动? (2) $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0$, $\frac{d\mathbf{v}}{dt} \neq 0$, 质点做什么运动?

自然坐标系 一般情况下, 质点的平面曲线运动可用平面直角坐标系 $x(t)$ 和 $y(t)$ 来描述. 但如果质点的轨迹 $y = y(x)$ 已知, 也可采用自然坐标系. 如图 1.2.5 所示, 在质点的运动轨道上任取一个点作为自然坐标系的原点 O , 在运动质点沿轨道的切线方向和法线方向建立两个相互垂直的坐标轴. 规定切线坐标轴的方向指向质点前进的方向, 其单位矢量用 $\mathbf{e}_t$ 表示; 法向坐标轴的正方向指向曲线的凹槽一面, 其单位矢量用 $\mathbf{e}_n$ 表示. 运动质点在轨道上某一点的坐标用距离原

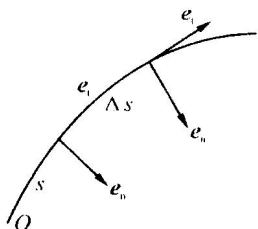


图 1.2.5 自然坐标系

点 O 的路程 $s(t)$ 表示, 这样的坐标系称为自然坐标系。

注意

在直角坐标系中沿坐标轴的单位矢量是恒矢量; 而自然坐标系中沿切向和法向的单位矢量 e_t 和 e_n 将随质点在轨道上位置的不同而改变方向, 所以 e_t 和 e_n 不是恒矢量。

由于质点运动的方向总是沿着轨道的切线方向, 因此在自然坐标系中速度矢量可表示为

$$v = \frac{ds}{dt} e_t \quad (1-2-3)$$

加速度可以表示为

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(v e_t)}{dt} = \frac{dv}{dt} e_t + v \frac{de_t}{dt} \quad (1-2-4)$$

上式中, 第一项 $\frac{dv}{dt} e_t$ 的大小表示质点速率的变化率, 方向指向曲线轨道的切线方向, 称为切向加速度, 它反映了速度大小的变化。用 a_t 表示, 即

$$a_t = \frac{dv}{dt} e_t = \frac{d^2 s}{dt^2} e_t \quad (1-2-5)$$

下面讨论式 1-2-4 第二项中的 $\frac{de_t}{dt}$ 。如图 1.2.6 所示, 质点在 Δt 时间里沿曲线轨道经历的路程为一段弧线, 该处的曲率半径为 ρ , 相应的曲率中心为 O 点, 速度由 $v_1 e_{t1}$ 变为 $v_2 e_{t2}$, 转过的角度为 $\Delta\theta$ 。当时间间隔 Δt 很小时, 曲线上的路程 Δs 可以看成半径为 ρ 的一段圆弧长度, 单位矢量 e_t 在 t 到 $t + \Delta t$ 时间内的增量表示了质点运动方向在 Δt 时间内的变化。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $\Delta\theta \rightarrow 0$, P_2 点越接近 P_1 点, 所以有 $|\Delta e_t| = |e_{t1}| \cdot \Delta\theta = \Delta\theta$ 。此时 Δe_t 的方向趋向与 e_{t1} 的方向垂直方向, 即法线 e_n 的方向, 所以

$$\frac{de_t}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta e_t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} e_n$$

又因为 $\Delta\theta = \frac{\Delta s}{\rho}$, 代入上式得

$$\frac{de_t}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\rho \Delta t} e_n = \frac{1}{\rho} \frac{ds}{dt} e_n = \frac{v}{\rho} e_n$$

所以 1-2-4 式中的第二项可表示为 $v \frac{de_t}{dt} = \frac{v^2}{\rho} e_n$, 称为法向加速度, 它反映了速度方向的变化。用 a_n 表示, 则有

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} e_n \quad (1-2-6)$$

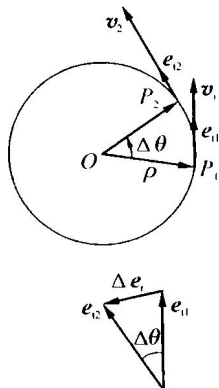


图 1.2.6 自然坐标系中的加速度