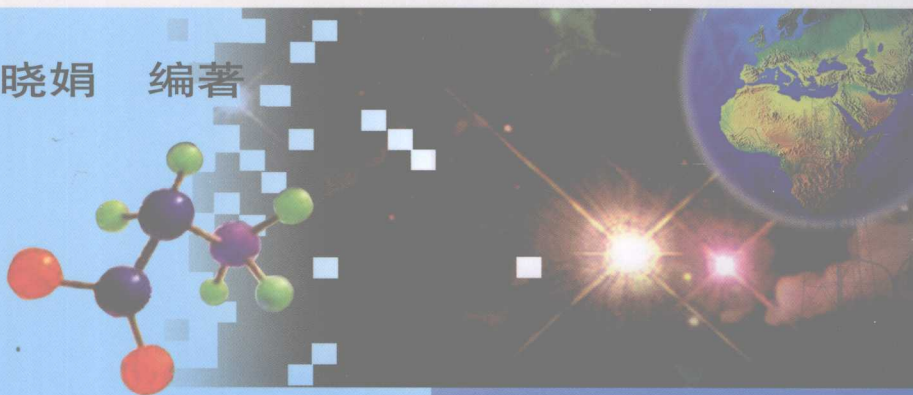


普通高等教育
勘查技术类教材

勘探重力学与地磁学

KANTAN ZHONGLIXUE YU DICIXUE

● 孟令顺 杜晓娟 编著



地质出版社

普通高等教育勘查技术类教材

勘探重力学与地磁学

孟令顺 杜晓娟 编著

地质出版社

· 北 京 ·

内 容 简 介

本书把重力勘探与重力学、磁法勘探与地磁学相结合,并兼顾了数据处理与转换的内容,与其他分编教材相比,体系与内容有一定的调整,集中了重、磁的共性(位场理论与数据处理),突出了个性(场源的差别)。

本书是综合性大学地球物理专业本科基础教材,也可作为地震及地质学专业研究生参考教材。

图书在版编目(CIP)数据

勘探重力学与地磁学 / 孟令顺,杜晓娟编著. —北京:
地质出版社,2008. 12

ISBN 978-7-116-05929-0

I. 勘… II. ①孟…②杜… III. ①重力勘探②磁法勘探
IV. P631. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 202708 号

责任编辑:陈磊 王春庆

责任校对:李玫

出版发行:地质出版社

社址邮编:北京海淀区学院路 31 号,100083

咨询电话:(010)82324508(邮购部);(010)82324565(编辑室)

网 址:<http://www.gph.com.cn>

电子邮箱:zbs@gph.com.cn

传 真:(010)82310759

印 刷:北京地质印刷厂

开 本:787 mm × 1092 mm $\frac{1}{16}$

印 张:16.75

字 数:400 千字

印 数:1—2000 册

版 次:2008 年 12 月北京第 1 版·第 1 次印刷

审 图 号:GS(2008)2773 号

定 价:26.00 元

书 号:ISBN 978-7-116-05929-0

(如对本书有建议或意见,敬请致电本社;如本书有印装问题,本社负责调换)

前 言

勘探地球物理学是地球物理学与地球物理勘探相结合的一门科学。地球物理学的主要任务是利用地球物理场揭示地球内部结构、物质组成及其运动规律,探讨地球的起源、形成与演化过程,研究对象是从地球内核直至大气圈边界。而地球物理勘探是以不同岩、矿石间物理性质的差异为基础,利用物理学原理,通过观测与研究地球物理场的空间与时间分布规律借以实现地质勘查和找矿目标的一门应用科学。研究对象包括:资源、环境、工程及与人类活动有关的地质问题、地球物理探测理论、方法以及地球物理场与地球构造体的产状、物性结构和地质属性之间的内在联系。

根据岩、矿石的物性参数,可把勘探地球物理学分为几种分支学科。勘探重力学与勘探地磁学就是其中的两种。

勘探重力学是重力学与重力勘探相结合的一门科学。研究内容即包括重力场的结构、观测方法、重力与地球形状、重力固体潮等重力学内容;又包括通过观测地球表面局部重力场变化来查明地质构造和寻找某种矿产资源的重力勘探中的内容。

人类对重力现象的研究有较长的历史。古希腊伟大学者亚里士多德(公元前 384 ~ 公元前 322 年)曾提出,运动物体的下落时间与其重量成比例。直到 16 世纪才被意大利物理学家伽利略(1564 ~ 1642 年)所否定。大约在 1589 年,伽利略从大量的实验中总结出:物体坠落的路径长度与它经历的时间的平方成正比,而与物体自身的重量无关。同时,他测得重力加速度大约为 9.8m/s^2 。这是人类第一次对重力现象有了科学的认识。1672 年法国天文学家里歇(1630 ~ 1690 年)利用摆钟从巴黎到南美进行天文观测时发现重力加速度在世界各地并非恒值。这一消息被牛顿(1642 ~ 1727 年)和荷兰物理学家惠更斯(1629 ~ 1695 年)得知后,两人不谋而合地指出:这种现象与他们认为地球是旋转扁球体的推论相符。这在理论上阐明了地球重力场变化的基本规律,使人类对重力现象实质的认识上升到一个新的高度。同时也为利用重力测量研究地球形状奠定了基础。

对重力现象的认识过程中,具有里程碑性质的事件有,惠更斯确定了数学摆的摆动周期 T 与摆长 l 及重力加速度 g 之间的关系,并据此在 1655 年制造出了世界上第一个时钟。牛顿在 1685 ~ 1687 年间提出了万有引力定律,该定律是重力测量与重力勘探的基本定律。1735 ~ 1745 年,布格建立了重力随高度与纬度之间的变化规律,并计算出水平引力及地球密度等。

重力勘探大约始于 20 世纪初。匈牙利物理学家厄缶(1848 ~ 1919 年)在 1890 年制造出了世界第一台测量重力变化率的扭秤。1901 年,他使用扭秤在 Balanton 湖进行了第一次重力测量,后来用它在捷克、德国、埃及和美国的石油勘探中寻找盐丘等储油构造获得了成功。1922 年 12 月,横过 Spindletop 油田的试验性测量,清楚地表明油田构造能够被扭秤发现,从而开创了石油地球物理勘探的历史。1923 年,维宁·曼乃兹在荷兰的潜水艇上用摆仪进行重力测量,发现了印度尼西亚海沟附近存在巨大负重力异常。

1949 年以前,中国的重力测量几乎空白。1938 年,方俊在上海同济大学首次讲授了“重

力测量学”课程。1940年,翁文波在重庆中央大学首次讲授了“地球物理勘探”课程。1945年由翁文波领导的第一个地球物理探矿队就是重力队,这支队伍在玉门油田进行了试验性测量。1949年新中国成立后,重力勘探与其他地球物理勘探方法一起,得到了快速发展。

勘探重力学所观测、研究的是地球重力场,引起重力场变化的因素包括了从地球附近到地球深部所有的物质密度分布的不均匀,因此它具有勘探深度大的特点。概括起来,勘探重力学可以解决以下几个方面的问题:①研究地球深部构造:包括研究莫霍面的起伏,深大断裂的位置,地壳均衡状态及上地幔密度不均匀性;②研究大地构造及区域地质构造,划分构造单元。研究结晶基底的起伏及其内部构造;③寻找储藏油气田或煤田远景区的盆地,在盆地内研究沉积层的厚度和内部构造;④与其他地球物理方法相配合,圈定金属及非金属矿产成矿带,条件有利时,可进行直接找矿。除此之外,还可用于地震预报、水文、工程及地热方面的探测、研究与监测。

勘探地磁学研究内容包括地磁学与磁法勘探。地磁学主要研究地磁场的组成、结构以及地磁场的成因。而磁法勘探是以不同岩、矿石或其他探测对象间的磁性差异为基础,通过观测和研究天然磁场和人工磁场的变化规律来探查地质构造、寻找矿产以及其他勘测对象分布规律的一种地球物理方法。

早在两千多年前,我们的祖先就知道并利用了天然磁石的吸铁性和指极性。中国古代发明的指南针传入欧洲后,英国人威廉·吉尔伯特才开始研究地磁现象的成因,并于1600年通过实验指出,地球周围的磁场相当于在地心某一部位放一个大磁铁产生的场。从这之后曾有过许多关于地球基本磁场起因的假说。在众多假说中被认为最合理的假说是自激发电机假说,但由于计算过于复杂,还有待进一步完善。

1640年前后,瑞典人开始用罗盘寻找磁铁矿。1870年泰朗和铁贝尔制成了寻找磁铁矿的万能磁力仪,这是应用地球物理学开始发展的一个重要标志。1915年德国人施密特制成刃口式磁称,大大提高了磁测精度,使磁法的应用范围扩大。1936年苏联人罗加乔夫试制成功感应式航空磁力仪,大大提高了磁测速度和磁测范围,使磁法勘探工作进入一个新的阶段。20世纪初至50年代末,美国和苏联又开展了海洋磁测。在海洋磁测和古地磁研究成果的支持下,得到了大陆漂移学说,发展了海底扩张和板块构造学说,从而推动了地学理论的大发展。

我国地面磁测工作始于1939年。当年顾功叙在云南易门铁矿以及李善邦、秦馨菱在四川綦江铁矿上分别用磁秤进行了找矿工作。

磁测方法和技术的发展,主要以磁测数据采集和数据处理、反演技术的进步为基础。随着现代科学技术的发展,磁测仪器精度越来越高,磁测方法也很多,主要有以研究地球磁场为目的的卫星磁测;还有以解决地质问题的航空磁测、海洋磁测、井中磁测和地面磁测等方法。随着电子科学和计算机技术的广泛应用,观测数据的处理与解释理论不断完善,磁力测量的研究领域也更加广泛。主要包括对地球磁场、磁层边缘以及宇宙磁场的研究,还有磁法勘探所要解决的各种比例尺的地质填图、研究区域地质构造;勘查含油气、煤田构造;寻找隐伏岩体、预测成矿远景区;寻找与围岩有磁性差异的各种金属与非金属矿床以及用于军事、工程与环境等方面的研究领域。

勘探重力学与勘探地磁学的共同之处在于重力场与磁场都是位场,可以用位场理论来研究场的特征,进行异常的数据处理与转换。其不同之处在于:①地球重力场是垂直指向地

下的,而地磁场方向则处处是不同的;②密度体没有正负极性之分,而磁性体具有偶极性;③重力场是由密度分布决定的,地磁场则由磁化强度分布决定的。密度是标量,磁化强度是矢量;④重力场源机制比较明确,而地磁场的起源至今还是假说。

本教材分三篇十一章。第一篇为勘探重力学,共有五章。即第一章地球重力场与正常重力公式、第二章重力测量与重力异常、第三章重力均衡理论、第四章利用重力异常确定大地水准面和地球形状的原理以及第五章地球固体潮。需要指出的是第四章、第五章的内容主要是参考管泽霖、宁津生在1981编写的《地球形状及外部重力场》一书,甚至个别章节是摘自该书而编写的。第二篇是勘探地磁学,共有四章。即第六章地球的磁场、第七章岩石的磁化、第八章地磁场测量与磁异常以及第九章古地磁学。第三篇为重磁异常数据处理及地质解释。共分两章,即第十章重磁异常的处理与转换、第十一章重磁异常的地质解释及其应用。

本教材由孟令顺、杜晓娟两人编著,其中杜晓娟编写的有前言、第一章第四节的地球重力场模型、第六章第三节的地球基本磁场的物理模式以及第十章的全部内容,其余章节均由孟令顺编写并统编全稿。

在编写教材过程中,编者参阅了大量国内、外出版教材和相关论著、论文,有些经典部分被直接引用。吉林大学教务处和教材科同志在编写本教材过程中给予了大力支持和帮助。白兰图文工作室的有关同志清绘了全部附图,在此一并表示衷心的感谢。

由于编写者水平有限,特别是缺少编写这类教材的经验,书中的缺点和不当之处在所难免,敬请读者给予赐教。

编 者

2007年12月于长春

目 次

前 言

第一篇 勘探重力学	1
第一章 地球重力场与正常重力公式	2
第一节 地球重力场	2
一、重力	2
二、重力场	2
第二节 地球重力位	3
一、引力位	3
二、离心力位	3
三、重力位	4
第三节 正常重力公式	6
一、地球椭球体	6
二、正常重力公式	6
第四节 地球重力场模型	12
第五节 岩石密度	14
第二章 重力测量与重力异常	16
第一节 重力测量	16
一、重力测量形式	16
二、重力仪	17
三、野外工作	18
第二节 国际重力基准	20
一、世界重力基点	20
二、国际重力基准网	21
三、国家重力基本网的建立与测量	22
第三节 重力资料整理	23
一、纬度改正	24
二、地形改正	24
三、中间层改正	26
四、高度改正	27
第四节 重力异常的计算	27
一、重力异常	27
二、规则几何形体参数的计算	28
三、任意形体参数的计算	31
四、地质体深度与质量的估算	32

第三章 重力均衡理论	33
第一节 重力均衡假说	33
一、均衡理论的提出	33
二、均衡假说	33
第二节 重力均衡异常的计算	34
一、均衡改正	34
二、均衡异常	36
第三节 自然界中的地壳均衡	37
第四章 利用重力异常确定大地水准面和地球形状的原理	39
第一节 大地坐标系与天球坐标系	39
一、大地坐标系	39
二、天球坐标系	40
第二节 扰动位、大地水准面差距和垂线偏差	42
一、扰动位	42
二、大地水准面的差距	42
三、垂线偏差	43
四、重力测量的基本微分方程	44
第三节 大地水准面上扰动位的解	45
第四节 斯托克司公式——大地水准面差距公式	48
第五节 维宁·曼尼兹公式——垂线偏差公式	49
第六节 利用地面重力异常确定地球形状的概念	50
一、概述	50
二、莫洛金斯基方法的概念	51
三、地形表面、似大地水准面以及地面重力异常	53
四、解算地面扰动位的概念	54
第五章 地球固体潮	56
第一节 引潮力	57
第二节 引潮力位及其展开	59
一、勒让德展开式	60
二、拉普拉斯展开式	61
三、杜德森展开式	63
第三节 地球固体潮的几种平衡潮现象	67
一、大地水准面潮汐	67
二、重力固体潮	68
三、地倾斜固体潮	69
第四节 重力固体潮理论值的计算	70
一、按天顶距计算法	70
二、按杜德森展开式计算法	71
第五节 弹性地球模型的潮汐响应——勒甫数	72

一、勒甫数	72
二、勒甫数的线性组合	73
第六节 固体潮的作用	77
第二篇 勘探地磁学	80
第六章 地球的磁场	81
第一节 磁学基础知识	81
一、磁场	81
二、物体的磁化	82
三、偶极场	83
四、磁化率	84
五、物质的磁性	84
六、铁矿性物质的磁滞现象	85
第二节 地球的磁场	86
一、地磁要素	86
二、基本磁场与地磁极	86
三、外源磁场	89
四、磁异常	90
五、地磁场的起源	90
第三节 地球基本磁场的物理模式	91
一、地磁场的球谐模式	91
二、地磁场的偶极子模式	99
三、地磁场的电流环模式	102
第七章 岩石的磁化	107
第一节 岩石的感应磁化强度	107
第二节 岩石的剩余磁化强度	108
一、热剩余磁化强度(TRM)	108
二、沉积剩余磁化强度(DRM)	109
三、结晶或化学剩余磁化强度(CRM)	109
四、等温剩余磁化强度(IRM)	110
五、黏滞剩余磁化强度(VRM)	110
第三节 大陆与海洋的磁性特征	110
第八章 地磁场测量与磁异常	112
第一节 磁异常的获取	112
一、磁测仪器	112
二、磁异常的野外观测	113
三、观测结果的各项改正	114
四、磁异常的图示	114
第二节 磁性体的磁场	116
一、柱体磁场的分析	116

二、球体磁场的分析	118
三、板状体磁场的分析	118
第三节 磁测资料的解释	121
一、磁异常的定性解释	121
二、磁异常的定量解释	122
第九章 古地磁学	125
第一节 古地磁场的特征	125
第二节 古地磁学的研究方法	126
一、标本采集	127
二、古地磁学中的坐标和坐标变换	128
三、天然剩余磁化强度的测量	129
四、剩余磁化强度稳定性检验	131
第三节 古地磁资料的统计分析	135
一、磁化方向的图示法	135
二、计算磁倾角和磁偏角的平均值	135
三、磁极坐标的计算	136
四、古地磁方向离散度的估计	137
五、古地磁极的误差	140
第四节 古地磁学成果与应用	141
一、地磁场的倒转	141
二、极移与大陆漂移	142
三、海底扩张的古地磁证据	144
四、应用地磁场确定地质年代	145
五、应用古地磁研究地质构造及矿产预测	147
第三篇 重磁异常数据处理及地质解释	149
第十章 重磁异常的处理与转换	149
第一节 观测数据的圆滑、插值与网格化	150
一、观测数据的圆滑	150
二、观测数据的插值	151
三、数据网格化	152
第二节 空间域重磁异常的数据处理与转换	154
一、空间域重磁异常数据处理的基本原理	154
二、重磁异常的解析延拓	157
三、重磁异常的导数换算(以重力异常为例)	162
四、异常分量间的换算	165
第三节 频率域重磁异常转换基础	170
一、重磁异常的频谱分析	170
二、褶积定理在重磁异常数据处理中的应用	171
三、重磁场频谱的积分表达式	172

第四节 频率域重磁异常的转换	176
一、几种规则磁性体磁场频谱	176
二、频率域重磁异常转换	178
第五节 频率域重、磁异常转换过程	183
一、离散情况的换算步骤及异常表达式	183
二、傅里叶变换的实数形式	186
三、离散信号的频谱特征	187
四、重磁异常频谱的基本特征	190
五、影响直立棱柱体位场频谱的因素	194
六、重磁异常频谱的应用	195
七、频率域重磁异常滤波	198
第十一章 重磁异常的地质解释及其应用	203
第一节 单一界面深度的计算	203
一、 u 函数法	203
二、压缩质面法	206
三、Oldenburg - Parker 法	209
四、频率域线性反演密度界面方法	212
第二节 重力归一化总梯度的计算及应用	214
一、方法原理	214
二、归一化总梯度的计算方法	216
三、方法特点及应用实例	217
第三节 统计分析在重磁异常处理与解释中的应用	219
一、重磁异常的对应分析	220
二、利用布格重力异常与莫霍界面深度的相关性计算莫霍界面深度	221
三、利用相关分析确定和追踪断裂构造	221
四、异常的统计分析与图像识别介绍	224
第四节 重磁异常在石油、天然气勘查及构造填图中的应用	224
一、利用重力资料研究区域地质构造、预测油气远景区	224
二、利用磁测资料研究区域地质构造、预测油气远景区	226
三、磁异常与构造填图	227
第五节 重磁异常在寻找固体矿产中的应用	228
一、寻找铁矿实例	228
二、寻找铬铁矿实例	230
三、寻找盐矿实例	230
第六节 重磁异常在工程与考古中的应用	232
一、青藏铁路盐湖区段盐溶溶洞的微重力探查	232
二、重磁勘探在考古中的应用	233
参考文献	236
附录 引潮力位的杜德森展开式	237

第一篇 勘探重力学

勘探重力学包括重力测量学和重力勘探两部分内容。以前者为主,后者为辅。

重力测量学是通过测量地面各点的重力场值来研究地球形状以及与之有关的各种问题。

重力勘探是以研究对象(矿产资源或地质构造)与围岩存在的密度差异为前提条件的。从观测重力值中去掉与研究对象无关的各种因素的影响,可以获得单纯由矿产和构造等密度不均匀体产生的重力异常,通过对异常的解释,就有可能达到找矿勘探的目的。

自从牛顿发现了万有引力定律之后,一切物质之间的相互吸引作用已被认为是普遍的现象。这个现象还说明了一个众所周知的事实,即:在地球附近空间落向地球的物体将以逐渐增加的速度降落,降落速度的递增率就称为重力加速度,简称重力,用 g 来表示。伽利略首先证明了在地球上的某一固定地点,所有物体的重力加速度都是一样的。

假如地球是一个均匀的具有同心层结构的理想球体,则地球对位于地球表面上的物体的吸引力应当到处相同,且重力应当有唯一的恒定值。事实上,地球是不均匀的,非球形的并且是旋转的,其表面也是起伏不平的,所有这些实际情况都使地球表面上的重力值发生变化。然而,这些变化是很小的,只有借助于非常灵敏的仪器,才有可能对它们作出精确的测定。

地球在某处的重力是由地球整个质量作用于该物体的引力和由地球旋转产生的惯性离心力的矢量和,以及日、月和其他天体对地球产生的微弱引力共同组成的。前两部分占地球重力的 99.9% 以上,而其中的地球引力又起着决定性作用。

测定和分析地球表面的重力变化,已成为地学研究中的一个很重要内容。其中与地球偏离球形有关的重力变化,为大地测量学研究地球形状提供了有意义的依据;而反映地下岩石密度横向差异的重力变化,对研究地质构造及寻找各种矿产极为重要。经研究,重力异常的不同波长分别与地形、地下矿产、地壳与壳下构造、莫霍界面与上地幔内部的不均匀性和软流圈的可能形态及相应的流动方向等有关。

第一章 地球重力场与正常重力公式

第一节 地球重力场

一、重力

地球是一个具有一定质量,两极半径略小于赤道半径且按照一定角速度旋转的椭球体。地球上任何物体都要受到重力的作用。我们日常见到的自由落体运动及物体具有重量等,都是重力作用的结果。如果忽略日、月等天体对地面物体的微弱吸引作用,则在地球表面及其附近空间的一切物体都要同时受到两种力的作用:一是地球所有质量对它产生的吸引力 F ;二是地球自转而引起的惯性离心力 C (简称离心力),此两种力同时作用在某一物体上的矢量和称为重力 P 。 $P = F + C$ (图 1-1)。

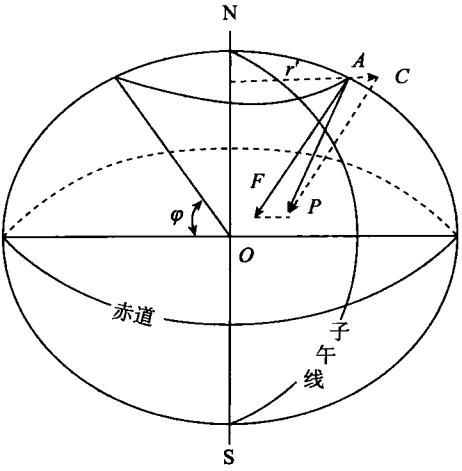


图 1-1 地球外部任一点单位质量所受的重力

若地球自转角速度为 ω ,由 A 点到地球自转轴的垂直距离为 r' ,根据力学知识,A 点 m 质量所受惯性离心力为

$$C = m\omega^2 r' \tag{1-2}$$

式中: ω 为地球自转角速度($\omega = 2\pi/86164s$); C 的方向垂直于地球的自转轴并沿着 r' 指向球外。离心力是从赤道(最大)向两极(等于零)逐渐减小的。

二、重力场

地球周围存在重力作用的空间称为重力场。从力的观点,可以用重力场强度来描述重力场的性质,重力场中某点的重力场强度等于单位质量的质点在该点所受的重力。根据牛

地球对质量为 m 的物体的引力可根据牛顿万有引力定律给出:

$$F = -G \frac{M_E \cdot m}{R^3} \cdot R \tag{1-1}$$

式中: M_E 为地球的质量; R 为地心至 m 处的矢径;负号表示 F 与 R 方向相反; G 为万有引力常数。 G 的数值当牛顿在世时并未确定,而是 1798 年由卡文迪什在实验室里首先测出的。 G 的公认值在国际单位制(SI 单位制)中是 $6.67 \times 10^{-11} m^3/kg \cdot s^2$ 。在 CGS 单位制中是 $6.67 \times 10^{-8} cm^3/g \cdot s^2$ 。它在数值上等于质量各 1g、中心相距 1cm 的两个质点之间的作用力。力的单位在 SI 制中是牛顿(N), $1N = 10^5 dyn$ (达因)。 F 的方向沿着矢径指向地心。

顿第二定律, $P = mg$, g 表示重力加速度。于是

$$g = \frac{P}{m} = -G \frac{M_E}{R^3} R + \omega^2 r' \quad (1-3)$$

(1-3)式右边第一项为引力场强度,第二项为离心力场强度。而左边的 g 相当于重力场强度。由此可见,空间某点的重力场强度,无论在数值上和量纲上都等于该点的重力加速度,且二者方向一致。所以在重力学研究中,常把重力加速度或重力场强度简称为“重力”。以后,如果无特别说明,凡提到重力,均指重力加速度。野外重力测量实际上都是测定重力加速度的数值。由此,重力(即重力加速度)的单位在 CGS 制中为厘米/秒²(cm/s²),为纪念第一个测定重力加速度的意大利学者伽利略,将这个单位称为伽(gal)。

$$1 \text{ 伽(gal)} = 10^3 \text{ 毫伽(mgal)} = 10^6 \text{ 微伽(}\mu\text{gal)}$$

在 SI 单位制中,重力 g 的单位是 m/s²,规定 1m/s² 的 10⁻⁶ 为国际通用重力单位(gravity unit),简写成 g. u.,即 1m/s² = 10⁶ g. u.。SI 单位与 CGS 单位的换算关系为:1 gal = 10⁴ g. u.。

在地球表面上,全球重力平均值大约为 9.8m/s²。从赤道(平均 9.780m/s²)到两极(平均 9.832m/s²)重力变化大约 0.05m/s²,这个量级接近地球平均重力值的 0.5%。而离心力在赤道最大值只有 0.0339m/s²,仅占重力平均值的 1/289。

第二节 地球重力位

一、引力位

由物理学可知,在保守力场中,可用位函数来研究场的特征。如果用 V 代表引力位(标量函数),则引力场与引力位之间的关系为

$$F = \text{grad} V = \nabla V \quad (1-4)$$

上式的分量形式为 $F_x = \frac{\partial V}{\partial x}$, $F_y = \frac{\partial V}{\partial y}$, $F_z = \frac{\partial V}{\partial z}$ 。

我们知道引力位的定义是:移动单位质量的质点从无穷远到该点引力场所做的功,即

$$V = \int_{\infty}^r F dr = -G \int_{\infty}^r \frac{m}{r^2} dr = G \frac{m}{r}$$

于是地球质体外的引力位应为

$$V = G \int_M \frac{dm}{r} \quad (1-5)$$

式中 r 为 dm 到计算点的距离。而质体外引力的分量形式为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \frac{\partial V}{\partial x} = -G \int_M \frac{(x-\xi)}{r^3} dm, F_y = \frac{\partial V}{\partial y} = -G \int_M \frac{(y-\eta)}{r^3} dm, \\ F_z &= \frac{\partial V}{\partial z} = -G \int_M \frac{(z-\zeta)}{r^3} dm \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

二、离心力位

离心力位的定义式为

$$Q = \int_0^{r'} C \cdot dr' = \int_0^{r'} \omega^2 r' dr' = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (1-7)$$

离心力各分量为

$$C_x = \frac{\partial Q}{\partial x} = \omega^2 x, C_y = \frac{\partial Q}{\partial y} = \omega^2 y, C_z = \frac{\partial Q}{\partial z} = 0 \quad (1-8)$$

三、重力位

地球重力位等于引力位与离心力位之和：

$$W = V + Q = G \int_M \frac{dm}{r} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (1-9)$$

而重力的分量形式为

$$\left. \begin{aligned} g_x &= \frac{\partial W}{\partial x} = g \cos(g, x) = -G \int_M \frac{(x - \xi)}{r^3} dm + \omega^2 x \\ g_y &= \frac{\partial W}{\partial y} = g \cos(g, y) = -G \int_M \frac{(y - \eta)}{r^3} dm + \omega^2 y \\ g_z &= \frac{\partial W}{\partial z} = g \cos(g, z) = -G \int_M \frac{(z - \zeta)}{r^3} dm \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

依方向导数定义,重力在任意方向 l 上的分力为

$$g_l = \frac{\partial W}{\partial l} = g \cos(g, l) \quad (1-11)$$

式中重力位、引力位以及离心力位的 SI 单位均为 m^2/s^2 。

1. 重力等位面和大地水准面

如果取 l 的方向与重力 g 的方向相垂直时,由于 $\cos(g, l) = \cos 90^\circ = 0$, $\frac{\partial W}{\partial l} = 0$, 于是有

$$W(x, y, z) = c, (c \text{ 为常数}) \quad (1-12)$$

(1-12) 式表明,沿垂直于重力 g 的方向的重力位是一个常数,没有变化。由于 W 是坐

标 (x, y, z) 的函数,所以(1-12)式是一个曲面方程式。而此曲面是重力位为某一常数的重力等位面,在此曲面上任一点重力方向皆与过该点的曲面法线方向相重合。这个曲面被称为水准面。以不同的常数代入(1-12)式,可以得到不同的水准面,所以地球外部的水准面(即重力等位面)是无穷多的。而我们常说的大地水准面是一个特殊的重力等位面。

大地水准面在海洋上是平均海平面(或静止海平面),而在陆地上是用这个平均海平面延伸到地球内部所形成的包围曲面。它是地球表面实际存在的一个面。大地水准面实际上很不规则。它在南北两半球并不对称,北极略为突出,南极略平,呈梨形,但它与一个两极略扁的旋转椭球面十分接

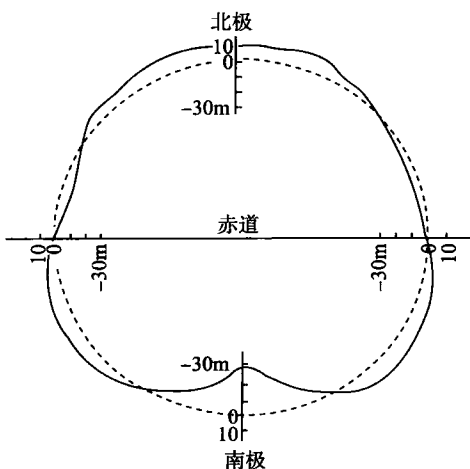


图 1-2 大地水准面与旋转椭球面
(据 Bott, 1982)

图中比例尺是加以夸大的

近,最大偏离不超过几十米,如图 1-2 所示。在利用重力资料研究地球形状时,一般把大地水准面的形状近似作为地球的形状。

当 l 方向与 g 方向夹角为 180° 时,有 $\cos(g, l) = \cos 180^\circ = -1$, 于是

$$\frac{\partial W}{\partial l} = -g \quad (1-13)$$

如用增量形式,上式变成

$$\frac{\Delta W}{\Delta l} = -g$$

式中: ΔW 为两个极其相近的等位面的重力位之差,它是一个常数; Δl 表示两个等位面之间的垂直距离。由此可见,重力 g 的大小与 Δl 成反比。由于等位面上重力并非处处相等,所以相邻两等位面间的距离也不处处相等。但重力 g 是一个不为零的有限量,所以 Δl 必然是有限值。即两个相邻的等位面不会相切,更不会相交。

2. 重力位高阶导数

重力位高阶导数在重力测量与重力勘查中广泛被应用。其中二阶导数有如下六个:

$$\left. \begin{aligned} W_{xx} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} g_x, W_{xy} = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} g_y = \frac{\partial}{\partial y} g_x \\ W_{yy} &= \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} g_y, W_{xz} = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} g_z = \frac{\partial}{\partial z} g_x \\ W_{zz} &= \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} g_z, W_{yz} = \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} g_z = \frac{\partial}{\partial z} g_y \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

可见重力位二阶偏导数的物理意义是重力在某一坐标轴上的分量对同一或另一坐标轴的变化率。重力位二阶导数的 SI 单位为 $1/s^2$, 在重力勘探中采用 SI 的分数单位,称为艾维或厄缶,记作 E, 而 $1E = 10^{-9} 1/s^2$, 它相当于在 1m 距离内重力变化 $10^{-3} g \cdot u$ 。

根据位场理论,引力位在场源外满足拉普拉斯方程,即 $\nabla^2 V = 0$, 在场源内,满足泊松方程,即 $\nabla^2 V = -4\pi G\rho$ 。而离心力位根据 (1-7) 式可求出在地球内、外部(即场源内、外部)都满足 $\nabla^2 Q = 2\omega^2$ 。

由上可知,重力位应满足如下微分方程:

$$\nabla^2 W = 2\omega^2 - 4\pi G\rho \quad (\text{地球内}) \quad (1-15)$$

$$\nabla^2 W = 2\omega^2 \quad (\text{地球外}) \quad (1-16)$$

数学上称满足拉普拉斯方程的函数为调和函数。因此,在地球外部空间引力位是调和函数,而离心力位和重力位皆不是调和函数。

常用的重力位的三阶导数是

$$W_{zzz} = \frac{\partial^3 W}{\partial z^3} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2}{\partial z^2} (g_z) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial z} g_z \right) \quad (1-17)$$

重力位对 z 轴的三阶导数的物理意义是,重力的 z 分量对 z 轴的变化率的变化率。重力位三阶导数的 SI 单位为 $1/(m \cdot s^2)$, 记作 MKS(W_{zzz}), 常用 SI 单位的分数单位有 $10^{-9} (m \cdot s^2)^{-1}$ 和 $10^{-12} (m \cdot s^2)^{-1}$, 分别记作 nMKS(W_{zzz}) 和 pMKS(W_{zzz}), 它们分别相当于在 1m 距离内重力位二阶导数变化 1E 和 $10^{-3} E$ 。

第三节 正常重力公式

一、地球椭球体

由第二节可知,在研究地球形状时,一般把大地水准面近似作为地球的形状。而大地水准面又与一个两极略扁的旋转椭球面十分接近。自从采用摆仪测量法以来,遍及地球表面的重力资料的分析表明,地球形状最准确的参考面接近于旋转扁球面,而不是旋转椭球面,但后者更便于应用,因为涉及的常量更少。在重力测量中,为了确定正常重力值,选择这样一个旋转椭球体,使其表面与大地水准面接近;其质量与地球的总质量相等;物质呈相似旋转椭球层状分布;旋转轴与地球自转轴重合;旋转角速度与地球自转角速度相等。这样的旋转椭球体又称为参考椭球体或标准椭球体。而在这个椭球体表面上的重力场称为地球正常重力场。

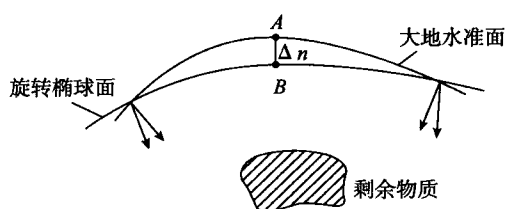


图 1-3 由异常质量引起的大地水准面的波动(ΔN)及铅垂线的偏斜

就实际地球而言,大地水准面通常不与旋转椭球面符合,这是因为地球上部物质密度的分布,不但有垂向变化,而且沿横向也有变化,加上地球表面有高山和海洋,这些因素引起了局部异常质量的存在,从而导致了大地水准面的局部畸变,如图 1-3 中质量剩余区的上方有附加位 ΔW ,它使等位面面向外翘曲。在均匀的地球里,对于单个异常质量来说,大地水准面的翘曲 ΔN 可由(1-13)式计

算。在质量剩余区的周围,铅垂线是向内偏斜的,若质量亏损,结果应当相反。

大地水准面的局部起伏为解释地下构造提供了有用的信息。正如人造卫星观测到的那样,大地水准面的大规模降低和升高与深部密度异常有着直接的关系,根据目前研究,其来源应位于地幔之内。

二、正常重力公式

推导正常重力公式目前主要采用两种方法。一种是拉普拉斯方法,它是把地球重力位展开成级数,然后在级数中保留头几项,使其变成简单的函数式,把这样一个近似重力位当作正常重力位,然后求导数得出正常重力公式。第二种方法是斯托克司方法,它是已知一个曲面的形状,并且知道它的总质量及旋转角速度,然后用数学方法求出正常重力值。索密里安用这种方法推导出了正常重力公式,又叫索密里安封闭公式。这里采用的是拉普拉斯方法推导的正常重力公式。

1. 用拉普拉斯方法表示正常重力位

重力位表达式实际上并不能直接应用,因为我们即不知道地球的密度分布,又不知道地球的准确形状,而只能用间接的方法把它求出(图 1-4)。从(1-5)

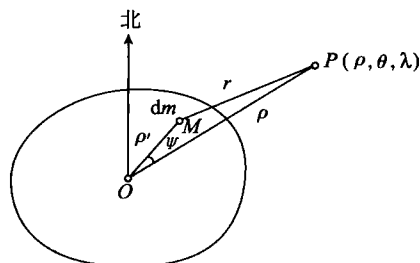


图 1-4 拉普拉斯方法计算地球正常重力公式的坐标系