

材料力學

教育學院 許松山編著

正言出版社印行

編者序

研究材料力學之目的是要使學者瞭解作用在一工程結構物之外力與此結構物構件所產效應間之關係。材料力學為工程設計之基礎，本書專為大學工程學系及工業專科學校學生學習材料力學而編著。

本書係根據 Timoshenko & Young (1930) ; S. Timoshenko & G.H. MacLullough (1935) 及 Robert W. Fitzgerald (1967) 等所著材料力學教科書為藍本，並參照 Higdon Ohlsen, Stiles & Weese (1960) 及 Popov (1970) 二本材料力學，由淺而深，由簡而繁，擷取各書之特點，循序重新編排而成。

書中除每章所需之例題用以說明外，復加上大量習題，以作為學者充分練習之用，而半數以上習題，均附有答案，如無答案者，則其性質與有解答者相類似。本書並加入最新之例題及習題，供學者作更新之瞭解。本書之內容為：

第一章中詳論在彈性限度內應力與應變之關係。第二章說明剪力之觀念及鉚釘接之設計。由純剪力之討論推廣到第三章的扭轉問題。第四章合成應力—應變之分析甚為重要，說明雙軸向之應力及應變合成，並介紹莫氏圓之原理。其後第五章討論到梁剪力，彎矩與受載重之關係。第六章為梁之基本彎曲理論及討論梁在彎曲的情況下，各種應力之求法。第七章致力於討論梁撓度之計算方法，它包括重積分法，面矩法，共軛梁理論及重疊法。第八章第九章討論梁之超靜定及特種問題之解法。第十章研究組合應力及偏心載重，討論各種應力之組合。第十一章為柱之理論，敘述一完全之合理分析，且將常用之經驗公式，附敘於後，以供學者作設計時之參考。應變能理論章中專論應變能理論之要素。最後一章為介紹材料之性質，其中所敘述者為各種力性試驗，金屬之疲勞，強度理論及工作應力，旨在希望學者對材料力學實驗方面的重要性，增加學者之瞭解。

編著此書之目的乃是要材料力學中種種論題，作一完善合理之敘述，希望本書能引起學者對材料力學之興趣，且能超過本書之水準，俾能進入更深論題之探討。

本書之編著因受時間所限，倉促成書，遺漏之處在所難免，祈請使用本書諸賢達惠予原諒，並賜予指正。本書在編印期間承蒙李麗娟小姐熱忱幫忙校正，著者在此謹致謝意。

民國六十五年四月許松山序於
台南

符 號

A	面積 (Area)
b	寬度 (Width)
C	壓力 (Compressive force)
c	中立軸至最外纖維之距離 扭轉中心至最外纖維之距離
D	直徑 (Diameter)
d	直徑 (Diameter) ; 距離 (distance)
E	楊氏彈性係數 (Modulus of elasticity)
e	單位張或壓應變 (Unit strain) ; 偏距 (Eccentricity)
e_x, e_y, e_z	各在 x, y 及 z 方向內之單位張或壓應變
F	總力 (Force)
$F.S.$	安全因素 (Factor of safety)
G	剪力彈性係數 (Shearing modulus of elasticity) ; 剛性係數 (Modulus of rigidity) 。
g	重力加速度 (Accelation of gravity)
h	高度 (Height) ; 深度 (Depth) ; 梁深 (Depth of beam) ; 距離 (Distance)
h_p	馬力 (Horsepower)
I	慣性矩 (Moment of inertia)
I_x, I_y, I_z	各對於 x, y 及 z 軸之慣矩
I_p, J	極慣性矩 (Polar moment of inertia)
K	應力集中因素 (Stress concentration factor) ; 常數 (constant)
k	彈簧常數 (Spring Constant)
k_i, k	千磅 (Kilopound)

L, l	長度 (Length)
M	彎矩 (Bending moment) , 力矩 (Moment)
N	正力 (Normal force) ; 速率 (Speed)
n	轉速 (Number of circles)
n, a	中立軸 (Neutial axis)
P	力 (Force) , 集中載重 (Concentrated load)
P_{cr}	柱之臨界載重 (Critical load of beam)
p	單位面積上之壓力 (Unit stress) ; 流體壓力 (Fluid pressure)
p_{si}	磅/平方吋 (Pounds per square inch)
Q	面積靜力矩或第一力矩 (Statical (first) moment of an area)
R	半徑 (Radius) ; 及作用力 (Reaction)
R_1, R_2	反作用力 (Reaction)
r	半徑 (Radius) ; 迴轉半徑 (Radius of gyration)
rad	弧度 (Radians)
rpm	每分鐘之轉速 (Revolution)
S	單位應力 (Unit stress)
S_s	剪應力 (Shearing stress)
S_c	單位壓應力 (Compressive stress)
S_T	單位張應力 (Tensile stress)
$S_{極限}$	極限應力 (Ultimate stress)
S_n	單位正應力 (Normal stress)
S_w	單位正作應力 (Work stress)
S_x, S_y, S_z	在 x, y 及 z 方向之單位正應力
S_{xy}	在 x 及 y 平面上之單位剪應力 (Shearing stress at xy . plane)
S_{yp}	屈服點應力 (Yield point stress)

T	張力 (Tensile force) ; 溫度 (Temperature)
t	溫度 (Temperature) ; 厚度 (Thickness)
U	應變能 (Energy of strain)
W	總重量或載重 (Total load)
w	單位長之重量或載重 (Weight or load per unit of length)
x, y	質心距離 (Distance of centroid)
y	梁之撓度 (Deflection of beam) ; 距離 (Distance)
$Z = \frac{I}{C}$	截面係數 (Section modules)
I	I字梁 (I beam)
α, β, γ	角度 (General angle)
γ	角度 ; 剪應度 (Shearing strain)
δ (delta)	撓度 (Deflection) ; 伸長 (Elongation)
Δ (delta)	函數之變化 (Change in a function)
μ (mu)	鮑生比 (Poisson's ratio)
θ, ϕ	角度 (General angle)
ρ (rho)	曲率半徑 (Radial distance)
Σ (sigma)	和的符號 (Summation sign)

英制單位與公制單位之換算

- ① $1 \text{ 呎 (ft)} = 0.3048 \text{ 公尺 (m)}$
 $\quad = 30.48 \text{ 公分 (cm)}$
- ② $1 \text{ 吋 (in)} = 2.54 \text{ 公分 (cm)}$
 $1 \text{ 吋}^2 \text{ (in}^2\text{)} = 6.45 \text{ 公分}^2 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $1 \text{ 吋}^3 \text{ (in}^3\text{)} = 16.37 \text{ 公分}^3 \text{ (cm}^3\text{)}$
 $1 \text{ 吋}^4 \text{ (in}^4\text{)} = 41.58 \text{ 公分}^4 \text{ (cm}^4\text{)}$
- ③ $1 \text{ 磅 (lb)} = 0.454 \text{ 公斤 (Kg)}$
- ④ $1 \text{ 呎-磅 (ft-lb)} = 0.1384 \text{ 公尺-公斤 (m-Kg)}$
- ⑤ $1 \text{ 吋-磅 (in-lb)} = 1.153 \text{ 公分-公斤 (cm-Kg)}$
- ⑥ $1 \text{ 磅/吋}^2 \text{ (psi)} = 0.0704 \text{ 公斤/公分}^2 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}$
- ⑦ $1 \text{ 磅/吋 (lb/in)} = 0.176 \text{ 公斤/公分 (Kg/cm)}$
- ⑧ $1 \text{ 磅/呎 (lb/ft)} = 1.490 \text{ 公斤/公尺 (Kg/m)}$
- ⑨ $1 \text{ 磅/呎}^3 \text{ (lb/ft}^3\text{)} = 16.2 \text{ 公斤/公尺}^3 \text{ (Kg/m}^3\text{)}$
- ⑩ $1 \text{ 馬力 (hp)} = 33000 \text{ 呎-磅/分 (ft-lb/min)}$
 $\quad = 4550 \text{ 公尺-磅/分 (m-Kg/min)}$
 $\quad = 396000 \text{ 吋-磅/分 (in-Kg/min)}$
 $\quad = 455000 \text{ 公分-磅/分 (cm-Kg/min)}$

目 錄

第一章 拉伸與壓縮

1 前 言	1
2 彈 性	1
3 應力及應變	2
4 虎克定律	4
5 拉伸試驗圖	6
6 鮑生比	7
7 工作應力	7
8 張力及壓力之超靜定問題	9
9 熱應力	9
10 薄壁圓筒及球內之應力	10
11 應力集中	13
12 疲勞載重	14

第二章 剪及鉚釘接合

1 剪應力、剪應變及剪彈性係數	21
2 兩個垂直方向之剪應力	22
3 鉚釘接之方式	23
4 鉚釘接之強度及效率	24
5 鉚釘接的破壞原因	25

第三章 扭 轉

1 概述	30
2 剪應力	30

3. 空心圓軸之剪應力	32
4. 扭 角	33
5. 旋轉軸之傳達功率	35
6. 密圈螺旋式彈簧	37
7. 密圈螺旋彈簧之撓度	39

第四章 合成應力—應變之分析

1. 單軸向的拉伸或壓縮	44
2. 兩垂直方向之拉伸及壓縮	46
3. 互成直角面上剪應力間之關係	48
4. 純 剪	49
5. 平面應力的一般情形	49
6. 莫氏圖	51
7. 單軸向拉伸時之應變	56
8. 在二垂直方向之張力或壓力之應變	57
9. 三互相垂直方向之拉伸及壓縮的應變	58

第五章 剪力與彎矩

1. 梁之定義及載重之形式	64
2. 剪力及彎矩	66
3. 剪力圖及彎矩圖之向號	67
4. 剪力圖與彎矩圖之畫法	68
5. 剪力圖與彎矩圖之關係	79
6. 最大彎矩位置之求法	79
7. 利用累加面積求彎矩值	83
8. 運動載重及影響線	84
9. 圖表之應用	86

第六章 樑內應力

1 概 述	90
2 撓曲中之正應力	90
3 截面模數	93
4 撓曲應力公式之應用	94
5 剪應力及剪應力公式	100
6 彎曲中之主應力	108
7 組成梁內之應力	109
8 鋼筋混凝土梁	114

第七章 梁之撓度

1 概 述	122
2 梁之撓曲方程式	122
3 用重積分法求梁之撓度	125
4 面積力矩求撓度法(面矩法)	131
5 共軛梁法求解梁之斜度及撓度	149
6 用重疊法求梁之撓度	152
7 彎曲之應變能量	157
8 剪力對於梁撓度之效應	161
9 不與梁截面對稱軸平行的各載重所引起的應力及撓度	163

第八章 超靜定梁之彎曲

1 概 述	171
2 重疊法	172
3 三力矩理論	183
4 應用卡氏定理解靜不定梁之方法	191

第九章 梁之特種問題

- 1 材料不遵循虎克定律時之純彎曲 202
- 2 在屈服點以外梁之彎曲 204
- 3 二種不相同材料構成之梁 206
- 4 鋼筋混凝土梁 207
- 5 曲桿內之彎應力 208
- 6 任意截面梁之彎曲 211

第十章 組合所成之應力與偏心載重

- 1 概 述 219
- 2 扭轉與軸向拉伸或壓縮之組合 219
- 3 軸向載重與撓曲載重應力之組合 221
- 4 圓軸內彎曲應力與扭轉應力之組合 223
- 5 偏心載重 232
- 6 對兩軸偏心之軸向載重 234
- 7 偏心載重之柱及梁柱 235
- 8 承受偏心載重之鉚釘接合與螺釘接合 236

第十一章 柱

- 1 概 述 244
- 2 歐拉公式及其應用 245
- 3 柱端有其他種支承條件之歐拉公式 248
- 4 歐拉長柱公式之進一步研究 251
- 5 設計壓縮構桿之經驗公式 252
- 6 柱之偏心載重 260
- 7 柱設計時之支端條件 264

第十二章 應變能

1 張力之彈性應變能	270
2 因撞擊所生之張力	273
3 純剪的應變能	276
4 扭轉作用的應變能量	277
5 彎曲作用之彈性應變能	278
6 卡氏定理	281

第十三章 材料之機械性質

1 概 述	285
2 拉伸試驗	285
3 壓力試驗	288
4 衝擊試驗	290
5 應變硬比，殘留應力及滯後作用	292
6 雙軸向及三軸向之拉力及壓力試驗	295
7 金屬之疲勞	297
8 工作應力	300
9 強度理論	303
10 在高溫度之金屬之物理性質	310
11 材料試驗	312
12 材料試驗機器	312

附 錄

附錄—A 截面積之形心，慣性矩，週轉半徑及極慣性之 求法	318
附錄—B 常用各種載面之性質	328
附錄—C 剪力圖及彎矩圖	331

附錄－D 靜力學之複習	335
-------------------	-----

附 表

附表 1	常用金屬之平均物理性質
附表 2	結構木材之物理性質及其工作應力（普通結構級－乾藏
附表 3	房屋用石、磚及混凝土之平均物理性質
附表 4	鋼之機械性質
附表 5	常用材料之平均物理性質
附表 6	管之尺度與性質
附表 7	康奈其梁截面之要素
附表 8	美國標準工字梁截面之要素
附表 9	美國標準槽鐵截面之要素
附表 10	等角鐵截面之要素

第一章 拉伸與壓縮

1. 前言 —— 今研究一簡單槓桿（如圖 1-1），以決定材料力學中所論之題目，倘略去重量所得之加速度，使 P 及 W 二力對於支點之力矩相等，則可求出舉重量 W 所需之力 P ，此即為靜力學問題。設其加速度甚大，則此問題變為動力學問題。然猶有其他之問題，必待解答者：即此桿是否十分堅固？受荷載後不折斷亦不過度變形乎？又此桿能舉載多少而彎曲不過大？舉載荷一定時其彎曲之大小若干？欲解答此諸問題，必用材料力學來加以討論。由此材料力學即討論作用於彈性體上之外力與此諸外力所生之內力及變形間之關係。

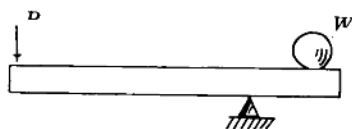


圖 1-1

求解所有材料力學問題時，必需了解物體內部之內力反應情況。因之，更重要者乃深切體會發生在物體內部之應力與應變，在求解這些問題時，需要記憶之公式很少。然而，在解題時，需細心且完全的畫出構件之受力圖，以幫助學者對問題之深入瞭解。

2. 彈性 —— 一物體受力作用後發生變形，當作用之外力移去後，物體即回復其原有之形狀，此種性質即稱為彈性（Elasticity）。

作用於物體之力除去後，該物體能完全回復原形者，稱為完全彈

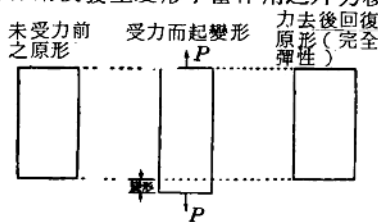


圖 1-2

2 材料力學

性體（如圖 1-2 所示），若作用力除去後僅能恢復其原形的一部分，而尚留有一部分變形者，則為半彈性體。力除去之後所剩留之變形稱為永久變形（如圖 1-3）。

依據上述之定義，幾乎所有之工程材料，如鋼，鋁，玻璃，混凝土及木材等，均可被認為彈性體。唯這些材料僅能接受正常適當之力，方能成為完全彈性體。如加於這物體上之應力太大，超過其極限時，物體將永不能回復其原有之大小。

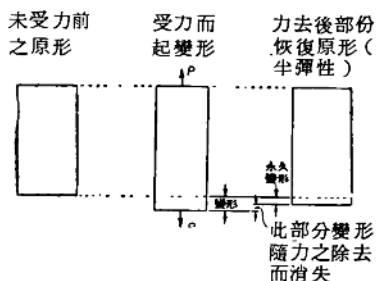


圖 1-3

3. 應力及應變——在討論內力之大小時，假設在距載重點若干距離處，以一截面 $m-n$ ，將圖 1-4 之桿，割為二段，而研究此桿下段之平衡（圖 1-4(b)）。在此部分之下端，有張力 P 作用，在上端有諸力作用，此諸力代表變形桿上部分對於下部分之作用。平均分佈的內力之合力一定等於外力 P ，所以如果 A 代表該桿之截面積， S 代表單位面積所受力（即應力），則

$$S = \frac{P}{A} \quad (1-1)$$

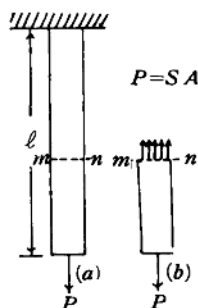


圖 1-4

這個每單位面積的力稱為桿之應力（

Stress），力的單位通常為磅（Pound），面積的單位為平方吋，所以應力的單位為每平方吋若干磅之力（磅/吋²），以“PSI”表示之。應力另一表示法以公斤（Kilo）表示力之單位，面積以平方厘米（

cm^2) 爲單位應力之單位爲每平方厘米若干公斤(千克), 即以“ kg/cm^2 ”表示, 本書中均採用之。其總張力 $P = SA$ 有時亦稱合成應力 (Stress Resultant)。

以上所論之例, 其應力等布於截面上, 但許多例中, 其應力非爲等布。在如此例中, 欲求作用於截面 O 點之應力大小, 可攷究一面積元素 ΔA , 此元素位於截面內, 且含 O 點。作用於此面積元素上之內力, 可化成一合力 ΔP 設繼續縮小面積元素 ΔA , 則 $\Delta P / \Delta A$ 之極限值, 爲作用於剖面上 O 點之應力大小, 故

$$S = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1-2)$$

合力 ΔP 之極限方向, 爲應力之方向, 在一般之情形中, 應力之方向與其作用面積 ΔA 傾斜, 此恆分解爲二分力: 一爲垂直於面積之正應力 (Normal stress), 及一作用於面積 ΔA 平面內之切應力 (Shear stress) 又稱爲剪應力。

應力因受力作用之方向不同而分爲:

a. 張應力 (Tensile stress): 作用於物體之兩端點共線, 相等, 相背之力稱爲拉力或張力。若力作用於物體之軸線一致, 此物體稱爲拉桿。在拉桿橫斷面上發生均佈之應力即爲張應力, 如圖 1-4 所示。

b. 壓應力 (Compressive stress): 作用於物體之兩點共線, 相等, 相向之力稱爲壓力, 若力之作用之軸線一致, 此物體稱爲壓桿。在壓桿斷面上所產生之均佈應力, 即爲壓應力。

c. 剪應力 (Shear stress): 作用於物體之兩點, 相等, 相反, 平行而相距極小之力, 稱爲剪力, 由剪力產生剪應力。

今回至圖 1-4 所示之桿, 設不究桿加力附近之部分, 則可假設在受張力時, 此桿之縱纖維之伸長相同, 且垂直於桿軸之橫截面, 此桿每單位長之伸長量, 稱爲張應變 (Strain), 以符號 ϵ 表之。

$$e = \frac{\delta}{\ell} \quad (1-3)$$

式中 ℓ = 桿之長度。 δ = 桿之總伸長。同理，桿受壓力時，則 e 稱之為壓應變。

4. 虎克定律——我們已經介紹了材料力學中最基本且重要的兩個定義，此即應力與應變。應力與應變間之關係，在十七世紀（1678）英國科學家虎克（Robert Hooke）發表「應力與應變成正比」之論文，創立應力與應變之簡單直線關係。因之以其名名之虎克定律（Hook's Law）以代數式表之 $S \propto e$ ，比例 $S \propto e$ 包含一比例常數 k ，我們可以寫成爲 $S = ke$ 。

在十九世紀（1802），英國科學家楊氏（Tomas Young）首先求得比例常數 K 。我們即稱爲彈性係數（Modulus of elasticity）或稱楊氏係數（Young's modulus），以符號 E 表示之。由此可知， E 爲應力與應變間之比例因數，其關係之下：

$$E = \frac{S}{e} = \frac{\text{應力}}{\text{應變}} \quad (1-4)$$

由 $S = \frac{P}{A}$ 及 $e = \frac{\delta}{\ell}$

代入（1-4）式得 $\delta = \frac{P\ell}{AE} \quad (1-5)$

【例1】銅棒長 1.83 m ；截面積爲 3.23 cm^2 ，受一 16360 Kg 之張力作用，試求其總應變。銅棒 $E = 2.11 \times 10^6\text{ Kg/cm}^2$

【解】 $\delta = \frac{P\ell}{AE} = \frac{(16360)(183)}{(3.23)(2.11 \times 10^6)} \quad \delta = 0.442\text{ 公分}$

【例2】一圓形桿垂直懸掛，求其由本身重量所產生之總伸長。

【解】令 A 表截面積， ρ 表單位體積之重量，先以相鄰之截面自桿上截下長 dx 之元素，取甚短長度 dx ，其應力可假定爲