

ZHONG XUE SHENG NENG
LI PEI YANG HE XUN LIAN

中学生能力培养和训练

平面几何

第一册



天津科学技术出版社
学术期刊出版社

中学生能力培养和训练

平面几何

(第一册)

刘中有 坚毅 编

天津科学技术出版社
学术期刊出版社

中学生能力培养和训练

平面几何

(第一册)

刘申有 坚毅 编

*

天津科学技术出版社 出版
学术期刊出版社

天津市赤峰道130号

天津市蓟县印刷厂印刷

新华书店天津发行所发行

*

开本787×1092毫米 1/32 印张4.75 字数99,000

1989年6月第1版

1989年6月第1次印刷

印数: 1—10,200

ISBN 7-5306-0419-7/G·100 定价: 1.60元(X)

目 录

第一章 基本概念.....	(1)
直线、射线、线段.....	(1)
线段的比较、度量与和差.....	(3)
角及其比较和度量.....	(6)
角的和差画法及分类.....	(8)
第二章 相交线、平行线.....	(13)
对顶角及其应用.....	(13)
垂线.....	(16)
不容含混的三线八角.....	(20)
平行线及其判定.....	(23)
平行线的性质.....	(27)
命题与定理.....	(30)
有关证明问题.....	(35)
第三章 三角形.....	(39)
三角形的概念与三边间的关系.....	(39)
三角形的内角和.....	(42)
三角形全等的对应关系与边角边公理.....	(47)
角边角、角角边与边边边.....	(52)
等腰三角形的性质.....	(59)

等腰三角形的判定.....	(66)
尺规作图与基本作图.....	(72)
直角三角形的性质.....	(75)
直角三角形全等的判定.....	(78)
逆定理、逆命题.....	(82)
线段的垂直平分线与角平分线.....	(85)
轴对称和轴对称图形.....	(90)

第四章 四边形..... (94)

多边形的内角和与外角和.....	(94)
平行四边形的性质.....	(97)
平行四边形的判定.....	(101)
矩形的性质与判定.....	(105)
菱形的性质与判定.....	(108)
正方形的性质与判定.....	(110)
中心对称、中心对称图形.....	(115)
梯形.....	(118)
平行线等分线段定理及三角形的中位线.....	(121)
梯形的中位线.....	(126)

第五章 面积、勾股定理..... (131)

三角形与特殊四边形的面积.....	(131)
平行四边形、三角形的等积问题.....	(135)
勾股定理.....	(140)

第一章 基本概念

直线、射线、线段

【学习要求】

1. 会用字母表示一条直线或线段。
2. 掌握直线的基本性质：经过两点有一条直线，并且只有一条直线。
3. 掌握直线的性质：两条直线相交，只有一个交点。
4. 必须理解直线、射线、线段的区别。
5. 掌握说明名词含意的语句叫做定义。

【能力反馈】

1. 下面说法中，正确的是（ ）。

- (A) 射线要比线段长得多；
- (B) 线段是线的一段；
- (C) 把线段截开可成两条射线；
- (D) 直线是一条很长的线段。

2. 下面各说法中，正确的是（ ）。

- (A) 延长线段 AB 到 D ；
- (B) 延长射线 OP ；
- (C) 延长直线 AB ；
- (D) 反向延长直线 AB 。

图 1-1

3. 如图1-1过五点中的任意两

点画直线，共可画（ ）条。

(A) 五条；(B) 七条；

(C) 九条；(D) 十条。

4. 如图 1-2 共有线段的条数是（ ）。

(A) 五条；(B) 七条；

(C) 八条；(D) 十条。

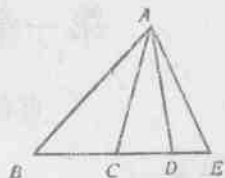


图 1-2

【能力分析】

通过本组练习题的第 1 题：首先

要明确过任意两点都可以得到一条直线。直线上某一点一旁的部分叫做射线，即一端有端点而另一方无限伸长。直线上两点间的部分叫做线段，即两端都有端点。然后，分析线段是直线的一部分，而不是什么其他线的部分，把线段截开仍是线段，很长的线段仍是线段，不会两方无限伸长，所以仍不是直线。所以正确答案是 (A)。本题必须在全面理解直线、射线、线段概念的基础上才能选择判断，这样可以培养理解能力。

第 2 题要明确线段可以向任何一方延长，而直线两方都是无限伸长。射线一端有端点另一方无限伸长。延长直线、射线都是错误的，反向延长直线也是错误的，所以正确答案是 (A)、本题必须理解只有线段方可延长，这样可以培养理解能力。

第 3 题要明确过任意两点都只能引一条直线，共可画出直线 AB、BC、CD、DE、AE、AC、AD、BD、BE、CE 十条，所以正确答案是 (D)。此题不但要掌握直线公理，而且还需要有全面观察能力。

第4题要明确直线上任意两点间的部分都是一条线段。从图上看 AB 、 AC 、 AD 、 AE 、 BC 、 CD 、 DE 、 BD 、 BE 、 CE 都是线段。所以正确答案是(D)。本题不但可以检查对线段概念理解能力,而且还可以培养观察能力。

具备以上能力才能顺利地解有关直线、射线、线段的实际问题。

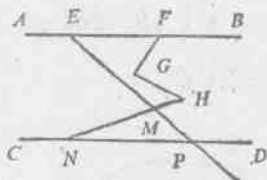


图 1-3

例如:如图1-3中共有____条直线,共有____条射线,共有____线段,共有____个交点。

分析:如果你对直线、射线、线段、两条直线相交,只有一个交点等基本概念理解能力很强,就可以确定共有两条

直线,11条射线,10条线段,7个交点。

线段的比较、度量与和差

【学习要求】

1. 要会比较两条线段的大小。
2. 理解并掌握线段的性质公理:两点之间线段最短。
3. 了解连结两点的线段的长度叫做两点间的距离。
4. 会用圆规、刻度尺画线段的和与差。
5. 理解并掌握线段中点的定义。以下三种表示应用较多,应予以重视。若点 C 为 AB 的中点,则 $AC=BC$ 或 $AC=\frac{1}{2}AB$ 或 $AB=2AC$ 。

【能力反馈】

1. 如图1-4线段AC上一点B, M是AB的中点, N是BC的中点, 如果量得 $MN=18\text{cm}$, 那么 $AC=$ _____.



图1-4



图1-5

2. 如图1-5C是线段AB的中点, 错误的答案是 ().

(A) $AB=2BC$;

(B) $AC=\frac{1}{2}AB$;

(C) $AC=BC$;

(D) 还有别的表示方法.

3. 用圆规量出图1-6中五条线段中最短的一条是 ().

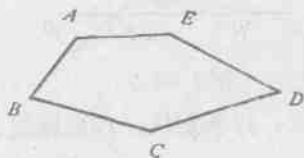


图1-6

(A) ED ; (B) BC ;
(C) AE ; (D) AB .

4. 已知线段 a 、 b 、 c (b 最短). 求作一线段等于 $a-b+c$. 观察图1-7中各图正确的作法是 ().

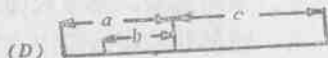
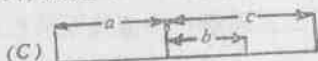


图1-7

5. 若有一人一狗都在A处, 发现B处有一猎物, 放开狗去追捕猎物. 狗追捕猎物跑的路线是 (). 参看图1-8.

- (A) ①; (B) ②;
(C) ③; (D) ④.

【能力分析】

分析本组练习题的第1题,要
明确线段中点的定义。通过逆反

推理计算出正确答案是36cm。这样可以培养逆反推理能力。

第2题要掌握线段中点的三种常用的表示方法。巩固所
学的线段中点的定义,这样很快确定没有其他表示方法。正
确答案应是(D)。可以培养理解能力。

第3题只要正确地掌握两条线段比较大小的方法,就能
确定AB最短。答案是(D)。可以培养观察能力。

第4题要求会作线段的和与差。通过观察或者自己正确
的作一遍,即可排除错误的作法。正确答案是(B)。可以
培养观察与作图能力。

第5题是在理解线段性质公理的基础上,通过动物的运
动来帮助理解,两点之间线段最短。确定答案是(C)。可
以培养理解能力。

有了以上的能力和相应的基础知识,即可解有关问题。

例如:如图1-9若线段AB上一点C, D是AC的中点, E
是CB的中点,则 $DE = \underline{\hspace{2cm}}$, $AD = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$, CB
 $= \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$.



图1-9

分析: 只要对线段中点的三种表示法很熟悉, 就能很快

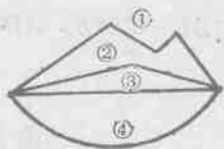


图1-8

填出 $DE = \frac{1}{2}AB$, $AD = DC = \frac{1}{2}AC$, $CB = 2CE = 2BE$.

角及其比较和度量

【学习要求】

1. 掌握角的表示方法.
2. 掌握角的大小的比较方法.
3. 了解、掌握并会运用度、分、秒度量角, 掌握度与度、分、秒之间的互化算法.

【能力反馈】

1. 下面说法中, 正确的是 ().

- (A) 一条射线绕端点旋转一周和射线原位置重合时叫周角, 可用 0° 表示;
- (B) 由两条射线组成的图形叫做角;
- (C) 时钟 0 点 30 分时, 时针与分针成平角;
- (D) 一条射线绕端点旋转到和原来位置成一条直线时就构成了平角.

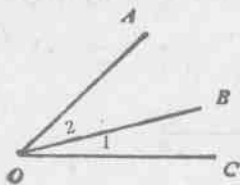


图 1-10

2. 看图 1-10 表示角的写法

错误的是 ().

- (A) $\angle AOC$; (B) $\angle 1$;
(C) $\angle 2$; (D) $\angle O$.

3. 如图 1-11, 在 $\angle AOB$ 内部有两条射线 OC 、 OD , 那么下

列各式中错误的是()。

(A) $\angle AOC = \angle BOD$;

(B) $\angle AOC < \angle AOB$;

(C) $\angle AOD > \angle AOC$;

(D) $\angle AOB > \angle BOC$ 。

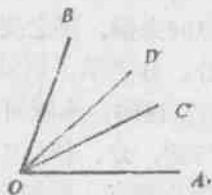


图 1-11

4. 下列各计算结果错误的

的是()。

(A) $16^{\circ}20'24'' = 16.34^{\circ}$;

(B) $35.45^{\circ} = 35^{\circ}27'$;

(C) $85^{\circ}5' = 85.5^{\circ}$;

(D) $42.125^{\circ} = 42^{\circ}7'30''$ 。

【能力分析】

分析本组练习题的第1题要对角的定义, 平角定义, 周角定义很清楚。周角是 360° 而不是 0° , 由两条无公共端点的射线所组成的图形若无交点不是角, 有交点就不是一个角。若时针不动时分针到30分针时是平角。可是实际上时针也在转动。所以不是平角。正确答案是(D), 本题可以培养分析与理解能力。

第2题只要掌握了用三个大写字母或一个大写字母或一个小写字母或用数码表示角的方法, 就不难看出 $\angle O$ 不能表示是三个角中的哪个角, 肯定是(D)错了。本题可以培养观察和理解能力。

第3题只要正确的掌握角的大小的比较方法, 就能看出(B)中的OC落在 $\angle AOB$ 中, 即 $\angle AOC < \angle AOB$ 。(C)中的OC落在 $\angle AOD$ 中, 即 $\angle AOD > \angle AOC$ 。(D)中的OC落在 $\angle AOB$ 中, 即 $\angle AOB > \angle BOC$ 。通过度量 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 的两边不重合, 即 $\angle AOC \neq \angle BOD$ 。正确答案是(A)。本题可以培养观察与理解能力。

第4题要将用度、分、秒表示的角化成用度表示,就要两次除以60来解。反之要将用度(带有小数)表示的角化成用度、分、秒表示,则需要用两次乘以60来解。经计算可知(C)是错误的。本题可以培养计算能力。

度与度、分、秒互化是学习重点,计算时钟的时针与分针所成角是难点。要想学好重点,解决难点,必须具备分析、理解、观察与计算能力和已经学过的基础知识。

例如:计算 $481526'' =$ _____ 度 _____ 分 _____ 秒。当用 $481526'' \div 60'' = 8025'26''$,再用 $8025' \div 60' = 137^{\circ}5'$,所以 $481526'' = 137^{\circ}5'26''$ 。

例如:时钟指1点20分时,时针与分针所成角是多大?

分析:可画一时钟草图观察,0点到6点共 180° 。分针走到20分时,只转动了 120° 。时针走到1点时转了 30° ,走到1点20分时又转了 10° 。这样自然形成一个算式即 $180^{\circ} - 60^{\circ} - 30^{\circ} - 10^{\circ} = 80^{\circ}$ 。解本题若没有很好的分析能力,则不是解不出就是解错。

角的和差画法及分类

【学习要求】

1. 会用半圆仪画角。

2. 理解并掌握角平分线的定义。并能熟练地掌握角平分线的三种表示方法。若OC平分 $\angle AOB$,则 $\angle AOC = \angle BOC$, $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOB$, $\angle AOB = 2 \angle BOC$ 。

3. 要掌握周角、钝角、直角、锐角的定义。

4. 理解并熟练地掌握互余、互补定义。
5. 深刻理解等量代换的含意。
6. 熟练地掌握同角（或等角）的余角相等。
7. 熟练地掌握同角（或等角）的补角相等。

【能力反馈】

1. 下面说法中正确的是（ ）。

(A) 若 $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$ ，则 A、O、C 在同一直线上；

(B) 0° 角也是锐角；

(C) 大于钝角的角也是钝角；

(D) 小于钝角而大于锐角的角是直角。

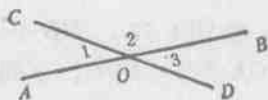


图 1-12

2. 如图 1-12，直线 AB、CD 交于 O，表示错误的式子是（ ）。

(A) $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ；

(B) $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle 2$ ；

(C) $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ；

(D) $\angle 1 = \angle 3$ 。

3. 如图 1-13，OC 平分 $\angle AOB$ ，

下列表示方法错误的是（ ）。

(A) $\angle 1 = \angle 2$ ；

(B) $\angle AOB = 2 \angle 1$ ；

(C) $\angle 1$ 与 $\angle AOB$ 互余；

(D) $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle AOB$ 。

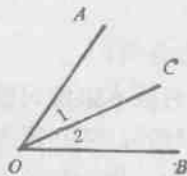


图 1-13

4. 如图 1-14 所示，下列等式中错误的是（ ）。

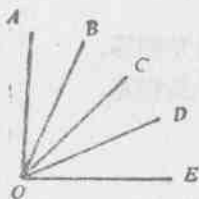


图 1-14

$$(A) \angle AOD - \angle COD = \angle DOE;$$

$$(B) \angle AOD + \angle DOE = \angle AOE;$$

$$(C) \angle AOC + \angle COE - \angle AOB = \angle BOE;$$

$$(D) \angle BOE - \angle BOC = \angle EOC.$$

5. 若有 $a=b$, $c=b$, $a=d$, $m+n=a$, $p=d-q$, 则不是等量代换的是 ().

$$(A) a=c;$$

$$(B) b=d;$$

$$(C) m+n=c;$$

$$(D) a=p-q.$$

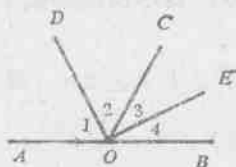


图 1-15

6. 如图 1-15, OD 平分 $\angle AOC$, OE 平分 $\angle BOC$, 下列表示错误的是 ().

$$(A) \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ;$$

$$(B) \angle AOE + \angle DOC = 180^\circ;$$

$$(C) \angle 1 + \angle 4 = 90^\circ;$$

$$(D) \angle 2 + \angle BOD = 180^\circ.$$

【能力分析】

分析本组练习题的第 1 题必须清楚平角的定义。一个平角 $= 180^\circ$ 。还必须有灵活的想象力。若 OC 恰在 OB 的反向延长线上, 则 AOC 在同一直线上。我们知道锐角是大于 0° 而小于 90° 的角, 0° 角不是锐角。钝角是大于 90° 而小于 180° 的角, 所以大于钝角的角不是钝角。所以正确答案是 (D)。本题可以培养理解与想象能力。

第2题只要对互补定义、周角的补角相等清楚,就可以很快地判定(B)是错误的。本题可以培养理解与观察能力。

第3题要求要掌握角平分线的三种表示方法。通过观察判断可知(C)中的 $\angle 1$ 与 $\angle AOB$ 互余是毫无根据的,这就肯定(C)是错误的。本题可以培养理解能力。

第4题只有掌握角的和差的正确画图方法,才能肯定(A)是错误的。本题可以培养观察能力。

第5题等量代换的含意是一个量可以用它的等量来代换。 $a=c$ 是用 b 代换的。 $b=d$ 是用 $a=c$ 代换的。 $m+n=c$ 是用 $a=c$ 代换的。因为 $d=p+q$ 若用 $a=d$ 代换则成 $a=p+q$,所以(D)所表示的不是等代换。本题可以培养分析与推理能力。

第6题是一个运用角平分线、互余、互补的综合判断题,只要以上概念掌握好了,就可以看出 $\angle AOE + \angle DOC = 180^\circ$ 是没有道理的。所以正确答案是(B)。本题可以培养理解能力。

本节学习要求所涉及的基础,是几何第一章的重点知识。关于观察、分析、理解能力又是初学几何的基本能力。

所以一定要在实践中注意培养。

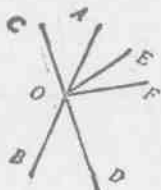


图 1-16

例如:如图1-16, $\angle AOE = 25^\circ$, $FO \perp CD$ 于O, AB过点O. OE平分 $\angle AOF$. 求: $\angle BOD$ 与 $\angle BOC$ 的度数。

分析:若有角平分线的知识,则计算 $\angle AOF = 50^\circ$. 若依 $FO \perp CD$,

则可得 $\angle COF = \angle DOF = 90^\circ$ 。 $\angle AOC$ 与 $\angle AOF$ 互余，可计算 $\angle AOC = 40^\circ$ 。若依平角定义，可知 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ ，则可计算 $\angle BOC = 140^\circ$ 。最后依同角的补角相等即 $\angle BOD = \angle AOC = 40^\circ$ 。这样看来有较好分析能力，解这题是不成问题的。

例如：一个锐角的余角与这个角的补角的比是 $2 : 5$ 。求这个锐角。

解：设这个锐角是 x 度。

则 这个锐角的余角是 $(90 - x)$ 度，
这个锐角的补角是 $(180 - x)$ 度。

$$(90 - x) : (180 - x) = 2 : 5 \quad \text{解得 } x = 30.$$

答 这个锐角是 30 度。

说明：解本题的关键在于表示锐角 x 的余角与补角。如果没有这样的理解能力，就不会将它的余角表示为 $(90 - x)$ 度，将它的补角表示为 $(180 - x)$ 度。这个题就很难解出来。