教育部、国家民委规划教材

# 经济数学
# 概率论与数理统计

王顺庆 主编


广西民族出版社

教育部、国家民委规划教材

经济数学

# 概率论与数理统计


主　编　王顺庆

副主编　王振禄　张跃平　赵益新　魏凤荣

（以姓氏笔画为序，以下同）

编　委　马少仙　王顺庆　王振禄　张跃平

赵益新　魏凤荣



广西民族出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

经济数学.概率论与数理统计/王顺庆主编.—南宁:
广西民族出版社,2000.6
教育部、国家民委规划教材
ISBN 7-5363-3678-0
Ⅰ.经...　Ⅱ.王...　Ⅲ.①概率论-高等学校-教材
②数理统计-高等学校-教材　Ⅳ.F224.0
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 29156 号

教育部、国家民委规划教材
经济数学
Gailü Lun Yu Shuli Tongji
**概率论与数理统计**
王顺庆　主编

**责任编辑**　韦启福　杨海涛
**封面策划**　张文馨
**封面设计**　吴左平
**责任校对**　黎贞崇　周　科
**技术设计**　蓝剑风
**出　　版**　广西民族出版社
**发　　行**　广西区新华书店
**印　　刷**　广西地质印刷厂
**开　　本**　850×1168　1/32
**印　　张**　13.25
**字　　数**　333 千
**版　　次**　2000 年 6 月第 1 版
**印　　次**　2000 年 6 月第 1 次印刷
**印　　数**　1—3 000 册

ISBN　7-5363-3678-0/G·1261　　定价:22.00 元

# 前　　言

本系列教材是国家民委和教育部在“九五”期间依据我国民族高等院校的教学需要而组织编写的.

民族高等院校是我国高等教育学校体系中的重要组成部分，由民族学院(大学)和民族地区高等院校两类学校组成.目前我国共设置有12所民族学院(大学)，在五个自治区及其他民族自治地方设置有普通高等院校90余所，其总数约占全国普通高等院校总数的10%.这些院校大部分地处民族地区，直接为我国的少数民族和民族地区服务，具有鲜明的特色.

教材建设是高等院校各项建设中的一项基础性工作，直接关系到高等院校的办学特色和人才培养质量.为了面向21世纪进行教学内容和课程体系改革，更好地体现民族高等院校课程设置和教学内容的特点，国家民委和教育部采取积极措施，有重点地加强了适用于民族高等院校教学需要的非民族类教材建设，即在公共课和专业基础课范围内，有选择地编写一批能够突出民族高等院校办学特色，适应少数民族学生的知识基础和学习特点，对提高学校教学质量起重要作用，并能够使大多数院校共同受益，适应面宽、质量较高的系列教材.

本系列教材力图较好地处理教材内容的低起点与高要求的关系；较好地处理教学内容与各民族学生文化背景的关系；较好地处理教学内容的改革与精益求精、多出精品的关系；较好地处理客观反映学科最新研究成果与循序渐进因材施教的关系等.在这些方面，本系列教材进行了有益的探讨与尝试.

为了能够使本系列教材达到预想效果，有关部门进行了积极

工作：1997年上半年，两部委组成调查组对教材编写的有关情况进行了系统调查，召开调研会7次，49所高校92人参加了座谈；1997年9月在武汉召开了本系列教材立项会议，有43所高校的代表出席会议，采取无记名投票方式对24所院校上报的297项选题进行遴选；1997年10月20日，国家民委教育司、国家教委民族教育司、高等教育司、师范教育司联合发文，正式公布了首批13项15本立项教材；1998年3月30日在武汉召开本系列教材主编选定会，本着公平、公开、公正原则，通过充分协商和无记名投票方式，对20所院校申报的主编进行遴选；1998年5月13日至17日在宁波大学召开各教材主编会议，对系列教材编写原则进行确定，对编写工作进行了部署；1999年3月17日至18日在武汉召开了本系列教材编写工作座谈会，对系列教材的最后出版进行协商部署.

为了进一步规范民族高等院校的课程教学，我们在组织编写这套教材过程中，经过充分讨论反复修改，并经专家审定，重新制订了各课程教学大纲.在本系列教材出版发行之际，一并推荐给各高校使用.

中南民族学院和广西民族出版社为本系列教材的编写和出版做了大量的组织协调工作，保证了本系列教材的质量和按期出版.

民族院校和民族地区高等院校
立项规划教材编委会
1999年6月19日

# 编写说明

本书是教育部、国家民委规划教材之一. 针对民族院校和民族地区高等院校的教学情况，我们在编写时除了考虑到加强基础，精选内容，深入浅出，利于教学外，还注意了以下几个问题：

1. 重视数学与经济的交叉和横向联系. 在兼顾数学理论方法系统性的基础上，加强了数学与经济、社会、管理诸领域的联系，选编了较为丰富的经济及其相关学科的例题、习题，以有利于培养学生理论联系实际及横向思维的能力，裨益于学生学会定性分析与定量分析相结合的现代科学管理方法，适应中国未来知识经济时代的需求.

2. 在处理概率与数理统计的关系时，使后者的份量略重一些，内容多一些. 在概率论部分（前三章）保留了经典理论方法的核心内容，也介绍了在经济、社会、管理诸领域有实用价值的主观概率. 我们努力讲清数学概念与事实，多数定理给出了学生易于接受的证明，使学生受到最基本的逻辑推理能力训练，而不对数学理论进行更深入的讨论. 数理统计部分（第四～八章）拓宽了多种数学方法及其应用领域.

3. 为使学有余力的学生对概率论与数理统计有一个较为全面的了解，我们选编了第九、十章作为选学内容，其中介绍了马尔可夫链及其应用，简单介绍了多年来国内外流行且行之有效的计算机统计软件的概况.

本书第一、九章由王顺庆编写，第二、三、十章由马少仙编写，第四、五、八章初稿由张跃平编写，第六、七章初稿由赵益新编写，魏凤荣修改并增补第四、七、八章内容，王顺庆修改增补了第五、六

章的内容，此外，马少仙选编了第一、五章的习题并给出了相应的答案，全书由魏凤荣和王振禄审稿，由王顺庆统纂．胡迪鹤、刘培德、刘禄勤三位专家仔细审阅了本书样稿．根据他们的宝贵意见，我们又进行了修改．

若书中仍有不当之处恳请读者批评指正．

编著者

1999 年 11 月

# 目　　录

# 第一章　随机事件及其概率

在自然界、人类社会活动和经济运行中发生的现象形形色色，多种多样.有一类现象，在一定条件下必然发生，反之则不发生，即条件相同，结果相同，条件不同，结果也就随着不同，非此即彼，二者必居其一.例如，在标准大气压下，在海平面上，当气温低于0℃时，液态水肯定会结冰，这是必然出现的结果；而在同样的大气压、海拔又为零的条件下，当气温高于0℃时，水必然不结冰.又如，通常异性电荷相互吸引，同性电荷相互排斥.动、植物要生存，必须与外界进行物质的、能量的交换，否则它们必定会死亡.再如，在自由竞争的市场经济条件下，商品供大于求，积压过剩，会导致物价下跌；反之商品供不应求、紧俏短缺，则必将引起物价上涨.这类现象的共同特点是一因一果，即在一定条件下，必然发生某一确定的结果，我们称之为**确定现象**.有一类现象，呈现出亦此亦彼的模糊性.例如，评价商品质量的好坏，顾客对消费品喜欢的程度，经济运行中货币流通是否正常，生活中的美与丑，物品的贵与贱……这些现象界限不分明，称为**模糊现象**.另一类现象则表现为在相同的条件下进行观察或实验，有时出现这种结果，有时又会出现那种结果.对某些现象来说，在相同的条件下重复观察，时而会出现，时而不出现.在每次观察之前不能准确预料会出现上述现象中的哪种结果，呈现出某种不确定性，我们称之为**随机现象**.例如，在验收产品时要抽样检验产品质量是否合格.同一储蓄所每天接待的储户数各不相同，有多有少.害同种疾病的患者，服用剂量相同的某种药物，有的痊愈，有的却无效.同一生产线上生产的灯管的寿命有长有短.这些现象都存在两种或两种以上的结果，但事先我们不能确

切预言是哪种结果出现.

模糊现象和随机现象都是不确定现象,但二者有明显的不同.模糊现象本身的含义是不确定的.但事情的发生与是否是可以确定的.比如年龄60岁、70岁、90岁的人都是老年人,因而年老本身的含义是不确定的.随机现象本身的含义是确定的,但现象的发生与否是不确定的,有多种可能性,比如一颗骰子有6种点数,在投掷前无法预料会出现什么点数.商场在营销过程中有赚有赔,在自由竞争条件下,经销某种商品是赚还是赔,事先无法准确预料.

人们在仔细观察和研究随机现象的时候发现,在大量重复实验或观察中这些无法准确预料结果的现象存在着某种宏观上的固有的规律性.也就是说,在个别实验或观察中它们的结果呈现出不确定性,而在大量重复实验观察中它们的结果又具有统计规律性.例如,多次重复掷一枚均匀硬币时,发现正、反面朝上的次数大约各占一半.概率论与数理统计是研究和揭示随机现象的这种统计规律性的一门数学学科.这里着重研究经济运行和社会活动中随机现象的统计规律.

上述三种现象特点迥异.人们建立了不同的理论方法体系来研究它们不同的数量规律.微积分和线性代数研究确定现象的数量规律.概率论与数理统计研究随机现象的统计规律.它们的概念、理论、方法尽管不同,但后者与前者有密切联系,后者经常借用前者的一些思想、理论、方法和技巧.

在揭示经济规律、描述经济运行动态、预测和控制经济发展趋势中,数学模型都显示出巨大威力.概率论与数理统计不仅是发展自然科学、工程技术的重要工具,也为研究解决经济、社会问题、建立经济数学模型、为经济管理提供科学决策方案,促进经济社会持续发展发挥着重要作用.

## §1.1 随机事件

### 一、随机试验

我们把对随机现象进行的实验或观察称为试验,用字母 $E$ 表示.举例如下:

$E_1$:有 10 件产品,其中合格品 9 件、次品 1 件,从中抽取 1 件,观察它是否合格;

$E_2$:预测未来市场对某种商品的需求情况;

$E_3$:将一枚硬币抛掷三次,观察正面 $H$、反面 $T$ 出现的情况;

$E_4$:记录一商店中某种食品每天销售件数(不超过 8 件);

$E_5$:掷一颗骰子,观察出现的点数;

$E_6$:在一批灯泡中任意抽取一只,测试其寿命.

这 6 个例子有共同的特点.例如,试验 $E_1$ 有两种可能的结果:合格品或次品,但在抽验前不能确定产品是否合格.众所周知,灯泡寿命的长短是衡量灯泡质量的主要标志之一.对试验 $E_6$,灯泡寿命 $t \geqslant 0$(以小时计),但在测试之前不能确定它的寿命有多长.$E_1$ 和 $E_5$ 都可以在相同的条件下重复进行.概括起来,这些试验有以下特点:

1. 在可控条件相同的情况下可以重复进行,即**重复性**;

2. 每次试验的结果具有多种可能性,试验前不能确定哪个结果会出现,即**随机性**;

3. 试验前可以明确试验的所有可能出现的结果,即**明确性**.

在概率论中,我们将具有上述三个特点的试验称为**随机试验**.以后简称为试验.

### 二、样本空间

用集合的观点研究随机试验的结果有助于处理、理解问题.我

们将随机试验 $E$ 所有可能的结果组成的集合称为 $E$ 的**样本空间**,记为 $\Omega$. 样本空间的元素,即 $E$ 的每个结果,称为**样本点**,记为 $\omega$,以下是前述试验 $E_k(k=1,2,\cdots,6)$的样本空间:

$\Omega_1=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$,其中 0 表示次品,其余数字为合格品;

$\Omega_2=\{$需求量增加,需求量持平,需求量减少$\}$;

$\Omega_3=\{HHH,HHT,HTH,THH,HTT,THT,TTH,TTT\}$;

$\Omega_4=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$;

$\Omega_5=\{1,2,3,4,5,6\}$;

$\Omega_6=\{t\mid t\geqslant 0\}$.

需要说明:样本空间的元素是根据实际需要和试验的目的确定的. 实际情况不同,试验目的不同,样本空间也不一样. 例如,在 $E_1$ 中样本空间 $\Omega_1$ 有 10 个元素,但如果将产品粗分为两类:合格品和次品,样本空间便只有合格品和次品这 2 个元素.

**三、随机事件**

我们称试验 $E$ 的样本空间 $\Omega$ 的子集为**事件**. 用大写拉丁字母 $A,B,C,\cdots$表示. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的样本点出现时,就说这一事件发生. 样本空间中的样本点称为**基本事件**. 如果事件的发生具有一定的统计规律性,则称此事件为**随机事件**,概率论与数理统计研究的是随机事件,今后我们所说的事件均系随机事件. 例如 $\Omega_1$ 有 10 个基本事件:$\{0\},\{1\},\cdots,\{9\}$. $\Omega_4$ 有 9 个基本事件:$\{0\},\{1\},\cdots,\{8\}$. 而在 $\Omega_3$ 中基本事件是连掷三次同一枚硬币的出现面,如$\{HHH\}$,$\{THT\}$等,却不是$\{H\}$或$\{T\}$. 在实际中,人们往往只关心具有某些特点的那些样本点的集合,称为**复合事件**. 例如,在 $E_4$ 中如果商店经营的这种食品保鲜期为 3 天,商店根据过去每天销售这种食品的情况组织进货,但商店经理最关心的是进货与销售畅通,既不要因缺货而不能满足需求,又不要

因积压过剩而造成损失．例如将 $\Omega_4$ 分为 3 个子集：$A_1=\{0,1,2,3\}$，$A_2=\{4,5\}$，$A_3=\{6,7,8\}$．日进货件数 $\omega\in A_1\cup A_3$ 时，有可能因缺货或积压而造成损失，或者使商店赚钱少；而日进货件数 $\omega\in A_2$ 时，则可能使商店利润最高．

**例 1** 在 $E_3$ 中设事件 $A_1$ 为"第一次出现的是 $H$ 面"的集合，事件 $A_2$ 为"三次出现同一面"的集合，于是有

$$A_1=\{HHH,HHT,HTH,HTT\},A_2=\{HHH,TTT\}.$$

在 $E_6$ 中，设事件 $A_3$ 为"灯泡寿命不超过 500 小时"，$A_4$ 为"灯泡寿命大于 500 小时"，则

$$A_3=\{t\mid 0\leqslant t\leqslant 500\},A_4=\{t\mid t>500\}.$$

样本空间 $\Omega$ 包含所有样本点，它是自身的子集，在每次试验中它总是发生，称为**必然事件**．空集 $\varnothing$ 不包含任何样本点，它是样本空间 $\Omega$ 的子集，在每次试验中都不发生，称为**不可能事件**．

实际上，必然事件与不可能事件在试验前可以准确预料，因而不是随机事件，但为了讨论问题的方便，把它们看作特殊的随机事件，这是随机事件的两个极端情况．

我们常用平面上的一个方形区域表示必然事件 $\Omega$，用 $\Omega$ 的一个子区域表示事件．有时用图形直观地表示事件，用图解代替证明．

### 四、事件间的关系与运算

事件是某些样本点的集合．按照集合之间的关系和运算来处理同一试验的各事件之间的关系和运算，便于揭示事件，尤其是复杂事件发生的规律．

**1. 事件的包含和相等** 如果事件 $A$ 发生必然导致事件 $B$ 发生，即属于 $A$ 的每个样本点都属于 $B$，则称**事件 $B$ 包含事件 $A$**，记为 $B\supset A$，或 $A\subset B$．显然，对任何事件 $A$，有 $\varnothing\subset A\subset\Omega$．

如果事件 $B$ 包含事件 $A$，而且事件 $A$ 也包含事件 $B$，即 $A$ 与 $B$ 的样本点完全相同，则称**事件 $A$ 与 $B$ 相等**，或称 $A$ 与 $B$ 等价，

记为 $A=B$.

2. **事件的和(并)** 两个事件 $A$ 与 $B$ 中至少有一个发生是一个事件,称为**事件 $A$ 与 $B$ 的和(并)**,它是属于 $A$ 或 $B$ 的所有样本点的集合,记为 $A+B$ 或 $A\cup B$.

3. **事件的积(交)** 两个事件 $A$ 与 $B$ 同时发生是一个事件,称为**事件 $A$ 与 $B$ 的积(交)**,它是 $A$ 与 $B$ 所共有的样本点的集合,记为 $AB$ 或 $A\cap B$.

类似地可以定义 $n$ 个事件,乃至可列个事件的和与积运算.

4. **事件的差** 事件 $A$ 发生而事件 $B$ 不发生是一个事件,称为**事件 $A$ 与 $B$ 的差**,它是由属于 $A$ 但不属于 $B$ 的样本点构成的集合,记为 $A-B$.

5. **互不相容事件** 如果事件 $A$ 与 $B$ 不可能同时发生,即 $AB=\varnothing$,则称**事件 $A$ 与 $B$ 互不相容(互斥)**.如果 $n$ 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中任何两个事件都互不相容,即 $A_iA_j=\varnothing(i\neq j,i,j=1,2,\cdots,n)$,则称 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ **是互不相容的**.类似地可定义**可列个事件互不相容**.显然基本事件互不相容.

6. **对立事件** 事件 $A$ 不发生必然导致事件 $B$ 发生,反之亦然,则称 $B$ 为**$A$ 的对立事件(逆事件)**,它是样本空间中所有不属于 $A$ 的样本点的集合,记为 $\bar{A}$.由此定义可知,$A$ 也是 $\bar{A}$ 的对立事件.因此也称 $A$ 与 $\bar{A}$ 互为对立(逆)事件.

由定义推出,两个对立事件必是互不相容事件;反之,两个互不相容事件不一定是对立事件,且有

$\bar{\bar{A}}=A,A\bar{A}=\varnothing,A+\bar{A}=\Omega,\bar{A}=\Omega-A$.

7. **完备事件组** 如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 互不相容,并且 $\sum_{i=1}^{n}A_i=\Omega$,则称这 $n$ 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 构成一个完备事件组.当 $n=2$ 时,$A_1$ 与 $A_2$ 互为对立事件.如果 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 构成一个完备事件组,那么在每次试验中 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中必有且仅有