

· 学 · 术 · 专 · 著 ·

FRACTAL THEORY

分形理论及其 在信号处理中的应用

SIGNAL PROCESSING

赵健 雷蕾 蒲小勤 著

清华大学出版社

分形理论及其 在信号处理中的应用

赵健 雷蕾 蒲小勤 著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书为关于分形理论及其在信号处理中应用的专著。全书共分 11 章。前 4 章从对非线性科学的介绍入手,列出分形的概念、原理、特点,并进一步介绍了分形理论的两大理论研究方向——迭代函数系统和多重分形。第 5 章~第 10 章介绍分形在图像压缩、信号噪声、图像边缘提取、图形学、数字水印、语音信号、通信信号等信号处理方面的具体应用。第 11 章展望了分形的发展趋势。

本书取材广泛,叙述通俗易懂,内容全面、新颖,充分反映了近几年分形理论在信号处理中应用的最新研究动态,并包含了作者近几年的研究成果。本书可供从事分形理论、信号处理、图像处理、通信技术、噪声研究等领域的科技人员与教师阅读,也可以作为相关学科专业的研究生教材。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

分形理论及其在信号处理中的应用/赵健,雷蕾,蒲小勤著. —北京:清华大学出版社, 2008.12

ISBN 978-7-302-18789-9

I. 分… II. ①赵… ②雷… ③蒲… III. 分形理论—应用—信号处理 IV. TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 165339 号

责任编辑:邹开颜 赵从棉

责任校对:刘玉霞

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京市清华园胶印厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×230 印 张:11.25

字 数:242 千字

版 次:2008 年 12 月第 1 版

印 次:2008 年 12 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:24.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。
联系电话:010-62770177 转 3103 产品编号:024656-01

序

现代科学技术发展的一个特点是学科之间的相互渗透、综合交叉。突飞猛进发展的非线性科学就是影响深远的综合性科学之一。分形是非线性科学的重要组成部分,它揭示了非线性系统中有序与无序的统一,确定性与随机性的统一。虽然分形理论在 20 世纪 70 年代才首次提出,但经过几十年的发展,已经成为一门重要的新兴科学,被广泛应用于自然科学和社会科学的许多领域,成为当今国际上前沿研究课题之一。

近 10 年,分形理论在信号处理中的应用是信息科学的热门研究方向之一,在每年的各种国内国际信号处理学术会议上,以及各种分形理论学术研讨会上,分形理论在信号处理中的应用是被讨论的热门话题,而且每年都有大量的学术论文发表。在此期间,国内外先后出版了一些关于分形理论及其应用的书籍,但迄今为止,还没有一本比较全面介绍分形理论在信号处理中新研究新应用的专著。本书作者在总结两站博士后研究内容的基础上,结合自身的科研项目,汇聚国内外同行的最新研究成果,整理加工总结成这本专著。这本专著的特点是:不单纯基于数学描述分形理论,也不是分形理论在物理材料或信号处理某一方面的应用,而是较全面介绍分形理论在信号处理中应用的最新成果。全书涉及了压缩、消噪、水印、语音、通信、图形等多个信号处理研究领域中的分形的最新应用成果,尤其是采用多重分形方法取得的一系列成果,这也正是这本专著值得推荐之所在。

年轻人历来是科学研究队伍中最活跃、最富有创造性的生力军,他们的科研成果是学科发展的重要推动力,应该给予更多的机会和渠道,反映他们的成果。这也是我为本书写序的原因。同时,我相信这本专著一定会给广大读者以新的启示和收获,为促进分形理论及其在信号处理中应用的发展发挥积极作用。



国家级教学名师
教授、博士生导师

2008 年 9 月

随着计算机和大规模集成电路的迅猛发展,数字信号处理技术得到了很大的发展,并且已经广泛应用于国民生产和国防的各个领域。数字信号处理中所涉及的理论和技术很多,如傅里叶变换、滤波器设计、时频分析、小波变换等。最近几年,许多交叉学科的理论也被用于数字信号处理中,包括混沌理论、神经网络、遗传算法、免疫算法等,其中由数学、物理学、气象学、地形学等许多学科在研究中共同发展起来的分形理论,由于其独特的特性、在解决复杂问题时所带来的意想不到的效果,得到许多信号处理研究学者的青睐。尽管有一段时间由于分形本身的复杂性而使得其在信号处理中的应用难以得出理想成果,而导致研究的人有所减少,但随着传统信号处理手段越来越难以解决一些复杂问题,分形又被人们所采用。由于近几年分形理论本身的发展,计算机运算速度的大大提高,使得分形在信号处理中的成果越来越多,层出不穷。

分形属于非线性科学。中国科学院士谷超豪教授曾讲过:“非线性现象虽然复杂多姿,但拥有各种类型的共性,非线性科学是研究非线性现象共性的一门学问。虽然目前非线性科学尚处于形成阶段,但它代表了科学发展的未来。近期非线性科学研究的主题是混沌、分形和孤立子。”分形理论的研究对象是由非线性系统产生的不光滑和不可微的几何形体,在做科学研究的时候,将一个物理模型转化为一个数学模型以后,很多复杂物理模型所对应的数学形式就是不光滑和不可微的几何形体和模型,这就是分形可以在信号处理及其相关学科大展宏图的根本原因。

本书系统介绍分形理论的基本概念、目前研究现状和未来发展趋势,重点介绍分形在信号处理若干领域的应用研究。本书共分11章,前4章从非线性科学的介绍入手,列出分形的概念、原理、特点,进一步介绍了分形理论的两大理论研究方向——迭代函数系统和多重分形。第5章~第10章介绍分形在图像压缩、信号噪声、图像边缘提取、图形学、数字水印、语音信号、通信信号等信号处理方面的具体应用。第11章展望了分形的发展趋势。本书的特点是较全面地介绍了分形理论在信号处理方面的最新应用成果,尤其是采用多重分形方法取得的一系列成果。

本书在基本概念部分借鉴了已出版的若干分形理论书籍的内容,在应用介绍部分参考了近几年各学者的研究成果,其中作者的研究成果约占一半。

本书由赵健统稿、执笔、定稿,雷蕾、蒲小勤参与编写部分内容。感谢西北工业大学的何卫平教授的指导,感谢西安邮电学院的谢端老师在编写过程中所提建议。本书由西北大学和西北工业大学的老师合作完成,在本书的编写过程中,得到西北大学、西北工业大学的许多老师、研究生的帮助,在此表示衷心的感谢。

书中涉及的研究内容得到国家“863 计划”、国家自然科学基金、中国博士后科学基金、陕西省自然科学基金的部分资助。

限于水平,书中难免有错误与不妥之处,恳请读者批评指正。

作 者

2008 年 5 月 于西安

zjctec@nwu.edu.cn

zjctec@nwpu.edu.cn

第 1 章 绪论	1
1.1 分形概述	1
1.2 分形与信号处理	3
1.3 分形与混沌信号处理	5
第 2 章 非线性科学理论	8
2.1 非线性科学理论基础	8
2.1.1 非线性的产生	8
2.1.2 世界在本质上是非线性的	9
2.1.3 非线性的有关概念	11
2.1.4 非线性现象的主要特征	14
2.2 非线性科学研究的主要内容	16
2.3 非线性科学研究的主要课题及国内外进展	17
第 3 章 分形的数学基础	22
3.1 分形空间与迭代函数系统 IFS	22
3.1.1 数学基础	22
3.1.2 分形空间	24
3.1.3 压缩映射	26
3.1.4 迭代函数系统 IFS	29
3.2 凝聚 IFS 粘贴定理 带参量 IFS	32
3.2.1 凝聚 IFS	32
3.2.2 粘贴定理	33
3.2.3 带参量 IFS	34
3.3 测度与维	36
3.3.1 Hausdorff 测度	36
3.3.2 Hausdorff 维	37
3.3.3 Hausdorff 维的等价定义	39
3.3.4 分形维	39
3.3.5 盒维(box dimension)	43

第4章 多重分形理论	46
4.1 多重分形的概念	46
4.1.1 基于测度理论的多重分形谱的定义	46
4.1.2 基于 R�ny 广义维数的多重分形谱的定义	47
4.2 分形集与自相似性函数	48
4.2.1 分形维数	49
4.2.2 自相似函数	50
4.3 奇异谱	50
4.3.1 分解函数	51
4.3.2 Legendre 变化	51
4.3.3 数值计算	52
4.3.4 光滑摄动	53
4.4 多重分形的几何特性	53
第5章 分形图像压缩	57
5.1 图像压缩概述	57
5.1.1 冗余度压缩(熵编码)	58
5.1.2 限失真编码(熵压缩)	60
5.2 分形图像压缩算法与实现	60
5.2.1 局部迭代函数系统(LIFS)	61
5.2.2 分形数字图像压缩方法	63
5.2.3 具体算法步骤	65
5.2.4 仿真实验结果及其分析	66
5.2.5 一种解决方块效应的方法	69
5.3 小波分形的图像压缩	71
5.3.1 小波变换图像压缩概述	71
5.3.2 小波变换与分形的混合编码	72
5.3.3 一种小波域基于分形理论的图像压缩算法	73
5.4 分形在视频图像压缩中的应用	75
第6章 分形在信号噪声中的应用	79
6.1 分形分析方法在电子器件噪声研究中的应用	79
6.1.1 电子器件噪声的分形研究意义	79
6.1.2 半导体器件噪声的分类和特点	80

6.1.3	传统分析方法的不足	82
6.1.4	电迁移过程中信号奇异性的变化	84
6.1.5	电迁移噪声关联性分析	87
6.1.6	光耦器件的筛选	88
6.2	多重分形 SAR 图像消噪	91
6.2.1	SAR 成像原理	91
6.2.2	SAR 斑点特性	95
6.2.3	常规消噪方法在 SAR 图像斑点消噪中应用的局限性	96
6.2.4	SAR 图像多重分形方法消噪算法机理	100
第 7 章	分形图像边缘提取	105
7.1	经典图像边缘提取研究	105
7.2	多重分形图像特征	108
7.3	基于多重分形分析图像边缘提取算法	109
7.3.1	算法的提出与实现	109
7.3.2	实验结果与分析	111
第 8 章	分形计算机图形学	114
8.1	逃逸时间法	114
8.2	Mandelbrot 集和 Julia 集	115
8.2.1	Mandelbrot 集	115
8.2.2	Julia 集	118
8.3	Newton 分形	119
8.4	L 系统	122
8.4.1	简单的向前生成元格式	122
8.4.2	左右生成元的混合格式	122
8.4.3	分枝结构的简单进退格式	123
8.4.4	分枝结构带空指令的进退格式	123
8.5	高维和高次情形	124
8.5.1	高维情形	124
8.5.2	高次情形	125
8.5.3	广义 Mandelbrot 集和 Julia 集	125
第 9 章	分形数字水印	127
9.1	数字水印技术	127
9.1.1	数字水印的基本原理和框架	128

9.1.2	数字水印典型算法	130
9.2	基于分形的图像置乱	132
9.2.1	图像置乱概述	132
9.2.2	基于分形的数字水印图像置乱	133
9.3	分形图像水印算法	136
9.3.1	改变分形编码参数嵌入水印	136
9.3.2	利用图像自相似性嵌入水印	138
9.3.3	分形与其他方法相结合嵌入水印	138
9.4	一种基于 IFS 与密码学的数字水印算法	141
9.4.1	水印信息的分形 IFS 建模	141
9.4.2	具体实现方法	142
第 10 章	分形在其他信号处理方面的应用	146
10.1	分形在语音信号处理方面的应用	146
10.1.1	语音信号的分形特征	147
10.1.2	语音 CELPC 算法	150
10.1.3	多重分形理论应用于声目标信号特征提取	152
10.1.4	多重分形在语音质量客观评价中的应用	153
10.2	分形在通信中的应用	155
10.2.1	分维与通信机规模分布的关系	155
10.2.2	分形滤波应用于 CDMA 2000 信道估计	157
第 11 章	总结与展望	161
11.1	总结	161
11.2	未来展望	162
11.2.1	分形理论的未来展望	162
11.2.2	分形在信号处理中应用的未来展望	165
参考文献		166

绪论

1.1 分形概述

分形 fractal 源于拉丁语 fractus, 含有“碎化, 分裂”的意思, 由 IBM 的法国数学家 B. B. Mandelbrot 于 1975 年创建。20 世纪 60 年代以来 Mandelbrot 发表了一系列重要文章, 使分形思想具体化、系统化和科学化, 他的开创性著作《自然界的分形几何》的出版, 标志着分形理论的形成。1967 年他在美国 *Science* 杂志上发表了题为《英国的海岸线有多长?》的论文, 文中他对海岸线的本质作了深刻的分析, 在学术界引起震惊。这篇论文是分形思想的形成并逐步得到公认的标志, 并且给 F. Hausdorff 的分形思想注入了许多新的内容, Mandelbrot 在 70 年代初创立了现代分形学。分形学试图通过混乱现象和不规则构型, 揭示隐藏在它们背后的局部与整体的本质联系和运动规律。1980 年 Mandelbrot 的《自然界中的分形几何》一书出版后, 分形这个概念才广为人知。分形几何的诞生与发展对整个科学的发展有极为重要的意义。正如 M. F. Shlesinger 在 *Proceedings of the gaithersburg symposium on fractals in the natural science* 一文中所指出的: “20 世纪的后半期似乎是科学与数学变得更加专门化的时期。令人注意的是, 在前一个 10 年, 下述两个课题使上述趋势得以逆转: 非线性动力学与分形。前者涉及运动的非线性确定方程的一般普适行为, 而后者则是研究自相似或自仿射对象的几何以及几何上的动力学。两者均已应用到一系列深刻的交叉学科的问题中。”

分形和不规则形状的几何有关。人们早就熟悉从规则的实物抽象出诸如圆、直线、平面等几何概念, B. B. Mandelbrot 则对弯弯曲曲的海岸线、棉絮团似的云烟找到合适的几何学描述方法——分形。早期概念中的分形要求整体与它的各个局部都相似, 即具有“自相似性”(self-similarity)。正如天下没有绝对圆的东西, 几何里的圆存在于数学家的脑袋中一样, 完全自相似的分形也只是一种数学抽象。当今概念中的分形(多重分形)对自相似性作了适当的修正和推广, 使分形更能接近现实的事物。这套工具在处理许多非线性现象时非常有效。分形理论起初是在各种物理现象或真实的例子中寻找应用, 后来人们则进一步研究那些具有分形几何特征的事物具有什么样的物理规律, 研究分形形状的事物是如何随时间演化的。分形理论出现得比较晚, 它的数学理论和实际应用之间有一定的距离。

分形理论的研究对象是由非线性系统产生的不光滑和不可微的几何形体。有关分形的概念,最早是由 Hausdorff 于 1919 年引入,随后经 Besicovitch 于 1935 年和 Mandelbrot 于 1975 年加以改进和发展。Mandelbrot 曾对分形作了一个常识性的定量刻画,认为分形是 Hausdorff 维数严格大于其拓扑维数的集合。但这些定义都不够全面和精确。K. Falconer 认为,对分形的定义,可以用生物学中对“生命”定义的方法。“生命”是很难定义,但可以给出一系列生命对象的特征,对分形似乎也易于给出一系列特征性质,当集合具备这些性质时就可以认为是分形。按这种观点,人们将分形看成是具有如下性质的一类集合。

(1) 具有精细的结构,即在任意小的比例尺度内包含了整体,类似于生物中的全息率。

(2) 分形既可以是几何图形,也可以是由“功能”或“信息”建立起来的一种数理模型。

(3) 具有不规则性以致它的整体与局部都不能用传统的几何语言来描述。

(4) 具有某种自相似的形式,可以是严格自相似的也可以是统计意义上的相似性,自然界中的大部分分形均属于后一类。

(5) 可以同时具有形态、功能和信息三方面的自相似性,也可以只是其中某一方面的自相似性。

(6) 相似性具有层次结构方面的差异。数学理论上的分形具有无限嵌套的层次结构,而自然界中的分形只是具有有限层次的嵌套,在进入一定的层次以后才会有分形的规律。

(7) 相似性具有级别上的差异。级别愈接近,则愈相似;级别相差愈大,相似性也就愈差。整体的级别最高,最低级的是生成元。可以用无标度区间或者标度不变性范围加以表示。自然界的分形往往均具有一个最大和最小的标度,在无标度区域内,对象才具有分形规律;否则,一旦越过无标度区,自相似性也就随之消失了。

(8) 一般情况下,以某种方式定义的分形维数大于该分形的拓扑维数。

(9) 在多数令人感兴趣的情况下,分形常常以非常简单的方法来定义,或许是一种递归方式。

分形的基本特征是具有标度的不变性。几何学是研究图形在其变换群作用下不变性和不变量的学科。欧氏几何学研究的图形都是规则而光滑的,具有几何对称性。分形几何学研究的图形是非常不规则和不光滑的,已经失去了通常的几何对称性;但是,在不同的尺度下进行观察时,分形却具有尺度上的对称性,或称标度不变性。因此,分形几何学是研究图形在标度变换群作用下不变性和不变量的学科。

Mandelbrot 认为分形有 3 大要素:形状(form)、机遇(chance)和维数(dimension)。首先,分形的形状是支离破碎、参差不齐和凹凸不平的不规则形状。其次,我们发现自然界中的海岸线与用来描述它的著名的科克分形曲线之间仍然有很大的不同,而这种差异是由于海岸线受到自然界随机因素的作用而产生的。同时,Barnsely 发现可以对一组给定的规则通过随机迭代而得到分形,因此随机性或者机遇仅仅是工具,而结果却是确定的。第三,分形的维数可以是分数,称为分维。维数是几何对象的一个重要特征量。通常,维数的概念指

的是为了确定几何对象中一个点的位置所需要的独立坐标的数目。在这种意义下,它是一个整数。由于这种定义具有对几何对象在同胚变换下的不变性,因此称为拓扑维,记作 D_T 。1919年, F. Hausdorff 提出了维数不必限于整数,而可以是个实数的概念,这种维数称为 Hausdorff 维(豪斯多夫维),记作 D 。其他在分形中经常用到的维数还有盒子维和相似维等。具体分形维的内容将在第4章介绍。

分形概念的出现为人们认识事物局部与整体的关系提供了一种辩证的思维方式,为描述自然界和社会的复杂现象提供了一种简洁有力的几何语言。许多现实信号具有明显或者不明显的分形特征,采用合适的变换手段再采取分形的处理方法,可以取得意想不到的效果。MIT 的 W. Gregory 教授在其所著 *Signal Processing with Fractals* 一书中采用这种思路对 $1/f$ 信号族进行了处理,并且应用于通信信号的调制中,获得了很好的效果。

1.2 分形与信号处理

分形信号处理方法的研究主要集中在以下几个方面:①分析信号是否具有分形特点,是否满足特定的分形模型;②利用各种分析工具对满足各种分形模型的信号进行处理;③产生满足某种特定分形模型的信号;④利用迭代函数系统对信号进行处理(如压缩等);⑤利用多重分形分析方法对信号进行处理(如噪声处理等)。

分形与信号(尤其是图像)之间存在着一种自然联系,而正是这种联系,奠定了分形理论用于信号处理的基础,开辟了信号应用的新领域,使得分形理论在信号处理领域成为许多科学工作者的研究课题。从20世纪80年代以来,分形渗透到信号处理的各个分支。例如,分形作为自然景物的描述模型,分维数作为图像图形的形态特征参数,分形用于信号模式识别、信号压缩编码、计算机图形生成、信号滤波、信号去噪、图像分割、图像纹理分析、边缘检测、内插逼近与计算机仿真和分形神经网络等。这一切都说明,分形信号处理技术是分形理论与信号处理技术结合的产物。分形信号处理技术在分形理论方面的技术主要集中在两方面:迭代函数系统和多重分形分析(包括多重分形谱、分维数等),前者主要用于信号压缩编码和生成,后者几乎涵盖了分形信号处理的其他方法。

1987年,美国 Georgia 理工学院的 M. F. Bamsley 提出了分形图像压缩,为图像编码领域注入了新的活力。分形图像编码的理论基础是基于不动点理论的收缩仿射变换。次年,他和 A. D. Sloan 将迭代函数系统(iterated function system, IFS)应用到图像压缩编码中,获得了极好的压缩性能。这种编码方法突破以往的压缩编码的理论界限,不但新颖而且有效。然而,其缺点是图像分割时需要人机交互,技术上不可行,无法实用。此方案在当时并未引起太多的注意。1989年, Jacquin 扩展了全局 IFS 变换的思想,提出分割分形迭代函数系统(partitioned iterated function system, PIFS)。分割迭代函数系统是一个寻找仿射变换

的过程,它利用图像分割成块之后的局部与局部之间的关系,去除图像域块(DomainBlock)与值块(RangeBlock)之间的相关性进行压缩。这些操作可以由计算机自动完成,它为分形图像编码的研究带来了一次质的飞跃。PIFS方法的压缩率比IFS方法有所降低,但可以使各类自然图像都能获得稳定的、较高的压缩比。在编码的分割过程中,图像块的大小对图像的噪声起着不同的滤波作用。在编码过程的图像匹配中,也可利用分维数作为匹配测度。近来,在分形编码理论方面最重要的进展应属一批学者将小波分析理论引入分形编码领域,这不仅推动了分形编码的发展,也能使我们更好地理解标准分形编码的思想。同时,基于小波的分形图像编码也已成功地应用于视频图像的压缩中。

分形维数是运用于分形信号处理技术中的另一种主要度量工具。基于分维的特征提取度量的是信号复杂度分布的变化,而且它顾及了信号在不同尺度下的变化情况,并非单一的灰度幅值的变化。基于这种尺度统计特性的算法一般具有较好的抗噪性能。分形维数作为信号不规则程度的度量,不仅度量信号的复杂程度,而且具有多尺度多分辨率变化的不变性。它与人类视觉对信号纹理粗糙程度的感知是一致的,即分形维数越大,对应的信号越粗糙;反之,分形维数越小,对应的信号越光滑。因此,分形维数被用来作为纹理的一个重要特征而被用于纹理分割、纹理边缘检测等方面。人类视觉感知的认知学实验表明,人眼在感知自然目标时,注意力总是集中于目标形状的规则破碎度和特征轮廓上,而忽视其一般的细节。大量实验表明,分形模型便是一种能从大量多变的细节之中抽象出目标表面结构规则程度,并具有深刻物理背景的统计模型。它适合于描述具有复杂和不规则形状的研究对象,在表达图像的低频成分上,明显优于常规的自回归和马尔可夫纹理模型。

由此可知,由于分形维数直观上与信号的粗糙程度相吻合,而自然界中的不同纹理粗糙度有很大差别,因此,也可以由分形维数作为区分不同类别纹理的有效参数。Peli等众多学者的研究表明,自然纹理具有分形特征,而人造物体不具有分形特征。特别是在区分自然场景中的人造物体时,因为人造物体本身不具有自相似性结构的特点,不满足分形模型,而自然景物存在自相似性,所以由人造物体和自然景物的分形维数不同,便可将两者分割出来。对于纹理图像,分形维数能否成功地实现分割,取决于不同纹理的分形特征是否有差异,而并不取决于是人造纹理还是自然纹理。可见,分形模型在一定的尺度范围内可以很好地与天空、海面和地面等自然背景的表面与空间结构相吻合。因此,它可以作为自然背景的数学模型。人造物体的表面和空间结构与分形模型所表达的规律性之间存在固有差异,所以,分形模型所描述的对象中不包含人造目标,由此可把分形维数作为人造目标检测的测度。

自从Penntland首先将分维数概念引入信号处理以来,信号处理技术有了不少新的发展。利用分形方法,人们可以得到各种不同的特征参数,包括分形特征与非分形特征,用某种分形特征与另一种分形特征来描述、区分不同物体,从而提高信号处理的效率特别是信号处理的量化程度。此外,还可以根据分形理论的自相似性原理,对信号进行相当广泛的研究

究,并取得了大量有意义的成果。

Dubuisson, Kasparis 等人的研究表明,用单个分形维数作为信号的特征参数不能有效地描述各种自然图像的纹理特征。其主要原因在于自然界中的分形并不是具有严格数学意义上的自相似性,只是近似的统计意义上的自相似,因而它们所对应的分维数在不同尺度观察下不尽相同。在这种情形下,要很好地解决此类问题,往往需要多个分维数描述,这种描述在本质上即为多重分形方法。近年来,多重分形分析在奇异信号结构的研究中引起了广泛的关注。特别是在信号处理中,用单一的分形维数不足以将信号中复杂繁多的各种分形结构区分开来。而多重分形方法考虑了系统的局部行为及分形体在其形成过程中不同层次的特征,因而可以从系统的全局和局部出发来研究其最终的整体特征,更加全面有效地对分形结构进行描述,从而揭示出其本质。有不少学者对多重分形在信号处理中的应用作了深入的研究。主要应用领域有:生物医学图像处理和分析,自然图形的分割、分类和纹理分析,序列信号的变化检测,静止图像和视频图像压缩,多重分形与目标识别等。

自从人们把分形作为信号处理的重要工具之日起,就意味着信号处理领域变得更加广阔。最近十年来,在信号处理领域,分形理论也有大量的应用报道。特别是用分形维数来刻画图像纹理已成为很流行的做法。但是,多重分形理论在信号处理中的应用处于初级阶段,特别是国内,有重大突破的成果相对较少,有许多理论和应用问题有待解决。

1.3 分形与混沌信号处理

与分形理论有密切关系的一个理论是混沌理论。混沌指一种貌似无规则的运动,在确定性非线性系统中,不附加任何随机因素也可以出现类似随机的行为(内在随机性),但支配这种运动却可以用确定型的方程来描述。混沌和分形的起源不同,发展过程也不相同。但这两门学科的本质与内涵决定了它们必然会紧密地联系在一起。混沌吸引子就是分形集。分形集就是动力学系统中那些不稳定轨迹的初始点的集合。分形与混沌这两个从不同角度发展起来的理论走向的汇合点就是自相似。从自相似意义上讲,分形、混沌反映的实质是相同的。自然界形成这种自相似的机制就在于同一规则在不同层次间的连续实现或重演。实际上,局部与整体自相似的观点在古老的中国文化中就有了。在国外,E. Haeckel 在100多年前发现的生物重演律,就是在时间的进程中生物演化的自相似,即个体发育重演了系统发育。我国学者张颖清通过大量的观察,发现生物体在结构方面也具有相似特征。他表述为,生物体的任一部分都好像是整体的缩影,他将这一规律称为生物全息律。因此,从自相似意义上讲,分形、混沌反映的实质是相同的。现代分形理论和混沌理论中的许多人工图形正是某一规则在不同层次间连续迭代而形成的。这种迭代也就是不同尺度的连续重演,只不过许多构造这种人工图形的人自身没有意识到罢了。分形和混沌的研究内容,从本质上讲,存

有着极大的相似性。混沌学研究的是无序中的有序,许多现象虽然遵循严格的确定性规则,但大体上仍是无法预测的。例如大气中的湍流、人的心脏的跳动等。混沌事件在不同的时间标度下表现出相似的变化模式,这与分形在空间标度下表现的相似性十分相像。混沌主要讨论非线性动力学系统的不稳定的发散过程,但系统状态在相空间中总是收敛于一定的吸引子。这与分形的生成过程十分相像。如果说混沌主要在于研究过程的行为,则分形更注重于吸引子本身结构的研究。同时,混沌学和分形在很大程度上依赖于计算机科学的进步,这对纯数学的传统观念提出了挑战。计算机技术不仅使这两个领域中的一些新发现成为可能,同时,因其图形直观的表现形式也极大地激发了科学家的兴趣。所以说,计算机科学的进步,对分形与混沌的发展起了推动作用。

其实,混沌即混乱无序是由于支配作用的减弱或消失,以致在一定层次内显示出自由度增大而各向异性的结果。正所谓,“杂乱”是因“无章”,“有条”才能“不紊”。从理论上,绝对的随机性就是绝对的混沌,这种随机性在不同尺度也都显示随机性,因此,这也是一种分形,它具有在不同尺度上的自相似特征。但是,实际上,这种随机性总是在一定尺度层次内显示的,超过了一定的限度,这种自相似便不存在了。这里,我们再看海岸线问题,在一定尺度内,它具有随机特征,因此它可以称为混沌曲线。它在统计意义上显示为自相似,但绝不会是一一对应。它这种分形超过了一定尺度便不再具备自相似的特征,或自相似性减弱。

按照传统的观点,一般将信号分为确定信号和随机信号两大类,但是这种分类方法遗漏了一大类重要的信号,即混沌信号。混沌信号的外在表现与随机信号非常相似,但却是由确定性系统产生的,然而混沌信号是不可长期预测的。对于一个确定的非线性系统,当满足一定条件时,就会产生混沌。常规的信号处理方法在对混沌信号进行处理时,一般将其作为随机信号来处理,忽略了混沌信号所特有的规律,即混沌信号是由确定系统产生的。混沌吸引子(即奇怪吸引子)是混沌信号处理研究的重点内容。混沌吸引子的表现为,宏观的稳定性和微观的不稳定性并存,从宏观上看,一切运动最终都要收敛到吸引子;从微观上看,吸引子内部的运动是不稳定的,初始条件的微小差异将使得相邻轨道以指数速率分离。混沌吸引子具有复杂的几何形态,吸引子内部的运动轨迹不断地拉伸、扭曲、折叠但又不自交。状态空间重构是混沌信号处理中最基本的技术,一般由数据采集设备得到的只是系统一个观测变量的输出,表现为时间序列的形式。但是,观测序列中含有未被观测到的系统状态变量的信息,通过状态空间重构,可以获得从时间序列中不易直接观测到的系统信息。也就是说,原始时间序列中无法直接观测到的、隐含的规律,通过状态空间重构后就有可能反映出来。

混沌特征参量,包括 Lyapunov 指数和分形维。Lyapunov 指数是混沌过程的一个重要参数,它给出过程对初始条件敏感依赖的度量。吸引子的维数采用分形维数来描述。对于一个混沌系统,分形维数指出一个时间序列重构动态系统所需要的最小自由度。柯尔莫哥洛夫(Kolmogorov)熵也是相空间中刻画混沌运动重要的度量,它能区分规则运动、混沌运

动和随机运动。从信号处理的角度看用上述3个参数就可以有效地将混沌、噪声及确定性信号区分开来。只有混沌信号才能同时满足混沌的判断准则。一般的确定性信号没有一个正的 Lyapunov 指数和正的 Kolmogorov 熵。因此,根据混沌分形理论, Lyapunov 指数、分形维和 Kolmogorov 熵可以作为混沌信号的特征量。从混沌信号的判断准则可以看到分形在混沌信号中的地位。虽然混沌和分形关系密切,基本上介绍分形的书籍中都有一章甚至更多内容介绍混沌,但本书重点在于分形在传统信号分类的类型中(即确定信号和随机信号两大类)的信号处理方面应用。所以,关于混沌及混沌信号处理这里就写这些,有兴趣的读者可以去看相关混沌信号处理的著作,那里有很大篇幅介绍分形在混沌信号处理方面是如何应用的。