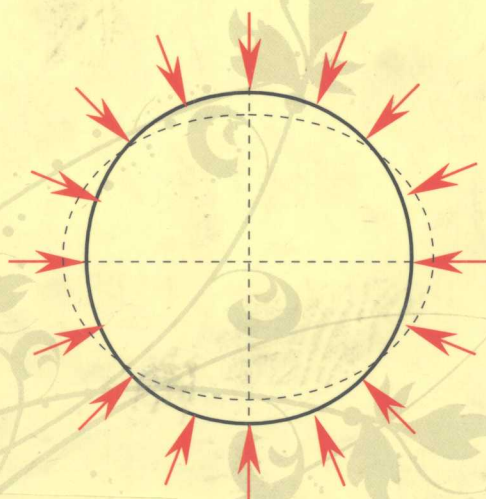


21世纪高等院校规划教材

结构力学

学习指导

崔恩第 主编
崔恩第 王永跃 周润芳 刘克玲 编



国防工业出版社
National Defense Industry Press

21 世纪高等院校

结构力学学习指导

崔恩第 主编

崔恩第 王永跃 周润芳 刘克玲 编

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书根据教育部最新颁布实施的“普通高等学校本科专业目录”中规定的土木工程专业培养目标和国家教育委员会批准的“结构力学课程教学基本要求”(多学时)编写。

本书是与《结构力学》(崔恩第主编,国防工业出版社出版)配套的辅导教材,内容不仅涵盖了高等学校土木工程专业指导委员会制定的“结构力学”教学大纲所规定的内容,而且还编入了一些难度适中、加深、加宽的内容。

书中每章均包括理论要点、解题方法概述及例题分析、习题解答三个部分。习题解答部分的题目由两部分组成:一是《结构力学》书后习题,二是近年来收集的部分研究生入学考试题目及一些难度较高的题目。

本书可作为土木工程专业,即大土木的土建、路桥、水利等各类专门化方向本科学生学习“结构力学”的辅导性读物,也可供成人教育、高等教育自学考试学生及考研学生和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学学习指导/崔恩第主编. —北京:国防工业出版社, 2008.6

21 世纪高等院校规划教材

ISBN 978-7-118-05458-3

I. 结... II. 崔... III. 结构力学—高等学校—教学参考资料 IV. 0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 177608 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

腾飞印务有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 28½ 字数 650 千字

2008 年 6 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 40.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

前 言

本书根据教育部最新颁布实施的“普通高等学校本科专业目录”中规定的土木工程专业培养目标和国家教育委员会批准的“结构力学课程教学基本要求”(多学时)编写,适用于普通高等学校土木工程专业土建、路桥、水利等各类专门化方向的本科学生,也可供参加成人教育自学考试的学生、考研生和有关技术人员参考。

本书是与《结构力学》(崔恩第主编,国防工业出版社出版)配套的辅导教材。内容包括绪论、几何组成分析、静定结构和超静定结构的计算及结构在移动荷载下的计算、能量原理、结构矩阵分析、结构动力计算、极限荷载和结构的稳定计算。本书不仅涵盖了高等学校土木工程专业指导委员会制定的“结构力学”教学大纲所规定的内容,而且还编入了一些难度适中、加深、加宽的内容,兼顾教学、学习、考研三方面的需求。

书中除第1章外,每章均包括三部分内容。第1部分是理论要点。在这一部分对该章的理论作了简明扼要的阐述,略去了枝节问题和不必要的论证及公式的推导过程。第2部分是解题方法概述及例题分析。在这一部分结合具体例题,对一些重要的概念及解题方法、技巧进行了讨论。第3部分是习题解答。这一部分的题目由两部分组成:一是《结构力学》书后习题,二是近年来收集的部分研究生入学考试试题及一些难度较高的题目。附录部分给出了《结构力学》上、下册自测题的参考答案及求解过程。

结构力学是土木工程专业的一门专业(技术)基础课。一方面它以高等数学、理论力学、材料力学等课程为基础,另一方面,它又是钢结构、钢筋混凝土结构、土力学与地基基础、结构抗震等专业课的基础。该课程在基础课与专业课之间起着承上启下的作用,是土木工程专业的一门重要主干课程。本书在确定编写内容时,力求理论阐述简明扼要、例题分析思路清晰、解题过程详略得当,既方便教师教学,也方便学生自学,更为考研生提供了便利。

本书由崔恩第主编,参加编写工作的有:崔恩第(第1章、第7章、第8章、第12章、附录),王永跃(第2章、第4章、第11章、第14章),周润芳(第3章、第5章、第13章),刘克玲(第6章、第9章、第10章、第15章)。

限于编者水平,书中难免有疏漏和不妥之处,敬请读者批评指正。

编者
2008年2月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 理论要点	1
1.1.1 学科分类、任务及学习方法	1
1.1.2 结构的计算简图及分类	3
1.2 应该注意的几个问题	4
1.2.1 如何选取计算简图	4
1.2.2 杆件结构的分类依据	6
1.2.3 静力荷载与动力荷载的区别	7
第2章 平面体系的几何组成分析	9
2.1 理论要点	9
2.1.1 基本概念	9
2.1.2 几何不变体系的基本组成规则	9
2.2 解题方法概述及例题分析	10
2.2.1 解题技巧	10
2.2.2 例题详解	11
2.3 习题解答	12
2.3.1 基本题	12
2.3.2 提高题	20
第3章 静定梁与静定刚架	23
3.1 理论要点	23
3.1.1 单跨静定梁	23
3.1.2 多跨静定梁	26
3.1.3 静定平面刚架	26
3.1.4 静定空间刚架	27
3.2 解题方法概述及例题分析	28
3.2.1 多跨静定梁的计算	28
3.2.2 静定平面刚架的计算	29
3.3 习题解答	34
3.3.1 基本题	34
3.3.2 提高题	45
第4章 三铰拱与悬索结构	51
4.1 理论要点	51

4.1.1	基本概念	51
4.1.2	三铰拱的支座反力与内力的计算	51
4.1.3	拱的合理轴线	53
4.1.4	悬索结构	53
4.2	解题方法概述及例题分析	53
4.2.1	解题技巧	53
4.2.2	例题分析	54
4.3	习题解答	55
4.3.1	基本题	55
4.3.2	提高题	60
第5章	静定桁架和组合结构	61
5.1	理论要点	61
5.1.1	桁架的特点和几何组成分类	61
5.1.2	静定平面桁架的计算	62
5.1.3	桁架的形式及受力特性	63
5.1.4	组合结构	63
5.2	解题方法概述及例题分析	63
5.2.1	零杆的判断	63
5.2.2	适当选择结点和截面	65
5.2.3	对称性的利用	66
5.2.4	把空间桁架分解成平面桁架计算	67
5.3	习题解答	69
5.3.1	基本题	69
5.3.2	提高题	82
第6章	结构的位移计算	85
6.1	理论要点	85
6.1.1	变形体虚功原理	85
6.1.2	结构位移计算的一般公式——单位荷载法	85
6.1.3	荷载作用下静定结构的位移计算	85
6.1.4	图乘法	86
6.1.5	静定结构温度变化时的位移计算	86
6.1.6	静定结构支座移动时的位移计算	87
6.1.7	线弹性结构的互等定理	87
6.2	解题方法概述及例题分析	87
6.2.1	位移计算公式的应用	87
6.2.2	由荷载引起的结构位移的计算	88
6.2.3	图乘法求位移	93
6.2.4	非荷载因素引起的位移计算	97
6.3	习题解答	101

6.3.1	基本题	101
6.3.2	提高题	114
第7章	力法	120
7.1	理论要点	120
7.1.1	力法原理和力法方程	120
7.1.2	力法的简化计算方法	122
7.1.3	有关温度变化和支座移动问题的基本概念	123
7.1.4	超静定结构位移计算及最后内力图的校核	124
7.2	解题方法概述及例题分析	126
7.2.1	超静定次数的确定	126
7.2.2	一般结构的计算	127
7.2.3	对称性的利用	132
7.2.4	如何处理温度变化和支座移动问题	135
7.2.5	如何计算超静定结构的位移及计算结果的校核	141
7.3	习题解答	144
7.3.1	基本题	144
7.3.2	提高题	164
第8章	位移法	175
8.1	理论要点	175
8.1.1	位移法的基本概念	175
8.1.2	等截面直杆的转角位移方程	175
8.1.3	位移法的典型方程及计算步骤	177
8.2	解题方法概述及例题分析	179
8.2.1	基本未知量数目的确定	179
8.2.2	通过基本体系计算超静定结构	181
8.2.3	直接利用平衡条件建立位移法方程	183
8.2.4	利用对称性计算超静定结构	185
8.3	习题解答	188
8.3.1	基本题	188
8.3.2	提高题	211
第9章	用渐进法计算超静定梁和刚架	222
9.1	理论要点	222
9.1.1	力矩分配法	222
9.1.2	无剪力分配法	223
9.1.3	剪力分配法	223
9.2	解题方法概述及例题分析	224
9.2.1	单结点的力矩分配	224
9.2.2	多结点的力矩分配	228
9.2.3	用无剪力分配法计算刚架	230

9.2.4	剪力分配法	231
9.3	习题解答	232
9.3.1	基本题	232
9.3.2	提高题	247
第 10 章	影响线及其应用	253
10.1	理论要点	253
10.1.1	影响线的绘制方法	253
10.1.2	影响线的应用	254
10.1.3	铁路和公路的标准荷载制	256
10.1.4	简支梁的绝对最大弯矩及内力包络图	256
10.2	解题方法概述及例题分析	257
10.2.1	用静力法作静定结构的内力影响线	257
10.2.2	机动法作影响线	260
10.2.3	间接荷载作用下的影响线	262
10.2.4	桁架的影响线	263
10.2.5	影响线的应用	264
10.3	习题解答	265
10.3.1	基本题	265
10.3.2	提高题	282
第 11 章	最小势能原理	290
11.1	理论要点	290
11.1.1	线弹性变形体系的变形势能	290
11.1.2	线性变形体系的最小势能原理	290
11.1.3	里兹法	291
11.2	解题方法概述及例题分析	291
11.2.1	用势能驻值原理分析刚架	291
11.2.2	用势能驻值原理求位移	292
11.3	习题解答	293
11.3.1	基本题	293
11.3.2	提高题	297
第 12 章	结构矩阵分析	298
12.1	理论要点	298
12.1.1	结构矩阵分析概述	298
12.1.2	矩阵位移法涉及到的几个概念	298
12.1.3	单元的刚度矩阵和单元的刚度方程	300
12.1.4	单元刚度矩阵的坐标变换	303
12.1.5	等效结点荷载	305
12.2	解题方法概述及例题分析	306
12.2.1	后处理法	306

12.2.2	先处理法	307
12.2.3	刚度法的概念	308
12.2.4	直接刚度法	309
12.2.5	非结点荷载的处理	312
12.2.6	平面杆件结构解题步骤及解题示例	313
12.3	习题解答	317
12.3.1	基本题	317
12.3.2	提高题	329
第 13 章	结构的动力计算	339
13.1	理论要点	339
13.1.1	弹性体系的自由度	339
13.1.2	单自由度体系的自由振动	339
13.1.3	单自由度体系在简谐荷载作用下的强迫振动	341
13.1.4	阻尼对振动的影响	342
13.1.5	多自由度体系的自由振动	343
13.1.6	两个自由度体系在简谐荷载作用下的强迫振动	345
13.1.7	多自由度体系在一般动荷载作用下的强迫振动	345
13.2	解题方法概述及例题分析	346
13.2.1	单自由度体系自由振动及在动荷载作用下的计算	346
13.2.2	多自由度体系自由振动及在动荷载作用下的计算	348
13.3	习题解答	352
13.3.1	基本题	352
13.3.2	提高题	373
第 14 章	结构的稳定计算	380
14.1	理论要点	380
14.1.1	两类稳定问题概述	380
14.1.2	确定临界荷载的静力法和能量法	381
14.1.3	弹性支承等截面直杆的稳定计算	383
14.2	解题方法概述及例题分析	385
14.2.1	解题技巧	385
14.2.2	例题详解	387
14.3	习题解答	389
14.3.1	基本题	389
14.3.2	提高题	395
第 15 章	梁和刚架的极限荷载	398
15.1	理论要点	398
15.1.1	极限弯矩 塑性铰 破坏机构	398
15.1.2	确定极限荷载的几个定理	398
15.1.3	超静定梁的极限荷载	398

15.2 解题方法概述及例题分析	399
15.2.1 单跨梁的极限荷载	399
15.2.2 连续梁的极限荷载	402
15.2.3 刚架的极限荷载	403
15.3 习题解答	403
15.3.1 基本题	403
15.3.2 提高题	413
附录 1 《结构力学》上册自测题答案	418
附录 2 《结构力学》下册自测题答案	432
参考文献	445

第1章 绪论

1.1 理论要点

1.1.1 学科分类、任务及学习方法

一、学科分类、任务

结构力学学科代码为 130.1565,是力学—固体力学下三级分支学科。

结构力学以结构为研究对象,其基本任务是:研究结构的组成规律及合理形式,研究结构在荷载、温度变化、支座移动等外部因素作用下的内力、变形和稳定性的计算原理和计算方法。具体说来,结构力学课程的基本内容和要求包括以下两个部分:

1. 基础部分

(1) 几何组成分析:掌握平面几何不变体系的基本组成规则及其运用。

(2) 静定结构受力分析:灵活运用隔离体平衡的方法,熟练掌握静定梁和刚架内力图的作法以及桁架内力的解法,掌握静定组合结构和拱内力的计算方法,了解静定结构的受力特性。

(3) 虚功原理和结构位移计算:理解变形体虚功原理的内容及其应用,熟练掌握在荷载作用下静定结构位移的计算方法,掌握静定结构在温度变化、支座移动影响下位移的计算方法,了解互等定理。

(4) 影响线:理解影响线的概念,掌握静力法作静定梁、桁架的内力影响线,了解机动法作影响线,会利用影响线求移动荷载下结构的最大内力。

(5) 力法:掌握力法的基本原理,会用力法计算超静定结构在荷载、支座移动、温度变化作用下的内力,了解超静定结构位移计算的特点,了解超静定结构的力学特性。

(6) 位移法:掌握位移法的基本原理和刚架在荷载作用下的计算。

(7) 力矩分配法:理解力矩分配法的概念,会用力矩分配法计算连续梁和无侧移刚架。

2. 专题部分

(1) 结构矩阵分析:掌握矩阵位移法的原理和杆件结构在荷载作用下的计算。

(2) 结构的动力计算:掌握动力分析的基本方法,掌握单自由度和两个自由度体系的自由振动以及在简谐荷载作用下受迫振动的计算方法,了解阻尼的作用。

(3) 结构的极限荷载:理解极限弯矩、极限荷载的概念和比例加载时判定极限荷载的一般定理,会计算超静定梁的极限荷载。

(4) 结构的稳定计算:理解结构失稳的两种基本形式,掌握静力法和能量法计算临界荷载的基本原理,会计算简单杆件结构的临界荷载。

根据结构力学课程教学基本要求,基础部分以及专题部分中的“结构矩阵分析”和“结构的动力计算”为必修内容,“结构的稳定计算”和“结构的极限荷载”两部分可根据专业需要酌情列为必修或选修内容。

二、学习方法概述

结构力学是一门技术基础课。该课程一方面要用到高等数学、理论力学和材料力学等课程的知识,另一方面又为学习钢筋混凝土结构、钢结构、砌体结构、桥梁、隧道等专业课程提供必要的基本理论和计算方法。因此,结构力学是一门承上启下的课程,它在结构、水利、道路、桥梁及地下工程等各专业的学习中占有重要的地位。

学习结构力学课程时要注意它与先修课程的联系。对先修课的知识,应当根据情况进行必要的复习,并在运用中得到巩固和提高。只有牢固地掌握结构力学课程所涉及的基本理论和基本方法,才能为后继课程的学习奠定下坚实的基础。

根据结构力学课程教学基本要求,学习本课程时应特别应注重分析能力、计算能力、判断能力和自学能力的培养。

分析能力:对常用的杆件结构具有选择计算简图的初步能力,并能根据具体问题选择恰当的计算方法。

计算能力:具有对各种静定、超静定结构进行计算的能力,初步具有使用结构计算程序的能力。

判断能力:具有对计算结果进行校核、对内力分布的合理性作出定性判断的能力。

自学能力:具有自学和阅读结构力学教学参考书的能力。

学习结构力学课程必须贯彻理论与实践相结合的原则。在参观、实习及日常生活中,要留心观察实际结构的构造情况,分析结构的受力特点,看一看结构力学的理论是如何应用于实际工程的,并设想如何利用所学习的理论、方法解决实际结构的力学分析问题。只有联系实际学习理论,才能深刻理解、掌握书本知识,为将来应用所学知识解决实际工程问题做好铺垫。

做题练习、进行自我测试是学好结构力学课程的重要环节之一。只有高质量地完成足够数量的习题,才能掌握相关的概念、原理和方法。

学习结构力学课程时要注意学习方法。著名数学家华罗庚不仅在数学研究上有极高的成就,而且在读书、治学上也有着极其丰富的经验。1961年秋,华罗庚在中国科技大学的开学典礼上向青年学生介绍了他的读书经验:一本书,当未读之前,你会感到,书是那么厚;但是当对书的内容真正有了透彻的了解,抓住了全书的要点,掌握了全书的精神实质以后,就会感到书本变薄了。愈是懂得透彻,就愈有薄的感觉。如果在读书过程中,你对各章节又作深入的探讨,在每页上加添注解,补充参考资料,那么,书又会愈读愈厚。因此,读书就是由厚到薄,又由薄到厚的双向过程。

对结构力学课程的学习也是如此。学习的初始阶段,面对着厚厚的一本书,觉得要学的内容很多:几何组成分析、结构的内力和位移计算、结构在移动荷载下的计算等;需要掌握的基本理论、基本概念、基本方法也很多:变形体虚功原理、影响线的概念、临界荷载的求解方法等。如何将这些平铺的知识、抽象的理论、费解的概念、多样的方法通过分析、比较、归纳、综合,最终把全书各部分的内容连接起来、融会贯通,使得理论透彻、概念清晰、方法得当,达到将“厚”书读“薄”的目的。为了加速由“厚”向“薄”的转变过程,本书安排

了“理论要点”和“解题方法概述及例题分析”两个环节。

提纲挈领、归纳整理的目的是为了应用。面对复杂多变问题,应采取怎样的策略应对?如何才能做到“兵来将挡,水来土囤”、或“以不变应万变”?在分析问题、解决问题这个环节上,为达到举一反三、触类旁通、拓展知识、将“薄”书读“厚”的目的,本书除在“解题方法概述及例题分析”部分解剖部分“母题”外,重点编写了“习题解答”这部分内容。习题由两部分组成:一是根据教学基本要求拟定的基本题,二是一些典型且有一定难度的提高题及近年来收集的部分研究生入学考试试题。

1.1.2 结构的计算简图及分类

一、计算简图的定义、选取原则及应考虑的因素

在结构设计中,通过对实际结构进行抽象和简化而形成的既能反映真实结构的主要特征又便于计算的模型称为计算简图。

选取计算简图时应遵循以下原则:

- (1) 正确反映实际结构的受力情况和主要性能。
- (2) 略去次要因素,便于分析和计算。

由于计算简图的选取直接关系到计算精度和计算工作量的大小,因此在选取计算简图时,应统筹考虑结构的重要性、不同设计阶段的要求、计算问题的性质和计算工具的性能等因素,最终确定理想的计算简图。

二、结构体系、杆件、结点、支座及荷载的简化

一般结构实际上都是空间结构,各部分相互联结形成一个整体,以承受荷载。对空间结构进行力学分析往往比较复杂,工作量较大。在土建、水利工程结构中,大量的空间杆件结构,在一定条件下,可略去结构的次要因素,将其分解简化为平面结构,使计算简化。

在杆件结构中,当杆件的长度远大于它的高度和宽度时,通常可以近似地认为:杆件变形时,其截面保持为平面。杆件截面上的应力可以根据截面的内力来确定,且其内力仅沿长度变化。因此,在计算简图中,可以用杆轴线代替杆件,用各杆轴线相互联结构成的几何图形代替真实结构。

在杆件结构中,几根杆件相互联结的部分称为结点。根据结构的受力特点和结点的构造情况,结点可采用以下三种计算简图。

(1) 铰结点:铰结点的特征是汇交于结点的各杆端不能相对移动,但它所联结的各杆可以绕铰自由转动。

(2) 刚结点:刚结点的特点是汇交于结点的各杆端除不能相对移动外,也不能相对转动,即交于结点处的各杆件之间的夹角不会因结构变形而改变。

(3) 组合结点:组合结点的特点是汇交于结点的各杆端不能相对移动,但其中有些杆件的连接为刚性联结,各杆端不允许相对转动;而其余杆件视为铰结,允许绕结点转动。

把结构与基础或其他支承物联结起来的装置称为支座。平面杆件结构的支座通常简化为以下几种形式。

(1) 可动铰支座:可动铰支座也称为滚轴支座。其特征是在支承处被支承的结构物既可以绕铰中心转动,也可以沿支承面移动。可动铰支座的约束反力可用一作用点和作用线均为已知,只有大小未知的力表示。

(2) 固定铰支座:固定铰支座简称铰支座。其特征是在支座处被支承的结构可以绕铰中心转动,但不可以沿任何方向移动。固定铰支座的约束反力可用一作用点已知、但作用方向和大小未知的力表示。通常该作用力可以分解为水平约束力和竖向约束力。

(3) 固定支座:固定支座的特征是在支承处被支承的结构既不允许移动,也不允许转动。固定支座的约束反力可用一作用点、方向和大小均未知的力表示。通常该力可用水平反力、竖向反力和约束力矩表示。

(4) 定向支座:定向支座也称滑动支座。它的特征是允许被支承的结构沿支承面移动但不允许有垂直于支承面的移动和绕支承端的转动。定向支座的约束反力可用一垂直于支承面的未知的力和约束力矩表示。

作用在结构上的外力,包括荷载和约束反力,可以分为体积力和表面力两大类。体积力是指自重和惯性力等分布在结构内的作用力;表面力是指风压力、水压力和车辆的轮压力等分布在结构表面上的作用力。不管是体积力还是表面力,都可以简化为作用在杆轴线上的力。根据外力的分布情况,这些力一般可以简化为集中荷载、集中力偶和分布荷载。

三、结构的分类

依据不同的观点,结构的分类方式有所不同。

- (1) 按空间观点分类:平面结构、空间结构。
- (2) 按几何特征分类:杆件结构、薄壁结构、实体结构。
- (3) 按内力是否静定分类:静定结构、超静定结构。
- (4) 杆件结构的分类:杆件结构按其受力特征不同,又可以分为梁、拱、刚架、桁架、组合结构和悬索结构。

1.2 应该注意的几个问题

1.2.1 如何选取计算简图

选取结构的计算简图时,除要求计算简图既能反映结构的真实受力特征,又要便于计算外,还应统筹考虑结构的重要性、不同设计阶段的要求、计算问题的性质和计算工具的性能等因素,因此计算简图的选取直接关系到计算精度和计算工作量的大小。

图 1-1(a)所示为一支承在混凝土墩上的工字形钢梁。由于钢板梁垫锚固在混凝土墩内且与钢梁焊接在一起,所以梁支承点既不能沿水平方向移动,也不能沿铅直方向移动,只能绕支承中心发生微小转动。根据支座简化原则,计算简图可取为如图 1-1(b)所示的两端均为固定铰支座的梁。而实用上一般简化为一端为固定铰支座、另一端为可动铰支座的简支梁,如图 1-1(c)所示。上述两个计算简图哪一个更符合结构的真实受力情况?二者在竖向荷载作用下受力情况有什么不同?

图 1-1(b)所示两端均为固定铰支座的梁为一次超静定结构,支座 A 和支座 B 处的约束反力分别为 V_A 、 H_A 和 V_B 、 H_B 。这里不考虑梁高的影响,即略去梁下侧水平反力简化到轴线时所引起的附加力矩。图 1-1(c)所示的简支梁为静定结构。二者的区别在于:前者存在支座反力 $H_A = H_B$,任意截面的弯矩为 $M = M^0 - N_y$,式中 M^0 为相应简支梁对

应截面上的弯矩, N 为梁的轴力; 而图 1-1(c) 所示简支梁既无水平支座反力, 也无轴力。二者的剪力是相同的, 但弯矩是不同的。

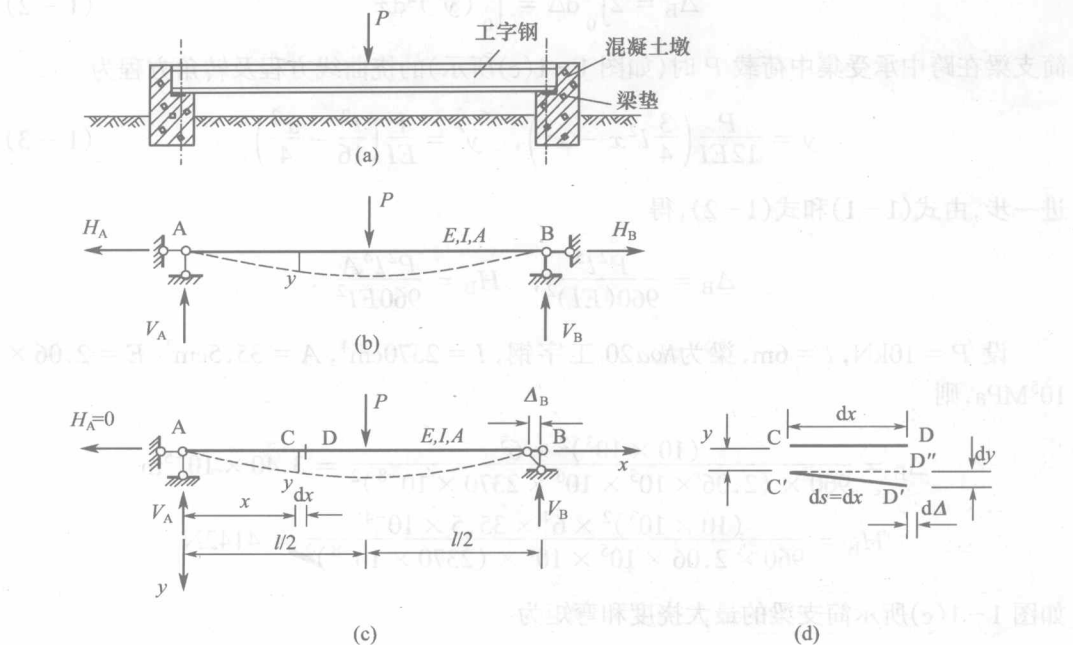


图 1-1 计算简图的选取

- (a) 支承在混凝土墩上的工字形钢梁; (b) 两端为固定铰支座的梁;
(c) 简支梁; (d) 微分段变形图。

分析图 1-1(b) 所示的梁, 由整体平衡条件可知: $H_A = H_B$ 。若去掉 B 点处的水平链杆, 则在力 P 作用下, 由于梁弯曲而使弦长缩短 Δ_B 。所以当有水平链杆限制梁缩短时, 水平链杆中产生的约束力为

$$H_B = \frac{EA}{l} \cdot \Delta_B \quad (1-1)$$

为了求出 Δ_B , 从梁中取出微分段 CD, 如图 1-1(d) 所示。设 CD 段的原长为 dx , 由图可知, 微分段两端点水平位移的差值 $d\Delta$ 为

$$d\Delta = CD - C'D'' = dx - \sqrt{ds^2 - dy^2} = dx(1 - \sqrt{1 - y'^2})$$

取二项式展开式的前两项, 有

$$(1 - y'^2)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2}y'^2$$

则

$$d\Delta = \frac{1}{2}(y')^2 dx$$

因此

$$\Delta_B = \int_0^l d\Delta = \frac{1}{2} \int_0^l (y')^2 dx$$

对于图 1-1(c),有

$$\Delta_B = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} d\Delta = \int_0^{\frac{l}{2}} (y')^2 dx \quad (1-2)$$

简支梁在跨中承受集中荷载 P 时(如图 1-1(c)所示)的挠曲线方程及转角方程为

$$y = \frac{P}{12EI} \left(\frac{3}{4} l^2 x - x^3 \right), \quad y' = \frac{P}{EI} \left(\frac{l^2}{16} - \frac{x^2}{4} \right) \quad (1-3)$$

进一步,由式(1-1)和式(1-2),得

$$\Delta_B = \frac{P^2 l^5}{960(EI)^2}, \quad H_B = \frac{P^2 l^4 A}{960EI^2}$$

设 $P = 10\text{kN}$, $l = 6\text{m}$, 梁为 No20 工字钢, $I = 2370\text{cm}^4$, $A = 35.5\text{cm}^2$, $E = 2.06 \times 10^5\text{MPa}$, 则

$$\Delta_B = \frac{(10 \times 10^3)^2 \times 6^5}{960 \times (2.06 \times 10^5 \times 10^6 \times 2370 \times 10^{-8})^2} = 3.40 \times 10^{-5}\text{m}$$

$$H_B = \frac{(10 \times 10^3)^2 \times 6^4 \times 35.5 \times 10^{-4}}{960 \times 2.06 \times 10^5 \times 10^6 \times (2370 \times 10^{-8})^2} = 4142\text{N}$$

如图 1-1(c)所示简支梁的最大挠度和弯矩为

$$y_{\max}^0 = \frac{pl^3}{48EI} = \frac{10 \times 10^3 \times 6^3}{48 \times 2.06 \times 10^5 \times 10^6 \times 2370 \times 10^{-8}} = 0.922 \times 10^{-2}\text{m}$$

$$M_{\max}^0 = \frac{pl}{4} = \frac{10 \times 10^3 \times 6}{4} = 15 \times 10^3\text{N} \cdot \text{m}$$

设如图 1-1(b)所示两端为固定铰支座的梁的最大挠度 $y_{\max} = y_{\max}^0$, 则由水平约束力 H_B 产生的附加弯矩为

$$M = -H_B \cdot y_{\max} = -4142 \times 0.922 \times 10^{-2} = -38.19\text{N} \cdot \text{m}$$

由以上分析可知,对于如图 1-1(b)所示两端为固定铰支座的梁,即使 A、B 支座绝对刚性,即在水平力作用下无任何水平位移,其最大弯矩仅比如图 1-1(c)所示简支梁的最大弯矩小约 2.5%。实际上支座总会有弹性变形,进而减小 H_B 值。因此,将如图 1-1(a)所示的结构简化为如图 1-1(c)所示的简支梁进行计算是恰当的。

1.2.2 杆件结构的分类依据

杆件结构的分类是按计算简图划分的,而计算简图又取决于各杆件的受力性能。这是因为具有相同外形的结构,由于杆件的截面尺寸不同、结点构造不同,因而各杆件的受力性能也有所不同。

图 1-2(a)所示为一钢筋混凝土结构。它属于哪一类结构,要对其构造进行具体分析,依计算简图而定。

(1) 如果杆件截面尺寸均较大且结点构造又满足刚性结点特征时,则计算简图可取为如图 1-2(b)所示的形式,其分类属于刚架。

(2) 如果杆件截面尺寸均较小且结点构造又满足铰结点特征时,则计算简图可取为如图 1-2(c)所示的形式,其分类属于桁架。

(3) 如果弦杆截面尺寸较大,腹杆截面尺寸较小且腹杆与弦杆连接不满足刚性要求时,则计算简图可取为如图 1-2(d)所示的形式,其分类属于组合结构。

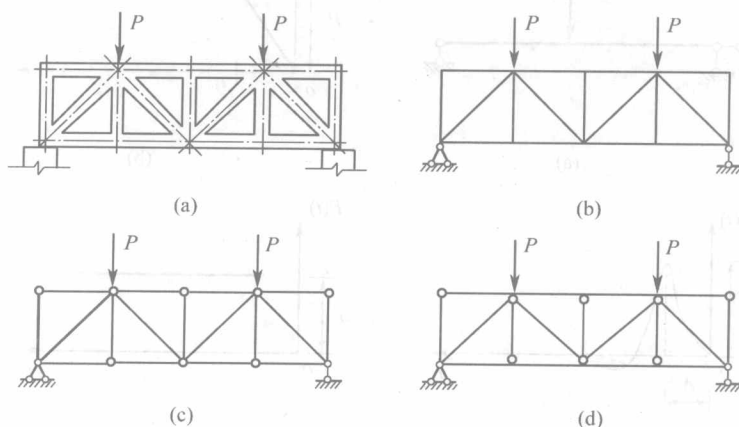


图 1-2 钢筋混凝土结构及其计算简图

(a) 钢筋混凝土结构; (b) 计算简图为刚架; (c) 计算简图为桁架; (d) 计算简图为组合结构。

结构的分类又可按计算特性分为静定结构和超静定结构。对于图 1-2(a)所示的钢筋混凝土结构,不能笼统称为静定结构或超静定结构,必须按所取得计算简图来划分:如果计算简图取为如图 1-2(c)所示的形式,则为静定结构;如果计算简图取为如图 1-2(b)或如图 1-2(d)所示的形式,则均为超静定结构。

对计算精度要求不同,计算简图的选取也有所不同,这也会影响到结构的分类。对于图 1-2(a)所示的钢筋混凝土结构,当结点的刚性约束对结构的受力状态处于主要地位时,按图 1-2(b)所示的刚架计算,计算精度更高、更接近实际。在计算精度要求不高的情况下,将图 1-2(a)所示的钢筋混凝土结构简化为如图 1-2(c)所示桁架计算也是可以的,计算工作量相对少一些。

1.2.3 静力荷载与动力荷载的区别

在工程结构中,除了结构自重及一些永久性荷载可以看做静力荷载外,绝大多数荷载都属于动力荷载。它们的区别在于在荷载作用下结构的质体是否产生加速度。如果加载过程缓慢、荷载是逐渐增加的,不足以使结构产生显著的加速度,因而可以略去惯性力对结构的影响,这类荷载称为静力荷载。此时结构的内力、位移等多种量值都不随时间而变化。如果作用在结构上的荷载,其大小、方向、作用点随时间迅速变化,结构将发生振动,使得结构产生不容忽视的加速度,因而必须考虑惯性力的影响,则此类荷载称为动力荷载。

一个力作用在结构上,是作为静力荷载还是作为动力荷载,取决于它随时间变化的规律以及加载速度的快慢。图 1-3(a)所示为一简支梁,跨中承受集中荷载 $P(t)$,图 1-3(b)为与图 1-3(a)相应的加载曲线。当加载时间 $t_1 > T/4$ (T 为结构自振周期)时, $P(t)$