



木结构基本原理

樊承谋 张盛东 陈松来 陈志勇 编著

中国建筑工业出版社

木结构基本原理

樊承谋 张盛东 陈松来 陈志勇 编著

中国建筑工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

木结构基本原理/樊承谋等编著. —北京:中国建筑工业出版社,2008

ISBN 978-7-112-10066-8

I. 木… II. 樊… III. 木结构-结构理论 IV. TU366.201

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 061598 号

本书基于复合木材和轻木结构叙述木材力学性能新的概念与理论,新的连接方法与结构原理,以及一些齿板连接桁架、木剪力墙、预制胶合木工字形格栅等轻木框架构件在木构房屋中的应用。全书分三篇:第一篇木材性能,包括木材为开裂的黏弹性材料、定级与机械定级、结构木材的变异性 and 统计模型、长期荷载强度、气候变化对木材强度的影响及复合木材;第二篇木结构连接,包括销连接、胶连接、胶入钢筋连接;第三篇木结构应用,包括木材和木基材料的结构可靠度、齿板连接桁架、剪力墙和横隔、工字形格栅、结构中的横纹断裂、木结构短期和长期变形、复合木结构设计。全书共 17 章。本书可作为大专院校房屋建筑与土木工程专业选修课或研究生的木结构课程教材,也可供同类专业的技术人员和研究人员学习应用。

* * *

责任编辑:赵梦梅 黎 钟

责任设计:董建平

责任校对:王 爽 刘 钰

木 结 构 基 本 原 理

樊承谋 张盛东 陈松来 陈志勇 编著

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京永峥排版公司制版

北京市彩桥印刷有限责任公司印刷

*

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:19 $\frac{3}{4}$ 字数:486 千字

2008 年 9 月第一版 2008 年 9 月第一次印刷

印数:1—3000 册 定价:42.00 元

ISBN 978-7-112-10066-8

(16869)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题,可寄本社退换

(邮政编码:100037)

前言

我国木材资源匮乏，解放后建设速度较快，木结构既能就地取材又易于加工，因而应用颇多。到 20 世纪 80 年代，结构用材采伐殆尽。当时国家又无足够的外汇储备从国际市场购进木材，以致停止使用木结构。随后大专院校停开木结构课程，并停止培养研究生。原来从事木结构的教学和科技人员不得不改弦易辙。木结构学科无形中在中国消亡达 20 多年。

到了 20 世纪 90 年代后期，我国经济发展达到了新的高度，随着人们生活水平的提高，在沿海发达地区陆续引进了北美 1~3 层轻型木结构住宅，至今已建成数千幢。轻型木结构已正式列入国家标准《木结构设计规范》(GB50005—2003) 和《木结构工程施工质量验收规范》(GB50206—2002)。封面图片所示者为单独一户的住宅(图 03, 由德胜[苏州]洋楼有限公司提供); 封底图片所示者为多户的公寓式住宅(图 04, 由加拿大国家林产工业技术研究院提供), 这种住宅占地面积较小宜于在我国采用。图 01 示出单户住宅构造剖视。我国的木结构终于在国家兴旺发达的环境中得到复苏。

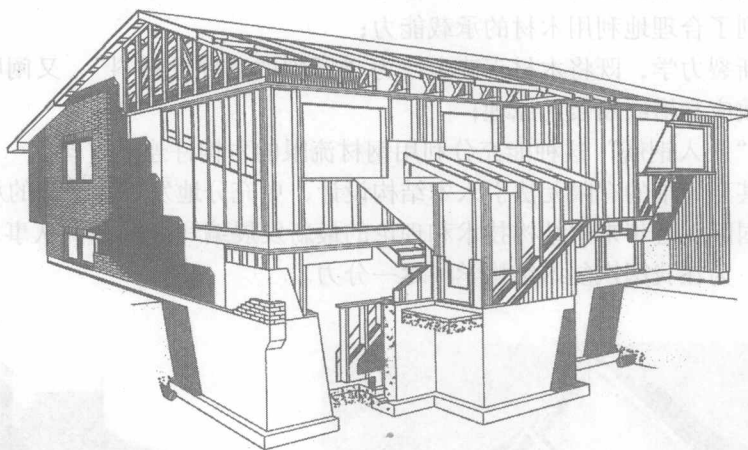


图 01 轻型木结构单户住宅构造剖视图

(取自 Canada Mortgage and Housing Corporation、Canadian Wood-Famme
House Contru, 1997 年)

应当指出的是，木结构在我国停滞的 20 多年，正是国际上木结构有长足进步的时期，复合木材从锯切加工木材复合的层板胶合木发展到旋切或削片加工木材复合的旋切板胶合木、平行木片胶合木及层叠木片胶合木，既增加出材率 20% 以上，又提高了设计强度。图 02 示出直径 115m 欧洲最大的复合木材结构，可作为我国木结构发展的借鉴。与此同时，木结构技术和理论还有以下 4 方面的发展：

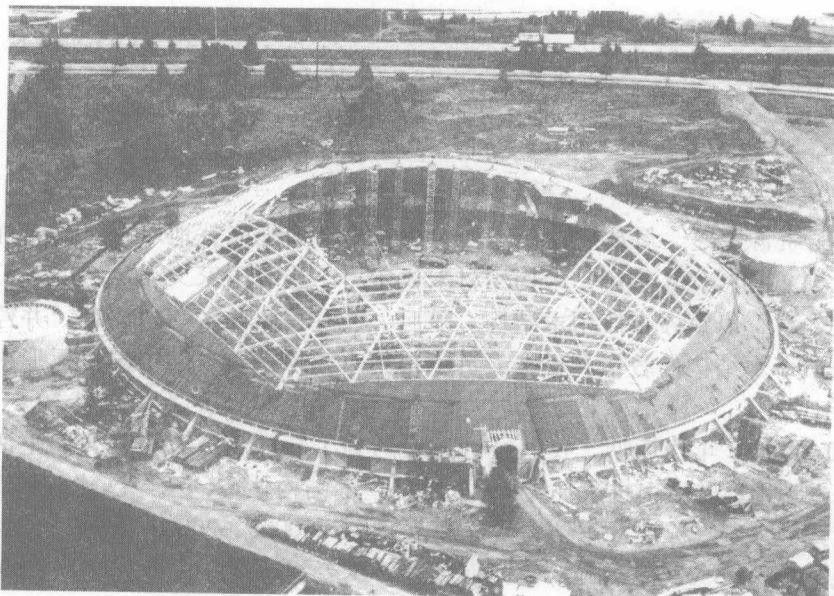


图02 正在施工中的芬兰奥卢圆顶，共用 560m^3 旋切板胶合木
(取自 H. J. Blass 等, Timber Engineering STEPI)

- 确定了按结构木材定级并推广了机械定级，终于走出了以清材为基础目测定级的误区，达到了合理地利用木材的承载能力；
- 引进了断裂力学，既将木材正确定性为“开裂的黏弹性材料”，又阐明了木材的荷载持续效应和横纹断裂的原理；
- 增添了“胶入钢筋”这种能充分利用钢材流限的木构件连接方式；
- 将2维甚至3维的有限元法引入木结构设计，更充分地发挥木结构的承载效能。

作者根据国际上近年来木结构技术和理论的最新发展编写此书，供从事木结构教学和科技人员参考，为在我国恢复木结构学科尽一分力。



图03 单户的木结构住宅



图04 多户木结构公寓式住宅

目 录

前 言

第一篇 木材性能

第1章 木材——开裂的黏弹性材料	3
1.1 概述	3
1.2 开裂的黏弹性材料(DVM)理论	4
1.3 木材性能的建模	9
1.4 木材与DVM理论	12
1.5 应用	14
1.6 最后评述	20
第2章 结构木材定级	22
2.1 概述	22
2.2 按清材小试件定级的缺点	22
2.3 结构木材定级原理和基本要求	28
2.4 木材弯曲强度定级试验示例	35
第3章 木材的机械定级	42
3.1 概述	42
3.2 木材的强度和刚度及其有关的性质	43
3.3 强度/刚度与可用非破损方法测定的木材特征之间的关系	47
3.4 木材的定级——控变率对定级准确度的影响	51
3.5 机械定级原则	53
3.6 市场中的定级机械	56
3.7 定级机械运行的控制	59
3.8 机械定级木材与目测定级木材的性质和控变率的对比	59
3.9 将来的发展	60
第4章 结构用木材的变异性 and 统计模型	61
4.1 概述	61
4.2 木材的性质	62
4.3 构件本身和构件之间的变异性模型	64
4.4 阐述尺寸和荷载形状效应的理论	70
4.5 有关文献中关于尺寸和荷载效应的报道	74
4.6 基于性质变异模型的尺寸和荷载形状效应	76

4 目录

第5章 长期荷载作用下的木材强度	81
5.1 概述	81
5.2 荷载持续效应研究的历史背景	81
5.3 荷载持续效应试件短期强度的评估	87
5.4 荷载持续效应的影响因素	89
5.5 模型化达到破坏的时间	93
5.6 复合木材的荷载持续效应	98
第6章 气候和气候变化对木材强度的影响	99
6.1 概述	99
6.2 由自然变化气候引起的木材含水率	99
6.3 不同平衡含水率与温度时的强度	101
6.4 含水梯度对承载能力的影响	104
6.5 水分引起的应力的计算	105
6.6 含水梯度对试验结果的影响	110
6.7 结构设计中含水梯度的考虑	110
6.8 总结	111
第7章 复合木材	112
7.1 概述	112
7.2 层板胶合木	113
7.3 旋切板胶合木(LVL)	115
7.4 平行木片胶合木(PSL)	118
7.5 层叠木片胶合木(LSL)	121
7.6 定向木片板(OSB)和定向木片胶合木(OSL)	124
第二篇 木结构的连接	
第8章 销连接原理	131
8.1 概述	131
8.2 Johansen 的屈服理论	132
8.3 销型连接件接头的群体效应	138
8.4 销连接接头的荷载持续效应	140
8.5 木螺丝接头	141
8.6 总结	145
第9章 结构胶连接	146
9.1 概述	146
9.2 胶合木连接的分类	146
9.3 胶缝的基本性能	147
9.4 应力分析	151
9.5 连接强度分析	154

9.6 胶合指形接头	158
第 10 章 胶入钢筋连接	162
10.1 概述	162
10.2 胶入钢筋工作机理	162
10.3 材料与制造	165
10.4 轴向受力钢筋的强度	166
10.5 侧向受力钢筋的强度	167
10.6 胶入钢筋设计	167
10.7 胶入钢筋增强木材横纹承压	169
10.8 斜向胶入钢筋	172
第三篇 木结构的应用	
第 11 章 木材和木基材料的结构可靠度	179
11.1 概述:可靠度和基于性能的结构设计	179
11.2 变量的统计表达和概率论的基本概念	180
11.3 失效概率的计算方法	184
11.4 算例一:胶合木梁的弯曲破坏	188
11.5 算例二:抗弯木梁基于性能的结构设计	191
11.6 算例三:结构体系性能可靠度分析	193
11.7 算例四:地震作用下的连接设计和响应面的应用	194
11.8 算例五:现有结构的评估分析	196
11.9 算例六:设计规范公式的修正	197
11.10 结论	199
第 12 章 齿板连接桁架	200
12.1 概述	200
12.2 齿板连接桁架在屋盖中的应用	201
12.3 桁架的模型化	203
12.4 齿板连接节点的刚度和承载力	212
12.5 齿板增强木材	214
第 13 章 剪力墙和横隔	216
13.1 概述	216
13.2 剪力墙设计	220
13.3 横隔设计	221
13.4 剪力墙和横隔分析	223
13.5 剪力墙和横隔的开洞	225
13.6 剪力墙和横隔的变形	228
13.7 锚固	228
13.8 最新发展	231

6 目录

13.9 结语	234
第14章 预制工字形搁栅	235
14.1 工字形搁栅的构造和制作工艺	235
14.2 TJI 搁栅的腹板加劲肋	237
14.3 TJI 搁栅腹板开孔的规定	238
第15章 结构中的横纹断裂	240
15.1 概述	240
15.2 横纹断裂的例子	240
15.3 材料性能与特性	242
15.4 强度分析的方法	252
15.5 提高强度的方法	262
第16章 木结构的短期与长期变形	263
16.1 概述	263
16.2 研究进展	263
16.3 变形的预测与限制	272
16.4 与变形相关问题的避免	277
16.5 结论	277
第17章 复合木材结构设计	279
17.1 概述	279
17.2 破坏准则和体积效应	284
17.3 弧形梁	287
17.4 上缘单坡、双坡和下缘拱起的梁	289
17.5 梁端切口	291
17.6 稳定	292
附录 断裂力学基础	298
1 线弹性断裂力学	298
2 弹塑性断裂力学	305
参考文献	308

第一篇

第1章 木材——开裂的粘弹性材料

木材性能

1.1 概 论

木材是一种具有显著粘弹性机理性质的材料。这种性质在木材的长期使用过程中表现得尤为明显。这些变形与在相对较短的时间内发生的变形相比，其影响更为显著。

木材的长期性能和其他缺陷密切相关。这些缺陷包括木材的腐朽、虫害、火灾、以及机械损伤等。这些缺陷会导致木材的强度降低，从而影响其使用寿命。例如，木材的腐朽会导致其强度降低，而虫害则会导致木材的变形和开裂。

将木材视为粘弹性材料是木力学的基本概念。认为木材是一种粘弹性材料，其力学性能会随着时间而发生变化。这种观点在木材力学中得到了广泛的应用。例如，在木材的长期性能分析中，需要考虑木材的粘弹性特性，以及其对环境因素的敏感性。

Nielsen 等人根据木材性能综合的基本原理研究，认为木材是一种粘弹性材料。他们认为，木材的力学性能会随着时间而发生变化，这种变化是由于木材的粘弹性特性所致。他们提出了一种新的理论，即“损伤粘弹性材料”（Damaged Viscoelastic materials）理论。该理论认为，木材是一种粘弹性材料，其力学性能会随着时间而发生变化，这种变化是由于木材的粘弹性特性所致。该理论还提出，木材的力学性能会随着环境因素（如温度、湿度）的变化而变化。这一理论在木材力学中得到了广泛的应用，为木材的长期性能分析提供了重要的理论基础。

木材的长期性能分析需要考虑木材的粘弹性特性。在木材的长期性能分析中，需要考虑木材的粘弹性特性，以及其对环境因素的敏感性。例如，在木材的长期性能分析中，需要考虑木材的粘弹性特性，以及其对环境因素的敏感性。此外，还需要考虑木材的缺陷对其长期性能的影响。例如，木材的腐朽、虫害、火灾、以及机械损伤等缺陷都会影响木材的长期性能。因此，在木材的长期性能分析中，需要综合考虑木材的粘弹性特性、环境因素以及缺陷的影响。

第1章 木材——开裂的黏弹性材料

1.1 概 述

木材是一种具有显著黏弹性机理性质的材料。这种性质的一种表现是木材承受恒载时,变形随时间发展,这些变形与在相对较短时间(几个月)内的初始弹性变形属于同一数量级。

木材具有裂缝和其他缺陷(例如木节),这些缺陷会导致相当程度的强度降低;随时发展的变形同样也使强度降低。如果说短期载荷强度,木材达到破坏的时间约为1分钟,而长期载荷强度,木材达到破坏时间约为10年,则10年的强度约为短期载荷强度的60%。

将木材视为黏弹性材料是个古老的概念,认为木材是一种会开裂的材料,采用弹性断裂力学确定其强度,同样也不是新的认识。然而上述模型不能各自说明许多以前未发现的事物,也就是对木材力学性能具有重要影响的特征。例如,木材质量影响使用寿命,荷载持续时间影响短期载荷强度,强度分布影响使用寿命。

Nielsen L. F. 根据木材性能综合的基本原理研究,明确地提出:木材是一种会损坏的黏弹性材料,唯独它的力学性质能用偶联的黏弹性力学与断裂力学的理论进行充分深入地论述。这就从木材既是一种会开裂的弹性材料或是一种匀质的黏弹性材料的认识基础上,按损伤的黏弹性材料(Damaged Viscoelastic materials——DVM)的概念,提出了木材是一种开裂的黏弹性材料。DVM理论与其他理论比较的一项重要优点是关于损伤(或裂缝)在黏弹性介质中的扩展,在高荷载作用下也有效。这个重要的特点是需要用它来说明材料质量对使用寿命的影响。另一个DVM理论的优点是处理单独和多项相互影响的缺陷时,具有高超的能力,这一特点的重要性在于分析材料的宏观刚度和客观蠕变。当与单一的损伤有关的性质,例如强度和使用寿命能被认为是经证明有道理将其简化为采用理论的单一损伤形式的。

所要求缺陷系统的答案不局限在字面上的裂缝,错位也可包含在缺陷之内了。现已获知,错位的性能已被包含在反映裂缝规律的公式之中。因而在通常的分析中提到无量纲“损伤”(用以取代裂缝长度)和“损伤速率”(用以取代开裂速度),采取上述的表达方式以后,便将这项研究称为“损伤累积”理论,其中所谓损伤的范围包括从大裂缝到肉眼看不到的小缺陷。

DVM的概念是Nielsen和Kousholt等以前已奠定的研究木材力学性质的坚实基础。关于木材使用寿命的试验研究数据已由Madsen和Johns、新近还有Yao成功地用DVM理论阐明。

对于DVM理论的基本内容及其一些发展和应用将分别论述。符号和多次重现的略语

列出并说明如下。作为基准的量加下标“0”。另一些作为基准的量,可能出现时未加下标,这都是一些其专门的含义很明显地从有关的书籍中获知。

1)	裂缝
$2l$	裂缝长度
δ	裂缝前端张开宽度
δ_{CR}	极限裂缝前开口
K_{CR}	极限应力强烈程度系数
γ_{CR}	极限应变能量释放速率
2)	荷载和强度
σ	荷载
σ_L	黏聚应力 (理论强度)
$\sigma_{CR} = \sigma_{CR}(l)$	强度 (剩余强度)
$FL = FL(l) = \sigma_{CR}/\sigma_L$	强度水平 (材料质量)
$SL = SL(l) = \sigma/\sigma_{CR}$	荷载水平
3)	基准性能
$2l_0$	裂缝长度
$\kappa = l/l_0$	损伤比
$\sigma_{CR_0} = \sigma_{CR}(l_0)$	基准强度
$SL_0 = SL(l_0)$	基准荷载水平
$FL_0 = FL(l_0)$	基准强度水平 (木材质量)
4)	蠕变和时间
t	时间
t_s	损伤开始扩散的时间
t_{CAT}	达到灾难性破坏的时间 (使用寿命)
E	弹性模量
$c(t)$	蠕变函数
$c(t) = c(t)/c(0) = Ec(t)$	标准化蠕变函数
τ	按幂函数规律蠕变松弛时间
b	按幂函数规律蠕变的蠕变幂
5)	其他
$\rightarrow$	FL_0 的解 $\rightarrow 0$ (低强度近似值)

1.2 开裂的黏弹性材料 (DVM) 理论

1.2.1 材料模型

在本章讨论的第一种损伤的材料模型称为 Dugdale 模型 (见图 1.1)。这个模型形成

1.2.2 小节中叙述的黏弹性材料中裂缝扩张的理论基础,然后在 1.2.3 小节综合成为更为

实际的材料模型。

一条长度为 $2l$ 的 Dugdale 裂缝位于一个大的弹性体中心，裂缝平面垂直于均匀分布的拉应力 σ (见图 1.1)。在裂缝前端宽度 R 的范围内，由于发生局部应力屈服而形成黏聚应力区域，从而阻滞裂缝立即伸展。参照图 1.1 及有关文献可知局部屈服应力即为黏聚应力 σ_L 。裂缝张开宽度和裂缝前端张开宽度在图 1.1R 中分别以 v 和 δ 表示。后者的量往往要参照裂缝机理的文献，例如 COD (Crack Opening Displacement 裂缝张开位移) 的测量。

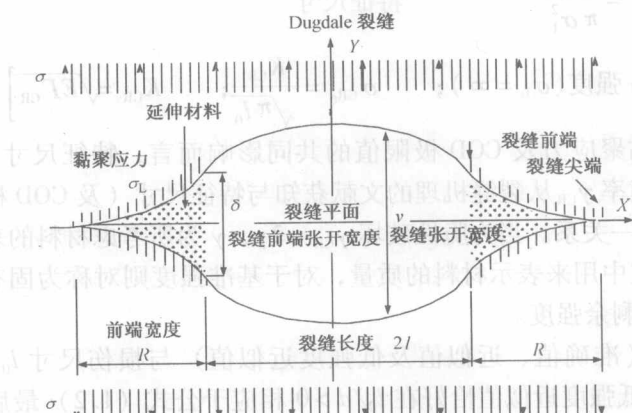


图 1.1 Dugdale 裂缝垂直裂缝平面加载 (张开模式)

Dugdale 裂缝相对于荷载、裂缝长度及黏聚应力与裂缝张开和裂缝前端宽度的关系在一些关于裂缝机理的文章中都曾给出。

COD 裂缝前端宽度的解列于公式 (1.1)，应用于开裂的并且裂缝平面受力的各向同性的弹性材料，其弹性模量为 E 。在公式 (1.1) 中的 δ 关系式构成材料使用寿命分析的出发点。

$$\left. \begin{aligned} \frac{R}{l} &= \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_L} \right) \right]^{-1} - 1 \rightarrow \frac{\pi^2}{8} (FL \times SL)^2 \\ \frac{\delta}{l} &= -\frac{8\sigma_L}{\pi E} \log \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_L} \right) \right] \rightarrow \frac{\pi \sigma_L}{E} (FL \times SL)^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

传统的“脆性”材料出现裂缝会被裂缝前端原子间应力所控制的概念未被 Dugdale 模式排除。因而在裂缝前端的黏聚应力 σ_L 就是代表整个前端宽度 R 内的平均原子间应力。

弹性材料的强度 (σ_{CR}) 和黏弹性材料的短期强度包含一条 Dugdale 裂缝可按公式 (1.1) 确定。该公式是采用十分有名的临界 COD 破坏准则。阐明当裂缝前端张开宽度达到极限，亦即 $\sigma = \sigma_{CR}$ 成为不稳定状态。也就是说，当裂缝前端的材料达到延伸极限，黏聚应力下降到 0。

Nielsen 曾运用 COD 破坏准则建立示于公式 (1.2) 的强度表达式，这对于材料使用寿命分析非常有用。当裂缝长度和强度的基准值为 l_0 和 σ_{CR0} 的基准强度水平为 FL 。裂缝长度为 l 的强度水平为 $FL = \sigma_{CR}/\sigma_L$ 。损伤比 $\kappa = l/l_0$ ，基准强度水平与基准裂缝长度和“特征尺寸” d 有关。

$$\left. \begin{aligned}
 FL_0 &= \frac{\sigma_{CR_0}}{\sigma_L} = \frac{2}{\pi} \arccos \left[\exp \left(-\frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{d}{l_0} \right) \right] \approx \sqrt{1 - \exp \left(-\frac{d}{l_0} \right)} \rightarrow \sqrt{\frac{d}{l_0}} \\
 FL &= \frac{\sigma_{CR}}{\sigma_L} = \frac{2}{\pi} \arccos \left[\left(\cos \left(\frac{\pi}{2} FL_0 \right) \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right] \rightarrow \frac{FL_0}{\sqrt{\kappa}} \\
 \frac{\sigma_{CR}}{\sigma_{CR_0}} &= \frac{FL}{FL_0} && \text{剩余强度 } \sigma_{CR} \\
 d &= \frac{E \delta_{CR}}{\pi \sigma_L} = \frac{E \Gamma_{CR}}{\pi \sigma_L^2} && \text{特征尺寸} \\
 \left[\text{Griffith 强度 } (\sigma_L = \infty); \quad \sigma_{CR_0} &= \frac{K_{CR}}{\sqrt{\pi l_0}}; \quad K_{CR} = \sqrt{E \Gamma_{CR}} \right]
 \end{aligned} \right\} (1.2)$$

就其对刚度、黏聚应力及 COD 极限值的共同影响而言, 特征尺寸是一种材料性质。极限应变能量释放速率 γ_{CR} 从裂缝机理的文献获知与特征尺寸 (及 COD 极限值) 有关, 公式 (1.2) 已表达这一关系。当为脆性破坏 $\gamma_{CR} = 2\gamma$, γ 为所考虑材料的表面能量。

强度水平在下文中用来表示材料的质量, 对于基准强度则对称为固有强度 (即当 $\kappa = 1$), 当 $\kappa > 1$ 时称为剩余强度。

基准强度水平 (准确值、近似值及低强度近似值) 与损伤尺寸 l_0/d 的关系示于图 1.2。显而易见, 当低强度近似值恰好在 $l_0/d > 0$ 相应于公式 (1.2) 最后一行示出的、著名的 Griffith 承载能力。

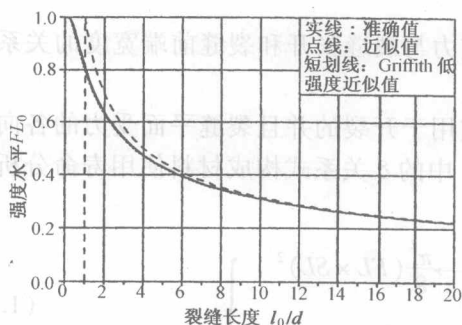


图 1.2 强度水平 (材料质量) FL_0 与相应的损伤尺寸的关系

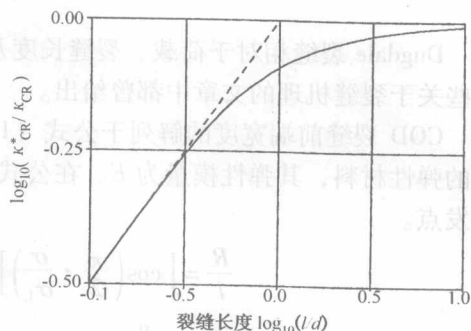


图 1.3 极限应力强烈程度系数理论值 K_{CR}^* 与通常求得的 K_{CR} 比值与裂缝长度的关系

特征尺寸是确实存在的一种微观结构尺度。这种论点得到材料科学的支持。结晶材料的理论强度 (σ_L) 可表达为 $\sigma_L \approx (E\gamma/a)^{\frac{1}{2}}$, 式中 a 为原子间距。这个关系式与公式 (1.2) (Griffith 表达式) 所得的 $(E\gamma_{CR}/\pi d)^{\frac{1}{2}}$ 吻合良好, 因为 $\gamma_{CR} = 2\gamma$ 应用于结晶材料。

试验的黏聚应力和特征尺寸可按公式 (1.2) 确定, 在给定裂缝长度的条件下, 从强度试验获得一定数量的数据中至少有一个小于近似值 $10d$ 。这种结果对于下述情况具有特殊的意义, 亦即当一些建筑材料要求的特征尺寸不宜太小时。一个具体例子是: 极限应力强烈程度系数 $K_{CR} = (E\gamma_{CR})^{\frac{1}{2}}$ 为一材料常数, 可通过试验按公式 (1.2) 中的 Griffith 表达

式确定。然而这一方法当“试验的裂缝”小于 $10d$ 时，不得按上述方法确定。公式 (1.3) [从公式 (1.2) 导得] 和图 1.3 确切地表明，只有当裂缝长度较大时，才能得到 $K_{CR} = K_{CR}^*$ 而成为“材料常数”。关于 K_{CR} 作为材料常数的这一特例，是由 Schniewind 和 Lyon 从木材横纹试验中关于 K_{CR} 变化规律的分析得出，公式 (1.3) 还可以运用于正交各向异性的材料，这在下一节中具体说明。

$$\frac{K_{CR}^*}{K_{CR}} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{l}{d}} \arccos \left[\exp \left(-\frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{d}{l} \right) \right] \approx \begin{cases} 1 & \text{当 } \frac{l}{d} \geq 1 \\ \sqrt{\frac{l}{d}} & \text{当 } \frac{l}{d} < 1 \end{cases} \quad (1.3)$$

1.2.2 开裂的黏弹性材料 (DVM)

1. 裂缝的扩展

拟探讨的两种材料非但几何学上相同，且具有相同的边界条件。一种是弹性材料，而另一种是黏弹性材料。遵循弹性-黏弹性类同之处，对后一种材料的应力-应变分析可以利用前者的弹性分析结果，每个弹性的系数都可以用相应的黏弹性系数置换。Nielsen 曾采用这种措施开发一项实际的用数值方法求解在一种黏弹性材料中 Dugdale 裂缝扩展的课题。仍采用前述专门为通常裂缝张开关系列出方程的方法。还采用了一种高质量的近似方法求出课题的分析解。这一方法的总则列于公式 (1.4)，其辅助函数由公式 (1.5)、公式 (1.6) 及公式 (1.7) 说明。参数 A_0 和 A_R 由公式 (1.6) 定义而称为标准参数，据此刚度 (E) 和专门的裂缝参数 ($\delta, \delta_{CR}, \delta_L, l$ 和 l_0) 已从分析 ($\delta/\delta_{CR} = \kappa/A_0 = l/A_R$) 中消去。使用寿命和剩余强度如公式 (1.4) 所示从积分极限求得。另一种途径是从 $\kappa-t$ 分析将 κ 列入公式 (1.2) 的过程中求得剩余强度。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{t_s} C(t_s - \phi) \frac{dA_0^{-1}}{d\phi} d\phi &= 1 && \text{裂缝正正当当地在 } t_s \text{ 开始 } (\kappa = 1) \\ \frac{dt}{d\kappa} &= \frac{B}{D} \cdot \frac{1}{\kappa} \bar{F} \left(\frac{BA_0}{\kappa} \right) && t > t_s (\kappa > 1) \text{ 注: } F(x \leq 0) \equiv 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \begin{cases} \text{从 } 1 \text{ 至 } \kappa & \Rightarrow \text{通常的时间-损伤比关系} \\ \text{从 } 1 \text{ 至 } A_0 & \Rightarrow \text{达到灾难性破坏的时间 } (t_{CAT} - t_s) \\ \text{从 } 1 \text{ 至 } \kappa & \Rightarrow \text{剩余强度 } (\sigma_{CR}/\sigma_{CR0}) \end{cases} \\ \text{加载的蠕变函数: } \bar{C}(t) &= 1 + \int_0^t \left(1 - \frac{\phi}{t} \right)^2 \frac{dC(\phi)}{d\phi} d\phi \\ \text{逆向加载的蠕变: } \bar{F}(U) &= \bar{C}^{-1}(U); \bar{F}(U \leq 1) \equiv 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{\log \cos \left(\frac{\pi}{2} FL_0 \right)}{\log \cos \left(\frac{\pi}{2} FL_0 SL_0 \right)} \rightarrow \frac{1}{SL_0^2}; \\ A_R &= \frac{\log \cos \left(\frac{\pi}{2} FL_0 \frac{\sigma_{CR}}{\sigma_{CR0}} \right)}{\log \cos \left(\frac{\pi}{2} FL_0 SL_0 \right)} \rightarrow \left(\frac{\sigma_{CR}/\sigma_{CR0}}{SL_0} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

$$\left. \begin{aligned} D &= 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} FL_0 SL_0\right) \rightarrow \frac{\pi^2}{8} (FL_0 SL_0)^2 \\ B &= \beta + (1 - \beta) \cos\left(\frac{\pi}{2} FL_0 SL_0\right) \rightarrow 1; \quad \beta = \begin{cases} 0.6 & \text{不反向的蠕变要素} \\ 0.8 & \text{反向的蠕变要素} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

注解：当裂缝扩展为负的速率时，上述分析不可应用。这是指出出现某些反向荷载的情况，急剧降低的荷载将引起裂缝闭合的反常现象，并改变裂缝前端受压塑性变形场，这种变化不可能立即遵循弹性与黏弹性材料具有相同的边界条件形成的弹性-黏弹性类同的假定（见 1.2.2 小节的 1）。对黏弹性建筑材料的疲劳以及反复和急剧变化的荷载 Nielsen 已经采用经过改进的 DVM 理论模式进行过研究。

2. 低强度近似解

当采用低强度材料时 ($FL_0 \rightarrow 0$)，公式 (1.4) 的要求作较大的降低。DVM 理论简单的低强度模式示于公式 (1.8)，据此按黏弹性材料裂缝扩展的其他理论（参见 1.1 节）就能推导出专门情况的公式。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{t_s} C(t_s - \varphi) \frac{dSL_0^2}{d\varphi} d\varphi \\ \frac{dt}{d\kappa} &= \frac{8/\kappa}{(\pi FL_0 SL_0)^2} \bar{F}\left(\frac{1}{\kappa SL_0^2}\right) \\ \kappa &= \begin{cases} \text{从 } 1 \text{ 至 } \kappa & \Rightarrow \text{通常的时间-损伤比关系} \\ \text{从 } 1 \text{ 至 } SL_0^{-2} & \Rightarrow \text{达到灾难性破坏的时间}(t_{\text{CAT}} - t_s) \\ \text{从 } 1 \text{ 至 } (\sigma_{\text{CR}}/\sigma_{\text{CR}_0})^{-2} & \Rightarrow \text{剩余强度}(\sigma_{\text{CR}}/\sigma_{\text{CR}_0}) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

1.2.3 综述

在前面几节提出的 DVM 理论无量纲的公式，对于若干材料模式，即使关于强度、材料性质及蠕变已重新分类定义，但仍然有效。

1. 实际条件下的量

“实际条件下的强度”和“实际条件下的材料性质”是指强度和材料性质的量是应经过试验测定，并具有实际加载模式图、材料放置的方向及提供分析的构件破坏状态。

正如前述，特征尺寸取决于材料的微观结构。对于结晶材料的 $d \approx 10^{-7} \text{ mm}$ （原子间距），对于建筑材料则按粗糙的微观结构。作者估计，当木材顺纹受力（对数的平均长度和木材纤维的平均直径）为 $d \approx 0.3 \text{ mm}$ 。当横纹受力时将小一些。暂定的估算值为 $d \approx 0.03 \text{ mm}$ （纤维直径）。

2. 强度与损伤比的关系——裂缝

当强度 (σ_{CR}) 和特征尺寸 (d) 被解释为实际条件下的量，根据 1.2.1 小节定义的 Dugdale 材料的概念，DVM 理论的强度是针对已经损坏的材料的状态。这可从公式 (1.2) 观察到，只要给出基准裂缝长度 (l_0)，强度（剩余的）可以基准强度和损伤比计算求得。

损伤的各向同性材料或损伤的正交各向异性材料犹如木材（裂缝平面与弹性体主平面