21世纪高等农林院校数学基础课规划教材

简明概率统计教程

温永仙　主编

厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS

21世纪高等农林院校数学基础

简明概率统计教程

温永仙　主编

厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

简明概率统计教程/温永仙主编.—厦门:厦门大学出版社,2007.8
ISBN 978-7-5615-2819-8

Ⅰ.简… Ⅱ.温… Ⅲ.①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 094474 号

厦门大学出版社出版发行
(地址:厦门大学 邮编:361005)
http://www.xmupress.com
xmup @ public.xm fj.cn
南平市武夷美彩印中心印刷
2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷
开本:787×960 1/16 印张:22.75 插页:2
字数:394 千字 印数:0 001~7 500 册
定价:28.00 元

内容提要

本书主要针对普通高等院校非数学专业本科生学习概率统计而编写的数学基础课教材.全书分概率论与数理统计两部分,共十章.概率论包括随机事件及其概率、一维随机变量与概率分布、多维随机变量与概率分布、随机变量的数字特征、大数定律与中心极限定理等五章.数理统计包括数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析与一元线性回归等四章,本书的最后一章,介绍了目前应用较为广泛的数学软件 MATLAB 在概率统计中的应用.同时,为了便于阐释和理解概率统计基本知识,本书在每章的最后一节以适当的难度选编了一些综合例题和实际应用题.各章末附有一定量的习题,习题分为两部分,第一部分侧重于基本概念和基本定理的应用,第二部分侧重于概率统计的综合应用和部分数学考研试题,兼顾计算题与适量难度适中的推理题,书末附有习题参考答案.

前 言

概率论与数理统计是研究随机现象并找出其统计规律的一门学科，是广泛应用于社会、经济、科学等各个领域的定量和定性分析的科学体系. 通过学习该课程使学生掌握概率、统计的基本概念，熟悉数据处理、数据分析、数据推断的各种基本方法，并能用所掌握的方法具体解决所遇到的各种实际问题.

本教材在参考了国内外许多同类优秀教材的基础上，结合了编者多年讲授概率论与数理统计课程积累的经验，为适应21世纪高等院校对综合型人才的培养而编写的，可作为普通高等院校非数学类专业本科生的数学基础课教材，也可供科技人员参考.

由于该课程是学生在大学里首次接触到以随机现象为研究对象的数学课程，其研究对象、研究方法、思维方式等都有别于其他数学课程. 因此，本书力图通过实际问题引入基本概念和建立基本定理，以激发学生的学习兴趣，增强学生对概率论与数理统计基本思想、基本方法的理解. 语言叙述上，尽量用通俗的说法去阐述深奥的概念与定理.

全书分为三大部分：第一部分为概率论基础，包括随机事件及其概率、一维随机变量与概率分布、多维随机变量与概率分布、随机变量的数字特征和大数定律与中心极限定理等五章内容；第二部分为数理统计内容，着重介绍了统计的基本概念、估计和检验的基本思想和方法，单因素方差分析和一元线性回归分析等内容，共四章；第三部分为数学实验，鉴于当前的计算机技术已相当普及，也为培养读者解决实际工作中的计算问题以及利用计算机解决数学问题的能力，我们引入了数学软件 MATLAB 的数学实验，该软件的基本操作并不复杂，只需通过简单的学习即可上机操作，该内容仅作为介绍，共一章.

本书在前九章的每章最后一节以适当的难度选编了一些综合例题和一些实际应用题，其目的是让读者了解目前概率统计课程的发展.

本书基本上只用到微积分的知识，凡具备这门高等数学知识的读者都可以使用本书作为学习概率论与数理统计课程的教材. 本书基本内容（前九章）可在

60 学时左右授完，最后一章数学实验需用大约 6 学时即可.

本书参编人员有温永仙和季恭仁老师，其中第一、二、三、五、六、七章由温永仙老师编写，第四、八、九、十章由季恭仁老师编写，最后由温永仙老师统稿.

在编写本书的过程中，得到了宁正元教授的热情鼓励和大力支持，同时，阙树福、张朝阳、王秀丽、陈绩馨、姜永、李德新、林姝珠、林运国老师为本书编写付梓提供了许多宝贵意见和建议，在此谨表诚挚的谢意.

由于编者的水平所限，虽经多次修改，书中还存在许多错误和不足，恳请读者批评指正.

编者

2007 年 2 月

目 录

第一章

随机事件及概率

在自然界及人类的社会生活中，事物都是相互联系和不断发展的．在彼此联系和发展过程中，根据它们是否存在必然的因果联系，可以分为两类不同的现象：**确定性现象**和**不确定性现象**．确定性现象是指在一定条件下，必定会导致某种确定的结果，也可定义为在相同的条件下，每次试验得到的结果是完全相同的现象．比如，在标准大气压下，水加热到 100℃ 必会沸腾；同种电荷互相排斥，异种电荷互相吸引；在十进制下，有 $1+1=2$ 成立，这种联系是必然的．通常我们所学的《高等数学》、《线性代数》等数学课程都是专门研究这种确定性现象．不确定性现象是在一定条件下，它的结果是不确定的．不确定性现象又大致可分为：随机现象，模糊，灰色，粗糙．其中**随机现象**是指在一定的条件下，就一次试验而言，某种结果可能发生，也可能不发生．随机现象在现实生活中是大量存在的．例如：在相同条件下抛同一枚硬币，其结果可能国徽一面朝上，也可能数字一面朝上，在每次抛掷之前无法肯定抛掷的结果是什么；用同一支手枪射击同一目标，各次射击的弹着点不尽相同，在射击之前无法预测弹着点的确切位置；检验产品质量，任意抽取的某一产品有可能是正品，也可能是次品；桥牌选手在拿到牌之前并不知道他将拿到一手怎样的牌等等都是随机现象．随机现象的不确定性主要体现在相同的条件下，多次进行同一试验，所得结果是不完全一样，而且无法准确地预测下一次所得结果．从表面上看，随机现象似乎是杂乱无章的、没有什么规律．但是，如果同类的试验大量重复多次，其随机现象的出现就呈现出一定的规律性．随机现象所呈现的这种规律性，随着我们观察次数的增多而愈加明显．譬如掷一枚均匀硬币，每一次投掷很难判断是那一面朝上，但是如果多次重复地掷这枚硬币，就会越来越清楚的发现它们两面朝上的次数大体相同．这种在大量重复试验中所呈现的随机现象固有规律性，叫做**随机现象的统计规律性**．概率论是研究和揭示随机现象统计规律的一门数学学科．数理统计则以概率论为基础，研究如何依据大量次数的随机试验中所得到的数据，推断事物本质特征的各种方法．概率统计的理论与方法在应用上十分广泛，它几乎遍及所有科学技术领域、国民经济和工农业生产的各个部门之中．

§1.1 随机事件及运算

一、随机试验

为了对随机现象进行研究,我们通常要进行大量的观察、试验.如果一个试验满足以下三个特点,则称之为**随机试验**:

(1) 可重复性:可以在相同条件下重复进行;

(2) 多样性和明确性:试验结果不止一个,且可以预知所有可能结果;

(3) 不确定性:试验前不能确定将会出现何种结果.

以后简称随机试验为**试验**,采用字母 E 来表示.下面举出几个随机试验的实例.

例 1 试验 E_1:掷一枚硬币,观察落在桌面上究竟是正面朝上还是反面朝上(不妨约定国徽为正面);

例 2 试验 E_2:记录某电话传呼台在单位时间内收到的呼叫数;

例 3 试验 E_3:在一批灯泡中任意抽取一只,测试它使用寿命;

例 4 试验 E_4:掷两枚不同的硬币,记录它们正反面朝上的情况;

例 5 试验 E_5:将一米长的绳子任意截成三段,记录各段的长度.

二、样本空间及随机事件

随机试验的一个特点是试验结果不止一个,且可以预知所有可能结果.我们把随机试验中每一种可能出现的、最简单的、不能再分的结果称为随机试验的**样本点**,用 ω 表示;而由全体样本点构成的集合称为**样本空间**,记为 Ω.

用集合表示法,例 1 的样本空间可写成 $\Omega_1 = \{H,T\}$,"H" 代表的是正面朝上,"T" 代表的是反面朝上,则 $\omega = H$ 代表的是硬币正面朝上,$\omega = T$ 代表的是硬币反面朝上;在例 2 中 $\Omega_2 = \{0,1,2,\cdots\}$,这里 $0,1,2,\cdots$ 分别代表电话传呼台在单位时间内收到的呼叫数是 0 次,1 次,2 次等等;在例 3 中设这批灯泡最长使用寿命为 T,则 $\Omega_3 = \{x \mid 0 \leqslant x \leqslant T\}$,这里的 x 指灯泡使用寿命;在例 4 中 $\Omega_4 = \{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$,$\omega = (H,T)$ 代表的是第一枚硬币正面朝上且第二枚硬币反面朝上的样本点,其余类似说明;在例 5 中 $\Omega_5 = \{(x_1,x_2,x_3) \mid x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0$ 且 $x_1 + x_2 + x_3 = 1\}$,如 $\omega = (0.1,0.7,0.2)$ 代表的是三段长度分别为 0.1,0.7,0.2 的样本点.

样本空间根据样本点的个数不同,可以分为有限集或无限集,如 Ω_1 是有限集和 Ω_2 是无限集;也可以分为某个区域或离散点集,如 Ω_3 是某个区域和 Ω_4 是离散点集;还可以分为一维点集或多维点集,如 Ω_3 是一维点集和 Ω_5 是多维点集.样本空间的这样划分,对后面学习随机变量知识是有利的.

在实际问题中，我们常常关心的不是某一个试验结果，而更注重的是满足某些条件的样本点所组成的样本空间子集. 比如玩骰子游戏，规定大点是 4、5、6 点，小点是 1、2、3 点，那么对于玩家来讲更关心的是什么时候出现大点或小点，而不是某个具体的点数. 我们把这些满足某些条件的样本点所构成的集合称为**随机事件**，简称**事件**，用英文大写字母 $A,B,C,\cdots$ 来表示. 如果在一次试验当中，出现的结果 $\omega \in A$，则称随机事件 A **发生**，否则称它**不发生**. 显然，在一次试验当中，某个事件有可能发生也有可能不发生，这是随机事件与普通意义下的事件最大的区别.

通过引入集合概念，我们把随机事件当作是样本空间的子集. 凡是样本空间的子集都称之为随机事件. 样本空间 Ω 也是它本身的子集，称之为**必然事件**，记为 Ω. 在一次试验当中，不管出现什么结果，它必属于样本空间 Ω，所以必然事件必定会发生. 空集是任何集合的子集，它不包含样本空间的任何样本点，它必然不会发生，称之为**不可能事件**，记为 $\varnothing$. 必然事件和不可能事件事实上都是确定性的，但在这里我们把它当作是随机事件的特殊情况. 另外，称只有一个样本点所组成的集合为**基本事件**，记号为 $\{\omega\}$，相应由若干个基本事件组合而成的事件称为**复合事件**.

例 6　抛掷一枚骰子，观察其点数的情况. 设 A 表示出现偶数点的事件，即 $A=\{$出现的点数是 $2,4,6\}$ 为一个随机事件；设 $B=\{$出现的点数是 $6\}$，它为一个基本事件；设 $C=\{$出现的点数不超过 $6\}$，任何一次试验其结果都不超过 6，所以 C 为一个必然事件，即 $C=\Omega$；设 $D=\{$出现的点数是 $8\}$，显然它是不存在的，为一个不可能事件，即 $D=\varnothing$.

三、事件的关系与运算

在集合论中，集合之间有一定的关系和运算. 随机事件是一个集合，所以讨论事件之间的关系及其运算是有必要的.

1. 事件的包含和相等关系

定义 1　设试验 E 中有两个事件 A 与 B，事件 A 中每个样本点都属于事件 B，则称事件 B **包含**事件 A 或事件 A **包含于**事件 B，记为 $A \subset B$（或 $B \supset A$）. 其含义是若 A 发生必然导致 B 发生. 若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$，则称事件 A 与事件 B **相等**，记号为 $A=B$. 事件的包含和相等关系可用文氏图表示，见图 1-1.

例 7　掷一枚骰子试验，$A=\{$出现的点数是 $5\}$，$B=\{$出现的点数是奇数$\}$，$C=\{$出现的点数是 $1,3,5\}$，则 A 发生必然导致 B 发生，$A \subset B$，另外 $B=C$.

性质 1　(1) 若 $A \subset B$，则可以等价地说 B 不发生必然导致 A 不发生；

(2) 对于任一个事件 A，有 $\varnothing \subset A \subset \Omega$；

(3) 传递性：$A \subset B$，$B \subset C$，则 $A \subset C$.

2. 和事件

定义 2 设试验 E 中有两个事件 A 与 B,称由 A 与 B 中一切样本点共同组成的集合为 A 与 B 的**和事件**.其含义是事件 A 与 B 至少有一个发生,记为 $A\cup B$ 或 $A+B$.加以推广,n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$ 或 $\sum\limits_{i=1}^{n}A_i$,它表示 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生;可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$ 的和事件记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i$ 或 $\sum\limits_{i=1}^{\infty}A_i$,它表示的是可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$ 中至少有一个事件发生.用文氏图表示和事件,见图 1-1.

例 8 测试灯泡寿命的试验中,令 $A=\{t\mid 0\leqslant t\leqslant 500\}$(灯泡寿命不超过 500 小时),$B=\{t\mid 0\leqslant t\leqslant 1000\}$(灯泡寿命不超过 1000 小时),则 $A\cup B=B=\{t\mid 0\leqslant t\leqslant 1000\}$(灯泡寿命不超过 1000 小时).

3. 积事件

定义 3 设试验 E 中有两个事件 A 与 B,称既属于 A 又属于 B 的样本点所构成的集合为 A 与 B 的**积事件**.其含义是事件 A 与事件 B 同时发生,记为 $A\cap B$ 或 AB.加以推广,n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积事件记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$,它表示 n 事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 全都发生;可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$ 的积事件记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i$,它表示的是可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$ 全都发生.用文氏图表示积事件,见图 1-1.

例 9 在抛掷骰子的试验中,记事件 $A=\{$出现的点数是 2,4,6$\}$,事件 $B=\{$出现的点数是 3,4,5$\}$,则 $AB=\{$出现的点数是 4$\}$,即只有抛掷骰子出现 4 点时,A 与 B 同时发生.

4. 互斥事件(互不相容事件)

定义 4 设试验 E 中有两个事件 A 与 B,若 A 与 B 没有公共的样本点,则 A 与 B 为**互斥事件**或**互不容事件**.其含义是事件 A 与事件 B 不能同时发生,即 $AB=\varnothing$.加以推广,若 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i=\varnothing$,则称事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ **总起来是互不相容**;若 $A_iA_j\neq\varnothing(i\neq j;i,j=1,2,3,\cdots,n)$,则称事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ **两两互不相容**.两两互不相容则一定总起来是互不相容的,反之不真.用文氏图表示互斥事件,见图 1-1.

例 10 设试验 E,样本空间为 Ω,基本事件$\{\omega_i\}$与基本事件$\{\omega_j\}(i\neq j)$是互不相容的事件.

5. 互逆事件(对立事件)

定义 5 设试验 E 中有两个事件 A 与 B,若 $AB=\varnothing$ 且 $A\cup B=\Omega$,则称 A 与 B 为**互逆事件**,或称**对立事件**.其含义是事件 A 与事件 B 不能同时发生且事