

高中数学解题分析大全

杨玉蓉 鲍难先 主编

轻轻的呼唤

梦中的你

挥挥手

少年不再

几多彷徨

几多感慨

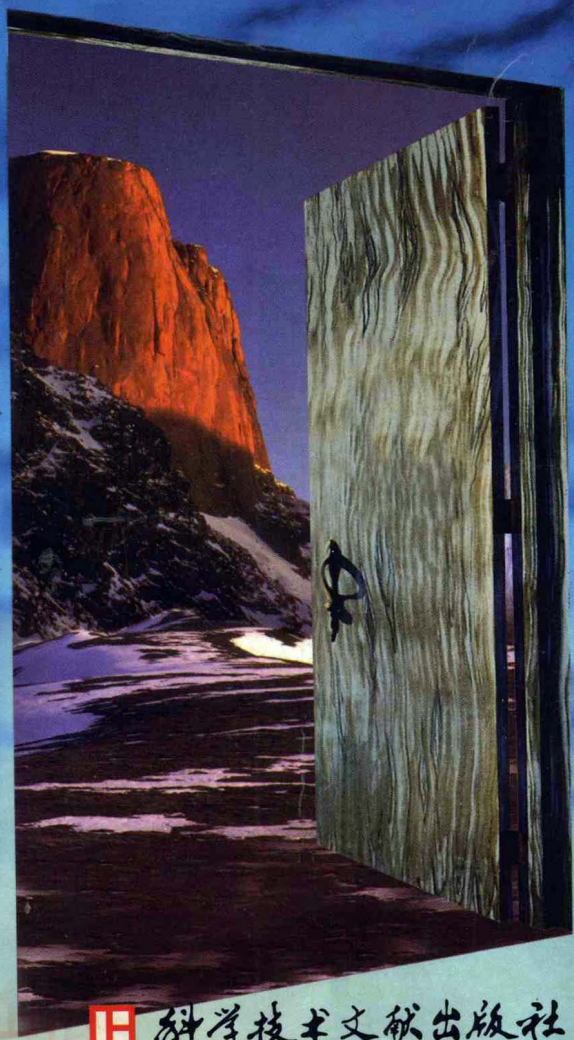
未来才是真

人生的路口

谁言只有孤独的你

我们约请了专家

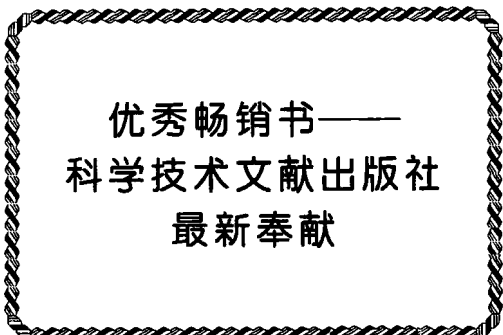
与你同行



科学技术文献出版社

高中数学解题分析大全

杨玉蓉 主编
鲍难先



优秀畅销书——
科学技术文献出版社
最新奉献

科学技术文献出版社

Scientific and Technical Documents Publishing House

北 京

图书在版编目(CIP)数据

高中数学解题分析大全/杨玉蓉等主编. -北京:科学技术文献出版社,1999.8(重印)

ISBN 7-5023-3174-3

I. 高… II. 杨… III. 数学课-高中-解题 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(99)第 25682 号

出 版 者:科学技术文献出版社

图 书 发 行 部:北京市复兴路 15 号(公主坟)中国科学技术信息研究所大楼 B 段/100038

图 书 编 务 部:北京市西苑南一院 8 号楼(颐和园西苑公汽站)/100091

邮 购 部 电 话:(010)68515544-2953

图书编务部电话:(010)62878310, (010)62877791, (010)62877789

图书发行部电话:(010)68515544-2945, (010)68514035, (010)68514009

门 市 部 电 话:(010)68515544-2172

图书发行部传真:(010)68514035

图书编务部传真:(010)62878317

E-mail:stdph@istic.ac.cn; stdph@public.sti.ac.cn

策 划 编 辑:庞美珍

责 任 编 辑:梅 枝 卫 东

责 任 校 对:赵文珍

责 任 出 版:周永京

发 行 者:科学技术文献出版社发行 新华书店总店北京发行所经销

印 刷 者:三河市富华印刷厂

版 (印) 次:1999 年 8 月第 1 版第 3 次印刷

开 本:850×1168 32 开

字 数:686 千

印 张:25.5

印 数:10001—20000 册

定 价:32.00 元

© 版权所有 违法必究

购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。

高中解题分析大全

编 委 会

主 任:杨玉蓉

副主任:鲍难先

委 员:刘千捷 宛金来 张文艳
黄文林 娄树华

出版者的话

针对高中学生在学习过程中和解题实践中遇到的各种困难和问题,以及目前高中学生普遍缺乏分析和解决问题的科学指导现状,我社邀请了长期担任高中教学工作的北京市八中、人大附中等北京市重点中学的特、高级教师,归纳总结了几十年的教学经验和体会,他们十分熟悉知识环节,具有丰富的教学和指导学生学习的经验,由此编写了《高中数学解题分析大全》、《高中语文解题分析大全》、《高中英语解题分析大全》、《高中物理解题分析大全》、《高中化学解题分析大全》、《高中历史解题分析大全》。

本套书的特点是:

1. 严格遵循“新的教学大纲”规定的教学目的、要求、内容和“高考说明”指出的考试形式,能面对学生学习及教师教学的实际情况。

2. 本书不是习题的堆积,而是根据各学科特点,分章、节以知识结构为主线,以解题思路、解题方法、技能、技巧的运用为宗旨,在落实双基的同时,注重能力的培养。

3. 对每章(节)所涉及的知识点、概念、方法进行了梳理归纳和总结;每册书给出各种题型的命题,既有多年来优秀习题、高考题,也有作者自拟的新颖选题,注重了双基的掌握和运用,覆盖了高中教材中所有知识点,特别强调了知识的渗透、综合运用及拓展。

4. 书中涉及到的每道题都给出了答案及思路上的分析,突出能力上的培养,提高应试能力。

如果你在学习、解题中遇到困难,从《解题分析大全》中就会找到相应的题型,给你思维上的启迪和方法上的指导,将是广大同学学习道路上的良师益友。

前言

数学是一门基础科学,高中数学也是中学各学科中的“重头课”,在代数(包括三角函数)、立体几何、解析几何三大块内容中,约含有 130 个知识点.

学好高中数学,力求做好以下三点:

(一)准确地掌握、深刻地理解各部分的知识点.

(二)学习中要不断地提高“四大能力”,即:

1. 运算能力
2. 逻辑思维能力
3. 空间想象能力
4. 分析问题和解决问题的能力

(三)在解决数学问题时,注重加强“四大数学方法”的运用,即:

1. 函数与方程的思想:函数思想贯穿在高中数学的各个方面,它像一条红绳串起了高中数学的所有内容.

2. 数形结合的思想:有些代数问题、方程问题,通过图形进行研究,数形有机的结合,能化难为易、化繁为简,一目了然,快捷方便.

3. 归纳与转化的思想:一些事物、数学公式、科学发明往往是经过了发现→归纳→证实→应用的过程.因此,发现事物,通过观察、实验将零乱的单体事物归纳成有一定规律的结论,这种由个体到抽象,由特殊到一般的归纳思想是非常重要的思维过程.另外,事物间一般地都有千丝万缕的联系,数学概念、数学公式、数学命题及一些数学结论也同样是千勾万连的,在解数学题中,我们用到的“高次的低次化”、“无理式子有理化”、“分式式子整式化”、“复数问题实数化”……,都在应用转化的思想,从另外的一个角度来考

虑问题,可以说它是解题的一把金钥匙.

4. 分类讨论的思想:有些事物整体中包含着几部分情况,我们研究它时,就要采取分类讨论. 比如含字母的一些表达式,排列组合……,分类讨论的思想也蕴育在高中数学的各部分.

学好高中数学要落实在解题能力上,如何解答好一道数学题,这是最实际的,也是同学们最关心的问题,解答好一道数学题,要由两大方面因素组成,即知识概念+数学方法.

如果只重视数学知识概念的理解和掌握,缺乏数学思想和数学方法的培养和训练(死读书,读死书),就会造成解题思路上的混乱,往往面对综合性、灵活性的数学题时就无从下手.

如果对知识概念本身掌握的不确切(要点小聪明),虽然有好的解题思路,但在具体解题中,就会发生计算、推理步骤上的错误,造成前功尽弃的遗憾.

因此,学好数学这门科学知识,必须准确无误、深层次地掌握好各章节的数学概念、公式等知识点. 数学思想、数学方法是解题思维的指挥棒,因此数学思想、方法的培养必须贯穿在数学学习的始终,并要给予极大的重视,平时做题中就要多思多想多研究以达到触类旁通,以一代百的作用.

本书共分十四章,概括了高中数学的所有内容,每章节都对有关的知识点给予了疏理、归纳和总结,全书共提供精典例题 1403 题(代数 666 题,几何 737 题),每道例题都给出了思维分析,解题方法上的指导,深望本书能给读者带来解题思维上的飞跃. 本书可供高一、高二学生同步学习及高三学生总复习参考之用.

参加本书编校工作的还有:陈召林,张天国,徐卫中,李东,李赫佳,高鹏,董得刚,陈燕宗,蒋小平,耿德源,涂红梅,周岚,李宗士,李弘,何英,周鹤中,李玉红,梁锡沛,詹丽雯,樊培根等同志,特示谢意.

编者

1998. 9

目 录

第一章 集合与函数	(1)
第一节 集合.....	(1)
第二节 函数性质.....	(17)
第三节 反函数.....	(41)
第四节 函数的定义域、值域及对应关系	(48)
第五节 二次函数.....	(71)
第六节 幂函数、指数函数和对数函数	(87)
第七节 函数值比大小.....	(97)
第八节 函数图象.....	(110)
第九节 指数方程与对数方程.....	(118)
第二章 三角函数图象和性质	(125)
第一节 任意角的三角函数.....	(125)
第二节 三角函数图象和性质.....	(136)
第三章 两角和与差的三角函数	(144)
第四章 反三角函数及三角方程	(160)
第一节 反三角函数.....	(160)
第二节 简单的三角方程.....	(168)
第五章 不等式	(174)
第一节 不等式的性质.....	(174)
第二节 一元一次、一元二次不等式的解法	(181)
第三节 高次不等式与分式不等式的解法.....	(189)
第四节 无理不等式的解法.....	(198)
第五节 指数不等式与对数不等式的解法.....	(205)
第六节 含绝对值符号不等式.....	(217)
第七节 不等式的证明.....	(225)

第八节 不等式的应用·····	(235)
第六章 数列、极限和数学归纳法 ·····	(247)
第一节 数列·····	(247)
第二节 数列求和·····	(266)
第三节 数列极限·····	(280)
第四节 数学归纳法·····	(290)
第七章 复数 ·····	(304)
第一节 复数的概念·····	(304)
第二节 复数的三角式·····	(312)
第三节 复数的运算·····	(322)
第四节 复数与方程·····	(339)
第五节 复数与几何·····	(349)
第八章 排列、组合、二项式定理 ·····	(361)
第一节 排列、组合 ·····	(361)
第二节 二项式定理·····	(374)
第九章 直线和平面 ·····	(384)
第一节 空间直线、平面的位置关系 ·····	(384)
第二节 关于空间角的计算问题·····	(405)
第三节 关于距离的计算问题·····	(439)
第十章 多面体和旋转体 ·····	(468)
第一节 棱柱、棱锥、棱台·····	(468)
第二节 圆柱、圆锥、圆台·····	(494)
第三节 球·····	(515)
第十一章 直线 ·····	(535)
第一节 定比分点公式及应用·····	(535)
第二节 用解析法证明几何问题·····	(545)
第三节 两条直线的位置关系·····	(555)
第四节 对称变换及应用·····	(574)
第五节 直线系及直线束过定点问题·····	(579)

第十二章 圆锥曲线	(585)
第一节 曲线与方程.....	(585)
第二节 圆.....	(596)
第三节 椭圆.....	(617)
第四节 双曲线.....	(646)
第五节 抛物线.....	(675)
第六节 坐标平移.....	(701)
第七节 圆锥曲线系.....	(711)
第十三章 参数方程、极坐标	(730)
第一节 参数方程.....	(730)
第二节 极坐标.....	(765)
第十四章 应用问题	(783)

第一章 集合与函数

第一节 集合

【知识要点】

集合是一个不定义的原始概念,具有某种属性(或性质)的事物的全体就形成一个集合.

集合是一种简练、精确的数学语言,利用它能准确地表达我们所研究对象的范围、性质及相互间的关系,利用集合的运算关系,能解决逻辑关系较复杂的问题,近 10 年来的高考题目中都从不同的角度涉及到了集合问题,因此掌握好集合的概念并能灵活地运用是非常必要的.

一、集合中元素具有的属性

1. 确定性. 给定一个集合,则任何一个元素都可以确定它是否属于此集合.

如果元素 a 是集合 A 中的元素,记为 $a \in A$,否则记为 $a \notin A$.

2. 互异性. 给定集合中的元素都应当是不相同的元素,因此表示集合时,相同元素只写一个.

3. 无序性. 给定集合中的元素无顺序间关系.

如: $\{a, b, c\}$ 与 $\{c, a, b\}$ 为相等集合.

二、集合间的包含与运算关系

子集、真子集、等集,它们反映了集合间的包含关系,特别要注意的是:空集 $\emptyset$ 是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$.

交集、并集、补集,它们反映了集合间的运算关系,主要运算关系有:

$$1. A \cap \emptyset = \emptyset; A \cap A = A; A \cap B = B \cap A;$$

$A \cap B \subseteq A; A \cap B \subseteq B; A \subseteq B, B \subseteq C$ 则 $A \subseteq C$.

2. $A \cup \emptyset = A; A \cup A = A; A \cup B = B \cup A;$

$A \cup B \supseteq A; A \cup B \supseteq B; A \cap B \subseteq A \cup B.$

3. $(A \cap B) \cup A = A \cap (B \cup A);$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$

4. $A \cap \bar{A} = \emptyset; A \cup \bar{A} = I$ (全集); $\bar{\bar{A}} = A;$

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}; \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B};$

若 $A \subseteq B$, 则 $\bar{A} \supseteq \bar{B}$.

【例题解析】

[题 1] 集合 $M = \{x | x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}, N = \{x | x = \frac{k}{4}\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则()

(A) $M = N$ (B) $M \supset N$ (C) $M \subset N$ (D) $M \cap N = \emptyset$

[答案] (C)

[解析] 本题考查了两个无穷集合间的关系, 集合中又给出了元素, 因此可采用“终边法”或“赋值法”解之.

解法一: “终边法”

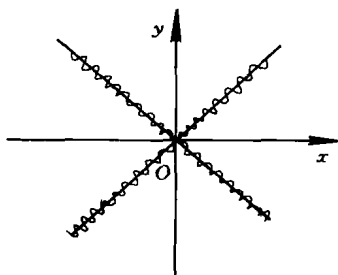


图 1-1

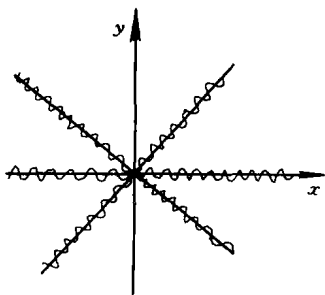


图 1-2

当 $k \in \mathbb{Z}$ 时, 集合 M 中元素都在第一、三或在第二、四象限角

平分线上, (图 1-1), 而集合 N 中的元素除了上述情况外, 还在 x 轴上, (图 1-2), $\therefore M \subset N$, 选(C).

解法二: “赋值法”

令 $k = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, 得

$$M = \{\dots, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi, \dots\},$$

$$N = \{\dots, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \dots\}, \text{可见 } M \subset N.$$

[题 2] 设 M, N 是两个非空集合, 且 $M \not\subset N, N \subset M$, 令 $M \cap N = P$, 则 $M \cup P$ 等于()

(A) P (B) M (C) N (D) $\emptyset$

[答案] (B)

[解析] 若集合中没给出具体元素, 一般地可采用文氏图来研究集合间的关系.

$$\left. \begin{array}{l} M \not\subset N \\ N \subset M \end{array} \right\} \Rightarrow N \subset M \text{ (图 1-3)}$$

由图又得 $M \cap N = N = P$

$$\therefore M \cup P = M \cup N = M,$$

$\therefore$ 选(B).

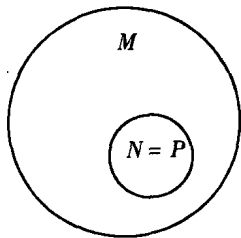


图 1-3

[题 3] 集合 $A = \{x | x = 2m + 1, m \in \mathbb{Z}\}$, 集合 $B = \{y | y = 4n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$, 则集合 A, B 关系为()

(A) $A \supset B$ (B) $A \subseteq B$

(C) $A = B$ (D) $A \supseteq B$

[答案] (A)

[解析] 集合 A 中的 x 是 2 的倍数加 1, 集合 B 中的 y 是 4 的倍数加 1, 显然有 $A \supset B$.

$\therefore$ 选(A)

[题 4] 若 $\{a, b\} \subseteq M \subseteq \{a, b, c, d, e\}$, 则这样集合 M 的个数为 _____ 个.

[答案] 8

[解析] 符合条件的集合 M 一定含有元素 a, b , 而 $M \subseteq \{a, b, c, d, e\}$, 即 M 是 $\{a, b, c, d, e\}$ 的子集, 即从 c, d, e 中任取 1 个, 2 个, 3 个的组合数.

$\therefore$ 符合条件的集合 M 为: $\{a, b\}; \{a, b, c\}; \{a, b, d\}; \{a, b, e\}; \{a, b, c, d\}; \{a, b, c, e\}; \{a, b, d, e\}; \{a, b, c, d, e\}$; 共 8 个.

即集合 M 个数为: $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3 = 2^3 = 8$.

注意: 若已知条件为: $\{a, b\} \subset M \subset \{a, b, c, d, e\}$, 这样集合 M 个数应为 6 个, 去掉 $\{a, b\}, \{a, b, c, d, e\}$.

[题 5] 集合 $M = \{p^2, -3, 1+p\}, N = \{p^2+1, p-3, 2p-1\}$, $M \cap N = \{-3\}$. 求 $M \cup N$ ($p \in R$)

[答案] $\{-3, -4, 0, 1, 2\}$

[解析] 关键是由已知条件求出 p 值.

因为由 $M \cap N = \{-3\}$, 则 -3 必是 N 集合中元素,

$\therefore p^2+1$ 不可能为 -3 , 只有 $p-3 = -3$ 或 $2p-1 = -3$,

可得 $p=0$ 或 $p=-1$,

(1) 当 $p=0$ 时, $M = \{0, -3, 1\}, N = \{1, -3, -1\}$

此时 $M \cap N = \{-3, 1\}$ 与 $M \cap N = \{-3\}$ 矛盾, 则 $p \neq 0$,

(2) 当 $p=-1$ 时, $M = \{1, -3, 0\}, N = \{2, -4, -3\}$, 此时 M

$\cap N = \{-3\}$, $\therefore$ 取 $p=-1$,

则 $M \cup N = \{0, 1, 2, -3, -4\}$.

[题 6] 全集 $I = R$, 集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 8 < 0\}$, 集合 $B = \{x | x > a\}$, 集合 $C = \{x | x > -2\}$, 则:

(1) $A \subset B$, 有 $a \in$ _____, (2) $A \cap B \neq \emptyset$, 有 $a \in$ _____.

(3) $A \cup B = C$, 有 $a \in$ _____, (4) $\bar{A} \cup \bar{B} = I$, 有 $a \in$ _____.

[答案] (1) $a \in (-\infty, -2]$; (2) $a \in (-\infty, 4)$

(3) $a \in (-2, 4)$; (4) $a \in [4, +\infty)$

[解析] 由已知, 集合 $A = \{x | -2 < x < 4\}$, 又 $B = \{x | x > a\}$, 利用区间图示结合(1)、(2)、(3)、(4)条件可得 a 取值范围.

由已知, $A = \{x | -2 < x < 4\}$

结合图 1-4

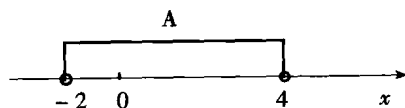


图 1-4

(1) 由 $B = \{x | x > a\}$

又 $A \subset B$,

有 $a \leq -2$, $\therefore (1)$ 解为 $a \in (-\infty, -2]$.

(2) 使 $A \cap B \neq \emptyset$, 可得 $a < 4$.

$\therefore a \in (-\infty, 4)$.

(3) $\because C = \{x | x > -2\}$, 使 $A \cup B = C = \{x | x > -2\}$,

$\therefore A \cap B \neq \emptyset$ 才行,

$\therefore a \in (-2, 4)$.

(4) $\because \overline{A \cup B} = \overline{A \cap B}$, 使 $\overline{A \cap B} = I$,

则 $A \cap B = \emptyset$,

只须 $a \geq 4$,

$\therefore$ 解为 $a \in [4, +\infty)$.

[题 7] 设全集 $I = \{(x, y) | x, y \in R\}$, 集合 $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}$, $N = \{(x, y) | y \neq x+1\}$, 那么 $\overline{M \cup N}$ 等于 ()

(1990 年全国高考试题)

(A) $\emptyset$ (B) $\{(2, 3)\}$ (C) $(2, 3)$ (D) $\{(x, y) | y = x+1\}$

[答案] (B)

[解析] 集合 M 表示除了点 $(2, 3)$ 而满足 $y = x+1$ 的点集, 集合 N 表示除了坐标满足 $y = x+1$ 以外的所有点.

又 $\overline{M \cup N} = \overline{M} \cap \overline{N}$, 且 $\overline{M} = \{(x, y) | (2, 3)\}$, $\overline{N} = \{(x, y) | y = x+1\}$, 而点 $(2, 3)$ 在直线 $y = x+1$ 上,

$\therefore \overline{M} \cap \overline{N} = \{(2, 3)\}$, $\therefore$ 选(B).

[题8] 集合 $A = \{y | y = x^2 - 2x + 3\}$, $B = \{y | y = 2x^2 - 3x + 1\}$, 则 $A \cap B$ 为()

- (A) $\{(-1, 6), (2, 3)\}$ (B) $\{y | y \geq 2\}$
(C) $\{y | -\frac{1}{8} \leq y \leq 2\}$ (D) $\{y | y \geq -\frac{1}{8}\}$

[答案] (B)

[解析] $A \cap B$ 是指它们值域的交集.

由 $y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$ $\therefore$ 集合 A 值域 $y \geq 2$.

由 $y = 2x^2 - 3x + 1 = 2(x - \frac{3}{4})^2 - \frac{1}{8}$,

$\therefore$ 集合 B 值域 $y \geq -\frac{1}{8}$.

由 $\begin{cases} y \geq 2 \\ y \geq -\frac{1}{8} \end{cases}$ 得 $y \geq 2$, $\therefore$ 选(B).

[题9] 设 $f(x), g(x)$ 是 R 上的函数, 全集 $I = R$, 若 $M = \{x | f(x) > 0\}$, $N = \{x | g(x) \leq 0\}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ 的解集是().

- (A) $M \cap N$ (B) $M \cup \overline{N}$ (C) $\overline{M} \cap \overline{N}$ (D) $\overline{M} \cup \overline{N}$

[答案] (D)

[解析] $\because \overline{M} = \{x | f(x) \leq 0\}, \overline{N} = \{x | g(x) > 0\}$

$\therefore \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ 用集合表示为 $\overline{M} \cap \overline{N} = \overline{M \cup N}$, $\therefore$ 选(D).

[题10] $A = \{x | -2 \leq x \leq a\}$, $B = \{y | y = 2x + 3, x \in A\}$, $C = \{y | y = x^2, x \in A\}$, 当 $C \subseteq B$ 时, a 取值范围是_____.

[答案] $a \in [\frac{1}{2}, 3]$

[解析] $\because$ 集合 B, C 中的 $x \in A$, 即定义域 $x \in [-2, a]$, 在 B 中: $y = 2x + 3$ 为单调增函数, $\therefore B = \{y | -1 \leq y \leq 2a + 3\}$. 在 C 中: $y = x^2 (-2 \leq x \leq a)$, 对 a 要分情况考虑.

①当 $a \in [-2, 2]$ 时, $y = x^2$ 中 $y \in [0, 4]$ 即 $C = \{y | 0 \leq y \leq 4\}$.

②当 $a \in [2, a^2]$ 时, 则 $y \in [4, a^2]$, 即 $C = \{y | 4 \leq y \leq a^2\}$.

由题意 $B \supseteq C$, 有 $\begin{cases} -2 \leq a \leq 2 \\ 2a+3 \geq 4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a \geq 2 \\ 2a+3 \geq a^2 \end{cases}$

解得 $\frac{1}{2} \leq a \leq 2$ 或 $2 \leq a \leq 3$, 得 $\frac{1}{2} \leq a \leq 3$.

[题 11] $A = \{x | x^2 - px - 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + qx + r = 0\}$, 已知:
 $A \cup B = \{-2, 1, 5\}$, $A \cap B = \{-2\}$, 则 $p = \underline{\hspace{1cm}}$, $q = \underline{\hspace{1cm}}$, $r = \underline{\hspace{1cm}}$.

[答案] $p = -1, q = -3, r = -10$

[解析] 由 $A \cap B = \{-2\}$, 则 -2 是 A 集合中元素同时也是 B 集合中元素.

由 $4 + 2p - 2 = 0$ 得 $p = -1$, 则 $A = \{x | x^2 + x - 2 = 0\}$

即 $A = \{x | x = -2 \text{ 或 } x = 1\}$,

又 $A \cup B = \{-2, 1, 5\}$, $\therefore -2, 5$ 都是 B 集合中元素.

由韦达定理 $\begin{cases} -q = -2 + 5 & \therefore q = -3 \\ r = (-2) \cdot 5 & \therefore r = -10. \end{cases}$

[题 12] 设集合 $A = \{x | |x^2 - 3x| \leq x\}$,

$B = \left\{x \mid \left| \frac{x}{2-x} \right| \leq \frac{x}{2-x} \right\}$, $C = \{x | mx^2 + x + n < 0\}$, 要求

① $(A \cup B) \cap C = \emptyset$ ② $A \cup B \cup C = R$ 同时成立,

求实数 m, n 的值.

[答案] $m = -\frac{1}{4}, n = 0$

[解析] 由 $|x^2 - 3x| \leq x$, 得 $A = \{x | 2 \leq x \leq 4 \text{ 或 } x = 0\}$.

由 $\left| \frac{x}{2-x} \right| \leq \frac{x}{2-x}$, 得 $B = \{x | 0 \leq x < 2\}$

$\therefore A \cup B = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$,

由条件①, $C \subseteq \overline{A \cup B}$

由条件②, $C = \overline{A \cup B}$, 得 $C \in (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$

$\therefore 0, 4$ 是 $mx^2 + x + n = 0$ 的两个根.

由 $mx^2 + x + n < 0$ 及韦达定理,