

南京创新专修学校教材编写组 编

创新 数学

凤凰出版传媒集团
江苏文艺出版社
JIANGSU LITERATURE AND ART
PUBLISHING HOUSE

6 年级

编者的话

中国印,五环旗;水立方,紫禁城。北京奥运圣火点燃了华夏儿女一百年的奥运梦想,光耀了五千年悠久灿烂的华夏文明。现代奥林匹克不仅是竞技体育的舞台,更是人类不断超越自己,向着“更快、更高、更强”的目标冲击的精神力量。在南京创新专修学校成立十周年之际,我们特别为同学们奉献了这套向着数学更高目标进军的《创新数学》,它凝聚了创新专修学校全体数学老师十年的探索、十年的教学结晶。

在很多同学的头脑里,数学被强加了一些不公正的偏见。有些同学会不自觉地排斥数学,甚至远离数学,这是非常遗憾的事情,就像运动员莫名其妙地离开原本属于他的赛场。

其实,数学是亲切的。无论是早期数学还是现代数学都和现实生活紧密地联系在一起。最早的数学就产生于我们祖先的日常生活中,在结绳数物、丈量土地、治理河水泛滥等过程中,数学慢慢产生和发展起来了。

数学是不可缺少的。小到每天的衣食住行,大到金融、军事、航天、生命科学等领域,无不以数学作为研究问题的主要手段和工具。

数学是讲理的。为什么加减法计算需要数位对齐?因为只有相同数位上的数才能直接相加减。为什么规定除数不能为0?因为如果除数是0,比如 $3 \div 0$ 结果是多少呢?没有哪一个数和0相乘得3呀。

数学是美的。古代哲学家、数学家普洛克拉斯断言:“哪里有数,哪里就有美。”数学拥有简单、对称、和谐和奇异的美。1棵树、1朵花、1群鸭子、1个班级的学生,都可以用简洁的数字“1”来表示,这是数学抽象的美;轴对称的物体和图形,是和谐均衡的美;1,2,3,5,8,这一串简单的数列竟和很多植物花瓣的数量相吻合,真是不可思议的美……

数学是可以学好的。只要你消除对她的偏见,投入一定的精力,以认真和严谨的态度对待每天的学习,你就会慢慢喜欢上她。就像一个奥林匹克运动员因为热爱某一项运动,所以能够为了奥林匹克的梦想顽强拼搏,不断超越。相信,数学同样能使你获得不断超越自我的力量!

带着这样的信念,我们就可以自由驰骋在数学学习的天地里。因而,你也将愉快地接受你手中的这本《创新数学》。

《创新数学》将成为你学习数学的好帮手。它紧密结合你在学校课本里学习的数学知

识,可以帮助你解除在课堂学习中的困惑,并根据你的学习能力,提供一些具有挑战性和探索性的数学问题,使你的思维更加开阔,更加灵活。

《创新数学》将成为你数学学习的好朋友。这里选择的问题尽量通俗易懂,使你通过自主阅读和思考就能够理解。特别是在例题部分,我们鼓励你自己先开动脑筋,然后再随着书中的分析和讲解进行思考。在练习部分,我们注意问题的层次,其中的基本题,你模仿例题就能够获得解决问题的思路;提高题,则需要你灵活运用所学的知识进行思考。当然,还有一些最新的数学竞赛的问题,真正挑战你的智力极限。

我们希望《创新数学》不加重你的学习负担,使你在主动的思考中,通过少量的练习,获得事半功倍的效果。当然,“没有最好,只有更好”,奥林匹克的精神重在参与,数学学习同样如此。冠军只有一个,但走上赛场的每一个人都是值得鼓励和尊敬的。我们只是希望每一个人都能做得更好!

期待你在使用本书的过程中,给我们提出宝贵的意见和建议。

《创新数学》编写组

2008年8月



目 录

上 册

第一讲 数的组成与分解	1
第二讲 极值问题	4
第三讲 简易方程	7
第四讲 列方程解决实际问题	10
第五讲 牛吃草问题(1)	13
第六讲 牛吃草问题(2)	16
第七讲 长方体、正方体展开图	19
第八讲 长方体和正方体的表面积	22
第九讲 长方体和正方体的体积	25
第十讲 包含与排除	28
第十一讲 估算的运用	31
第十二讲 比的应用	34
第十三讲 速算与巧算	37
第十四讲 分数的拆分	40
第十五讲 取整的方法	43
第十六讲 用规律计数	45
第十七讲 逻辑推理	49
第十八讲 综合题选讲	52
第十九讲 期末测试	54
第二十讲 综合测试	57

下 册

第二十一讲 不定方程	59
第二十二讲 利润和利润率	62
第二十三讲 浓度问题	64



第二十四讲	钟表问题(1)	66
第二十五讲	钟表问题(2)	68
第二十六讲	立体图形的体积计算	70
第二十七讲	稍复杂的分数实际问题——工程问题	73
第二十八讲	稍复杂的分数实际问题——行程问题	76
第二十九讲	比例的应用	79
第三十讲	可能性的大小	82
第三十一讲	立体图形的认识	85
第三十二讲	旋转体的计算	88
第三十三讲	棋盘中的数学	91
第三十四讲	覆盖与染色	94
第三十五讲	博弈问题	97
第三十六讲	综合题选讲(1)	99
第三十七讲	综合题选讲(2)	101
第三十八讲	综合题选讲(3)	104
第三十九讲	期末测试	106
第四十讲	综合测试	109
参考答案		112



上册

第一讲 数的组成与分解



知识准备

自然数有无限多个,虽然它们最初只是用来表示物体的个数,但随着数学的发展,人们了解了更多关于自然数的性质和规律,逐渐发展成了数论这一重要的数学分支。比如,我们学习的有关倍数、因数等知识,都是数论的基本知识。我们听说过的“歌德巴赫猜想”,至今仍有待证明。



例题导引

例 1 有长度分别为 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11(单位:厘米)的木棒足够多,选其中三根作为三条边围成三角形。如果要求所围成的三角形的底边长是 11 厘米,那么共可围成_____个不同的三角形。

【提示】 可设底边为 11 厘米的三角形的另外两条边长分别为 a 、 b ,那么, $11+1=12 \leq a+b \leq 11+11=22$ 。

根据 $a+b$ 的取值(从 12 到 22),把这样的三角形分为 11 类: $a+b=12$, $a+b=13$, $a+b=14$,……, $a+b=22$,围成的每类三角形分别有,6 个,5 个,5 个,4 个,4 个,3 个,3 个,2 个,2 个,1 个,1 个。

【详解】 一共能围成三角形 $6+(5+4+3+2+1) \times 2=36$ (个)。

例 2 有一类小于 200 的自然数,每个数的各位数字之和是奇数,而且都是两个两位数的乘积(例如: $144=12 \times 12$)。那么这一类自然数中,最大的数是多少?

【提示】 两个两位数的乘积小于 200,这两个两位数一定都是十几,用列举法把从 19 开始相乘的积小于 200 的最大数列举出来,再选择各位数字之和是奇数的最大数。

【详解】 用列举法得出下面的积:

与 19 相乘积小于 200 最大的数是: $19 \times 10=190$;

与 18 相乘积小于 200 最大的数是: $18 \times 11=198$;

与 17 相乘积小于 200 最大的数是: $17 \times 11=187$;

与 16 相乘积小于 200 最大的数是: $16 \times 12=192$;

与 15 相乘积小于 200 最大的数是: $15 \times 13=195$;

与 14 相乘积小于 200 最大的数是: $14 \times 14=196$ 。



由上面的列举,可以得出符合条件最大的数是 195。

例 3 电视台要播放一部 30 集电视连续剧,若要求每天安排播出的集数互不相等,则该电视连续剧最多可以播几天?

【提示】 由于希望播出的天数尽可能地多,所以,在每天播出的集数互不相等的条件下,每天播放的集数应尽可能地少。

【详解】 我们知道: $1+2+3+4+5+6+7=28$,所以,如果各天播出的集数分别为 1、2、3、4、5、6、7 时,这七天一共播出 28 集,还有 2 集没有播出。由于已有过一天播出 2 集的情形,因此,余下的 2 集不能再播出一天,只好把它们分到以前播出的日子,通过改动某一天或某两天播出的集数,来解决这个问题。例如,各天播出的集数安排为 1、2、3、4、5、7、8 或 1、2、3、4、5、6、9。也就是,最多可以播 7 天。

答:这个电视连续剧最多可以播 7 天。



巩固拓展

1. 把 12 分拆成两个自然数的和,再求出这两个自然数的积,要使这个积最大,应该如何分拆?

2. 有 30 个 2 分硬币和 8 个 5 分硬币,这些硬币值的总和正好是 1 元。用这些硬币能组成的币值有多少种?

3. 把 37 拆成若干个不同的质数之和,有多少种不同的拆法?将每一种拆法中所拆出的那些质数相乘,得到的乘积中,哪个最小?



* 4. 将 135 个人分成若干个小组,要求任意两个组的人数都不同,则至多可以分成多少组?



链接奥数

5. 若干只同样的盒子排成一列,小聪把 42 个同样的小球放在这些盒子里然后外出,小明从每只盒子里取出一个小球,然后把这些小球再放到小球数最少的盒子里去,再把盒子重排了一下。小聪回来,仔细查看,没有发现有人动过小球和盒子。问:一共有多少只盒子?



第二讲 极值问题



知识准备

在数学学习中常常遇到在一定条件下求最大值或最小值的问题,这类问题通常被称为极值问题。这类问题有很强的实际应用价值,它的类型较多,解答时要根据具体情况做具体分析。



例题导引

例 1 一个长方形周长为 20 厘米,长和宽都是整数厘米的长方形,长和宽各为多少厘米时面积最大?

【提示】 我们用枚举的方法,分别写出长方形的长和宽,并分别计算出它们的面积,再进行比较。

【详解】 周长为 20 厘米,长、宽都是整数厘米的长方形有 5 个:

长 9 厘米,宽 1 厘米,面积为 9 平方厘米;

长 8 厘米,宽 2 厘米,面积为 16 平方厘米;

长 7 厘米,宽 3 厘米,面积为 21 平方厘米;

长 6 厘米,宽 4 厘米,面积为 24 平方厘米;

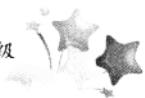
长 5 厘米,宽 5 厘米,面积为 25 平方厘米。

所以,在这些长方形中,当长与宽相等,即都等于 5 厘米时,面积最大,由此可想:周长相等的长方形和正方形中,面积最大的是正方形。

【延伸思考】 长方体所有的棱长之和为 96 厘米,当长方体的长、宽、高分别为多少时,体积最大?

例 2 一次数学考试的满分是 100 分,6 位同学在这次考试中平均得分是 91 分,这 6 位同学的得分互不相同,其中有一位同学仅得 65 分。那么,得分排在第三名的同学至少得多少分(得分均为整数)?

【提示】 除其中一人得的 65 分,其余 5 位同学的总得分是 $91 \times 6 - 65 = 481$ (分)。要使排第三名的同学得分“至少”,就要使其他四人得分尽可能多,也就是说,第一名、第二名得分要尽可能高(分别得 100 分和 99 分),而且另两人的得分又要尽可能与第三名接近。



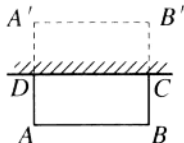
【详解】 $(91 \times 6 - 65 - 100 - 99) \div 3 = 94$ 。

平均数为 94 而且又最接近的互不相等的三个数为 93, 94, 95。所以, 排在第三名的同学至少得 95 分。

答: 得分排在第三名的同学至少得 95 分。

例 3 有一农户利用一堵墙用篱笆围一个长方形的鸭圈, 篱笆长度只有 24 米, 怎样围面积最大?

【提示】 假想在墙的另一侧也围出了一个长方形的鸭圈 $A'B'CD$, 它与长方形 $ABCD$ 关于墙对称(如图所示)。如果大长方形 $A'B'BA$ 面积最大, 它的一半面积也最大。



【详解】 当 $AB = 2BC$ 时, 面积最大, 这时 $AB = 12$ 米, $AD = BC = 6$ 米。



巩固拓展

1. 已知长方体的长、宽、高均为整厘米数, 相邻两个面的面积是 180 平方厘米和 84 平方厘米, 求表面积最小的长方体的体积。

2. 布袋中有同样大小的球若干个, 其中红球 10 个, 黄球 20 个, 白球 15 个, 黑球 30 个。从袋中至少摸出多少个球, 才能保证摸出的球有四种颜色?

3. 从 1~9 这九个数中, 选出 8 个填在下面得“○”中, 使算式的结果尽可能大, 这个最大的结果是多少?

$$[\square \div \square \times (\square + \square)] - (\square \times \square + \square - \square)$$



4. 一个长方形的长和宽均为质数个单位,并且周长是 36 个单位。这个长方形的面积最多可以是多少个平方单位?



链接奥数

5. 把前 20 个素数从小到大,从左往右排成一行,划去其中的 20 个数字,剩下的数字顺序不变,那么剩下的数最大是多少?



第三讲 简易方程



知识准备

方程是刻画数量之间相等关系的数学模型。可以利用等式的性质解方程。等式的性质是：

- (1) 在等式的两边同时加上或减去相同的数，等式仍然成立。
- (2) 在等式的两边同时乘或除以相同的数(0除外)，等式仍然成立。

运用等式的性质解方程之后，可以把求得的方程的解带入原方程，看方程的两边是否相等，这就是解方程的检验，要自觉养成检验的习惯。



例题导引

1. 解方程。

$$4x - 7.2 + 2.8 = 6$$

$$9.4x + 0.2x = 1.92$$

【提示】 解方程的关键是要算出 x 等于多少。因此，要想想每一步该怎样算，使方程逐步变得简单。

【详解】 $4x - 7.2 + 2.8 = 6$

$$9.4x + 0.2x = 1.92$$

$$\text{解：} 4x - (7.2 - 2.8) = 6$$

$$\text{解：} 9.6x = 1.92$$

$$4x - 4.4 = 6$$

$$x = 0.2$$

$$4x = 10.4$$

$$x = 2.6$$

2. 解方程。

$$31x + 16 - 15x = 16$$

$$6x - 10 = 4x + 3.2$$

【提示】 方程左右两边都有 x ，可以考虑怎样在两边同时加上或减去一定的数，使得方程只有一边有 x 。

【详解】 $31x + 16 - 15x = 16$

$$6x - 10 = 4x + 3.2$$

$$\text{解：} 16x + 16 = 16$$

$$\text{解：} 2x - 10 = 3.2 \text{ (两边同时减去 } 4x \text{)}$$

$$16x = 0$$

$$2x = 13.2$$

$$x = 0$$

$$x = 6.6$$

你能口头检验上面的方程解得对不对吗？

3. 你心里想一个三位数，然后将百位数乘 2，加 6，乘 5，再加 6，再加上十位数，再乘



10,再加上个位数。告诉魔术师你运算的结果,魔术师立刻就可以猜出你原来心里想的数是多少。比如,你想的是 318,运算的结果是 678,当你报出 678 时,魔术师就猜出你想的数是 318。你知道其中的秘密吗?

【提示】 把原来的三位数用字母表示出来,按照规则运算一下,看能否发现秘密。

解:设心里想的数是 $\overline{ABC}$ 。

$$\begin{aligned} & [(2A+6) \times 5] + 6 + B \times 10 + C \\ & = 100A + 10B + C + 360 = \overline{ABC} + 360 \end{aligned}$$

从上面的式子可以看出,当你告诉魔术师结果,魔术师只需从中减去 360,就可以知道你想的数。



巩固拓展

1. 解方程。

$$5. 4x - 10 + 3.5 = 4.3$$

$$18x - 12 - 4x = 30$$

2. 解方程。

$$4. 8x + 12 = 12 - 5x$$

$$x + (x + 0.1) + (x + 0.2) + \cdots + (x + 1) = 11$$

3. 在下面算式中的 $\square$ 里填上同一个自然数,使等式成立。

$$(\square - \square) + \square \times \square + \square \div \square = 50$$

4. 一个两位数,个位数是十位数的 3 倍,将个位数字与十位数字调换位置,得到一个新的两位数,比原来多 36,求这个两位数。



5. 被减数、减数与差相加得 280, 已知差比减数小 16, 减数是多少?

* 6. 你随便想一个日期(几月几日), 可以是你的生日, 也可以是别的日期。把日数乘 20, 再加上 41, 再乘 5, 再加月数。如果你告诉我运算的结果, 我就能猜出你想的是几月几日。比如, 你想的是你的生日 11 月 15 日, 运算结果是

$$(15 \times 20 + 41) \times 5 + 11 = 1716$$

我就能猜出你想的是 11 月 15 日。

你知道其中的奥妙吗?



链接奥数

7. 欧拉是 18 世纪著名的数学家。传说有一道关于计算欧拉年龄的问题: 欧拉终生岁数的 $\frac{1}{4}$ 那一年, 发表了第一篇数学论文, 并获得巴黎科学院奖金。7 年后, 他荣任俄国彼得堡科学院的数学教授。欧拉逝世前的 17 年, 不幸双目失明, 但他克服了重重困难, 凭着惊人的记忆和敏捷的心算继续进行数学研究。在 17 年中一共写出 400 多篇数学论文, 这个数正好是他终生岁数与他荣任数学教授时岁数之差的 8 倍。请算一算欧拉活了多少岁? 他发表第一篇数学论文时的年龄是多少岁?



第四讲 列方程解决实际问题



知识准备

英国伟大的科学家牛顿在《普通算术》一书中写了这样一段话：“要解答一个问题，如果里面包含着数量间的抽象关系，只要把题目从日常的语言译成代数的语言就行了。”他所说的“代数的语言”主要指的是方程。列方程解决实际问题的关键就是分析数量之间的相等关系，然后列出方程。一般来说，我们常设要求的量为 x ，但有时设其他量为 x 更好列方程，我们也可以先列方程求出其他量，再求出要求的未知量。



例题导引

1. 皮皮和秋秋都喜欢集邮。皮皮集的邮票的张数比秋秋的多 80 张，皮皮集的邮票的张数又恰好是秋秋的 3 倍。皮皮和秋秋各集了多少张邮票？

【提示】 皮皮集的邮票张数和秋秋的邮票张数有什么关系？一般设谁收集的邮票张数为 x ？

【详解】 解：设秋秋集了 x 张邮票，那么皮皮的邮票有 $3x$ 张。

$$3x - x = 80$$

$$2x = 80$$

$$x = 40$$

$$3x = 3 \times 40 = 120$$

答：秋秋集了 40 张邮票，皮皮集了 120 张邮票。

【延伸思考】

(1) 如果设秋秋集了 x 张邮票，皮皮的邮票还能怎样表示？还可以列出怎样的方程？

(2) 如果设皮皮集的邮票有 x 张，你会列方程解答吗？

2. 超市派出一批车辆装运货物。如果每辆车装 4.5 吨，这批货物就有 2 吨不能运走；如果每辆车装 5 吨，那么装完这批货物后还可以装其他货物 2 吨，问这批货物一共有多少吨？

【提示】 这是一道盈亏问题，如果用方程来解答，最好设哪个数量为 x ？根据什么等量关系来列方程？

【详解】 解：设超市派出的车辆有 x 辆。

$$4.5x + 2 = 5x - 2$$



$$0.5x=4$$

$$x=8$$

$$5x-2=5\times 8-2=38$$

答:这批货物有 38 吨。

3. 由于浮力的作用,金放在水里称,重量减轻 $\frac{1}{19}$;银放在水里称,重量减轻 $\frac{1}{10}$ 。小明的爸爸带回一块 380 克的金银合金,但不知道其中含金多少克。于是小明将这块合金放到水里称,发现重量减少了 33.5 克。现在你能知道其中的金有多少克吗?

【提示】 可以先分别表示出金、银的重量,再根据一共减轻的重量等于 33.5 克这一等量关系列方程。

【详解】 解:设含金 x 克,那么银有 $(380-x)$ 克。

$$\frac{1}{19}x + (380-x) \times \frac{1}{10} = 33.5$$

$$\frac{1}{19}x + 38 - \frac{1}{10}x = 33.5$$

$$\frac{9}{190}x = 4.5$$

$$x=95$$

答:金有 95 克。



巩固拓展

1. 父亲比女儿大 28 岁,5 年前父亲的年龄是女儿的 3 倍。女儿今年多少岁?

2. 服装厂接到加工一批服装的任务,王师傅每天可以制作 3 套服装,李师傅每天可以制作 5 套服装。如果王师傅单独完成制作这批服装任务,比李师傅单独完成制作这批服装的任务要多用 4 天。那么,要加工的这批服装共有多少件?



3. 吴老师计划为参加数学爱好者冬令营的同学安排 a 间宿舍。营员们到来之后, 吴老师发现, 按照原先的计划, 每间宿舍住的营员人数不全是同样多。他一计算, 如果增加 3 间宿舍, 每间宿舍恰好住 6 人; 如果减少 2 间宿舍, 每间宿舍恰好住 9 人。参加冬令营的营员共有多少人?

* 4. 某旅游社有导游 64 名, 其中男导游占 $\frac{1}{4}$ 。正值旅游旺季, 旅行社计划再招聘几名男导游, 使男导游占旅行社导游总人数的 $\frac{2}{5}$ 。你知道旅行社计划招聘几名男导游吗?



链接奥数

5. 一天晚上, 小区突然停电, 亮亮点起了两根蜡烛。两根蜡烛一样长, 但粗细不同。粗蜡烛可点 2 小时, 细蜡烛可点 1 小时。来电以后, 亮亮吹灭了两根蜡烛, 发现细蜡烛的长度是粗蜡烛的 $\frac{1}{2}$ 。停电时间是多少分钟?