

状元

ZHUANGYUAN
CHENGCAI ZHILU
成才之路

高中数学

上

北京未来新世纪教育科学发展中心 编

基础的夯实，思路的点拨，
能力的提高，全真的演练……
循序渐进，带你步入成才之路。

远方出版社

状元

成才之路
ZHONGGUO
JIAOYU ZHILU

- 高中数学(上)
- 高中数学(下)
- 高中物理(上)
- 高中物理(下)
- 高中语文(上)
- 高中语文(下)
- 高中地理(上)
- 高中地理(下)
- 高中化学(上)
- 高中化学(下)
- 高中历史(上)
- 高中历史(下)
- 高中政治(上)
- 高中政治(下)
- 高中英语(上)
- 高中英语(下)
- 高中生物(上)
- 高中生物(下)

责任编辑: 孟繁龙
封面设计: 怡 玮

ISBN 978-7-80723-311-4



9 787807 233114 >

总定价: 468.00元(共18册)

状元

成才之路

ZHUANGYUAN
CHENGCAI ZHILU

高中数学

上

北京未来新世纪教育科学发展中心 编

远方出版社

图书在版编目(CIP)数据

状元成才之路, 高中数学, 上/北京未来新世纪教育科学发展中心编. —呼和浩特: 远方出版社, 2008. 4

ISBN 978-7-80723-311-4

I. 状… II. 北… III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 044373 号

状元成才之路 高中数学(上)

编 者	北京未来新世纪教育科学发展中心
责 编	孟繁龙
出 版	远方出版社
社 址	呼和浩特市乌兰察布东路 666 号
邮 编	010010
印 刷	廊坊市华北石油华星印务有限公司
版 次	2008 年 8 月第 1 版
印 次	2008 年 8 月第 1 次印刷
开 本	710×960 1/16
印 张	170.5
印 数	3000
字 数	2000 千
标准书号	ISBN 978-7-80723-311-4
总 定 价	468.00 元(共 18 册)

远方版图书, 版权所有, 侵权必究。
远方版图书, 印装错误请与印刷厂退换。

前 言

状元是高考成功者的最高荣誉。高考状元的产生是综合因素的结果,然而不可否认的是,考生们要想纵横考场,一鸣惊人,复习是最好的武器。《状元成才之路》意在关注高考各科目的知识体系和命题规律,帮助高考生在短时间内掌握科学应试技巧,使考生们在高考复习的有限时间内获得最佳的学习效果。本丛书以学科分册,共十八本,融学习方法、教育经验和理论思想于一体,为高考生提供一个全方位的、立体的解析。系统、新颖、实用是本丛书设计的核心理念。

1. 系统:本丛书以基本知识、基本能力和基本方法为着眼点,从知识到实践,由浅入深,并注重做到学科内部知识的整合,建立起各科知识的框架体系,把知识点、考点组合成有机整体,以提高考生的综合能力。

2. 新颖:本丛书的体例设计科学新颖,充分尊重高考复习的实际需要,将知识点复习和内容讲解相结合,讲中有练有分析,逐步拓宽解题思路,总结解题技巧和方法,帮助考生做到融会贯通、举一反三,使高考复习一步到位,各知识点逐个击破,获胜高考。

3. 实用:本丛书紧扣高考复习的实际需要,全面贯彻教育部考试中心《考试大纲》的规定,并充分考虑到全国及省区单独命题的实际情况,着眼于扎扎实实地夯实基础,立足于让考生能够稳稳当当拿到基础分,同时帮助考生形成

正确的解题思路,把握解题技巧,并为冲刺难题做好知识、技能、方法和心理上的准备。

名题铺路,助莘莘学子前程万里;金卷导航,愿百万天骄金榜题名!

编 者

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
1.1 集合的概念和运算	1
1.2 简易逻辑	4
第二章 函数	12
2.1 函数与映射	12
2.2 函数的定义域	15
2.3 函数的值域和最值	18
2.4 函数的单调性	20
2.5 函数的奇偶性与周期性	23
2.6 反函数	26
2.7 指数与对数	29
2.8 指数函数与对数函数	32
2.9 二次函数	35
2.10 函数图象	38
2.11 函数的应用举例	41
第三章 数 列	49
3.1 等差数列	49
3.2 等比数列	52



3.3 等差数列与等比数列的性质	55
3.4 数列求和	58
3.5 数列的综合应用	61
第四章 三角函数	69
4.1 三角函数的基本概念	69
4.2 同角三角函数间的基本关系式与诱导公式	73
4.3 两角和与差的三角函数	76
4.4 三角函数的图象和性质	79
第五章 平面向量	87
5.1 向量与向量的运算	87
5.2 共线向量与平面向量的基本定理	91
5.3 向量的坐标运算	94
5.4 定比分点公式和平移	97
5.5 解斜三角形	100
第六章 不等式	108
6.1 不等式的性质	108
6.2 不等式的证明(一)	112
6.3 不等式的证明(二)	114
6.4 不等式的解法	117
6.5 含有绝对值的不等式	120
第七章 直线和圆的方程	127
7.1 直线的方程	127
7.2 两条直线的位置关系	130
7.3 对称问题	132
7.4 简单的线性规划	134
参考答案	149



第一章 集合与简易逻辑



1.1

集合的概念和运算



记忆

基础知识归纳 —— 巡礼教材

1. (1) 集合中元素的特征是: 集合中的元素满足 _____;
 (2) 数集 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{Z}$ 、 $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{N}^*$ 分别表示 _____;
 (3) 根据集合中元素的个数可将集合分为三类, 这三类分别是 _____.
2. (1) 如果集合 A 中 _____ 元素都是集合 B 的元素, 则 A 叫做 B 的子集;
 (2) 若 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq A$, 则 _____;
 (3) 已知全集 U , 集合 $A \subseteq U$, 则 $\complement_U A =$ _____;
 (4) $A \cap B =$ _____;
 (5) $A \cup B =$ _____;
 (6) 若 A 、 B 为有限集, 则集合 A 的子集的个数为 _____; $\text{card}(A \cup B) =$ _____.





理解

——思路点拨

- (06·安徽) 设集合 $A = \{x \mid |x-2| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y \mid y = -x^2, -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B)$ 等于 ()
 A. $\mathbf{R}$ B. $\{x \mid x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$
 C. $\{0\}$ D. $\emptyset$
- (06·江苏) 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 ()
 A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$ C. $A \neq C$ D. $A = \emptyset$
- (06·上海) 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m-1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.

自我评估

1. B 2. A 3. 1



高考全真演练

- (06·全国 I) 设集合 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 选择 I 的两个非空子集 A 和 B , 要使 B 中最小的数大于 A 中最大的数, 则不同的选择方法共有 ()
 A. 50 种 B. 49 种 C. 48 种 D. 47 种

解析

若 $A = \{1\}$, 则 B 的取法有 $2^4 - 1$ 种;

若 A 中最大的数为 2, 则 A, B 的取法有 $2(2^3 - 1)$ 种;

若 A 中最大的数为 3, 则 A, B 的取法有 $2^2(2^2 - 1)$ 种;

若 A 中最大的数为 4, 则 A, B 的取法有 $2^3(2 - 1)$ 种;

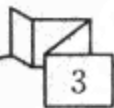
由分类计数原理, 满足条件不同的选择方法共有 $1 \times (2^4 - 1) + 2(2^3 - 1) + 2^2(2^2 - 1) + 2^3(2 - 1) = 49$ 种.

答案: B

总结与预测

高考中可能考查集合的表示和运算, 集合与集合的关系, 有限集合的子集的个数等问题, 也有可能与排列组合等其他知识进行综合考查, 主要体现了小、巧、灵的特点.

本题主要考查与有限集合子集相关的问题, 同时考查对排列组合知识的运用, 充分体现了分类讨论的数学思想方法.





1.2

简易逻辑



记忆

基础知识归纳

——巡礼教材

- (1) 若“ p 或 q ”为假命题, 则 p, q 都是 _____; 若“ p 且 q ”为真命题, 则 p, q 都是 _____;

(2) 一个命题的原命题形式为“若 p , 则 q ”, 则这个命题的逆命题、否命题、逆否命题分别为 _____、_____、_____; 原命题与逆否命题 _____, 逆命题与否命题互为 _____.
- 若“ $p \Rightarrow q$, 且 $q \nRightarrow p$ ”, 则 p 是 q 的 _____; 若“ $q \Rightarrow p$ 且 $p \nRightarrow q$ ”, 则 p 是 q 的 _____; 若“ $p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$ ”, 则 p 是 q 的 _____; 若“ $p \nRightarrow q$, 且 $q \nRightarrow p$ ”, 则 p 是 q 的 _____.



理解

——思路点拨

- (05 · 湖北) 对任意实数 a, b, c 给出下列命题, 其中真命题的个数是 ()

①“ $n=b$ ”是“ $ac=bc$ ”的充要条件; ②“ $a+5$ 是无理数”是“ a 是无理数”的充要条件; ③“ $a>b$ ”是“ $a^2>b^2$ ”的充分条件; ④“ $a<5$ ”是“ $a<3$ ”的必要条件

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- (06 · 浙江) “ $a>b>0$ ”是“ $ab<\frac{a^2+b^2}{2}$ ”的 ()

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 下列命题中:

- ①一个整数的平方是偶数,则这个整数是偶数;②若 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且 S_3, S_9, S_6 成等差数列,则等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q \neq 1$;③经过平面内一点和平面外一点的直线一定不在平面内;④若向量 a, b 是平面向量的一组基底,则 $a+b$ 与 $a-b$ 也可作为平面向量的一组基底.

其中正确的命题是_____.

自我评估

1. B 2. A 3. ①②③④



高考全真演练

(06·湖北)有限集合 S 中元素的个数记作 $\text{card}(S)$. 设 A, B 都为有限集合,给出下列命题中,其中真命题的序号是()

- ① $A \cap B = \emptyset$ 的充要条件是 $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$;
 ② $A \subseteq B$ 的必要条件是 $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$;
 ③ $A \subsetneq B$ 的充分条件是 $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$;
 ④ $A = B$ 的充要条件是 $\text{card}(A) = \text{card}(B)$.

A. ③④

B. ①②

C. ①④

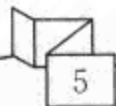
D. ②③

解析

$$\because \text{card}(A \cup B) = \text{card}A + \text{card}B - \text{card}(A \cap B),$$

$\therefore A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \text{card}(A \cap B) = 0$, 则①为正确命题;若 $A \subseteq B$, 则 $\text{card}A \leq \text{card}B$, 则②为正确命题.

答案:B



总结与预测

高考中考查命题正误的判断,充分条件、必要条件 and 充要条件的判断和证明以及反证法等问题.

对于命题正误的判断可涉及到数学中的各章内容.对于一定成立(或一定不成立)的命题要给以证明,不一定成立的命题要举出反例,这是解决数学问题的最基本的思维方式,绝不能凭感觉主观臆断.



单元测试



一、选择题(每小题 5 分,共 60 分)

1. 若集合 $M = \{1, 2, 3\}$, 则满足 $M \cup P = M$ 的集合 P 的个数是 ()
A. 1 B. 3 C. 7 D. 8
2. 满足 $\{1\} \subseteq M \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合有 ()
A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个
3. 设非空集合 A 满足 ① $A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$; ② 若 $x \in A$, 则 $5-x \in A$, 符合上述要求的集合 A 的个数是 ()
A. 16 B. 8 C. 5 D. 3
4. (06 · 安徽) 设集合 $A = \{x \mid |x-2| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y \mid y = -x^2, -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B)$ 等于 ()
A. $\mathbf{R}$ B. $\{x \mid x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$
C. $\{0\}$ D. $\emptyset$
5. 若全集为 U , 集合 $M \cup P = U$, 则下列关系一定正确的是 ()
A. $P \subseteq \complement_U M$ B. $M \cap P = \emptyset$
C. $P \supseteq \complement_U M$ D. $(\complement_U M) \cap (\complement_U P) = U$
6. 下列命题中假命题是 ()
A. 若 $p \Rightarrow q$, 则 $\neg q \Rightarrow \neg p$ B. 若 $p \Rightarrow q$, 则 $\neg p \Rightarrow \neg q$
C. 若 $\neg p \Rightarrow q$, 则 $\neg q \Rightarrow p$ D. 若 $p \Rightarrow \neg q$, 则 $q \Rightarrow \neg p$
7. 若 p 或 q 是假命题, 下列结论中正确的是 ()
① 非 p 且非 q 是假命题; ② 非 p 且非 q 是真命题; ③ 非 p 或非 q 是假命题;
④ 非 p 或非 q 是真命题.
A. ①③ B. ②③ C. ①④ D. ②④
8. 设 A, B 是 C 的必要条件, D 是 C 的充分条件, B 是 D 的充分条件, 则在 A 、

C、D 中是 B 的充要条件的是 ()

- A. A B. C C. D D. C 或 D

9. 设有语句 $p: x = -9$, $\neg q: x^2 + 8x - 9 = 0$, 则下面给出的命题中是真命题的一个是 ()

- A. 若 p 则 q B. 若 $\neg p$ 则 $\neg q$
C. 若 q 则 $\neg p$ D. 若 $\neg p$ 则 q

10. “ $x \geq b$ ”是“不等式 $\frac{x+a}{b-x} \leq 0 (a+b > 0)$ ”成立的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分且必要条件 D. 既不充分也不必要条件

11. 有下列四个命题, 其中真命题是 ()

- ①“若 $xy=1$, 则 x, y 互为倒数”的逆命题
②“面积相等的三角形全等”的否命题
③“若 $m \leq 1$, 则方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实根”的逆否命题
④“若 $M \cap P = P$, 则 $M \subseteq P$ ”的逆否命题

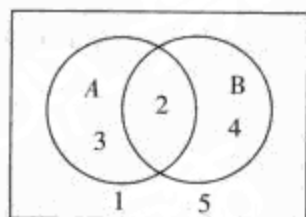
- A. ①② B. ②③ C. ①②③ D. ③④

12. (06 · 天津联考) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 定义集合 $A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$, 则集合 $A \times B$ 中属于集合 $\{(x, y) | \log_{xy} \in \mathbb{N}\}$ 的元素个数是 ()

- A. 3 B. 4 C. 8 D. 9

二、填空题(每小题 4 分, 共 16 分)

13. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 且 $A \subseteq U, B \subseteq U$, 若 $A \cap B = \{2\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{4\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 5\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$ _____.



14. 设 x, y, z 都是非零实数, 给出集合 $M = \{m \mid m = \frac{x}{|x|} + \frac{|y|}{y} + \frac{z}{|z|} +$

$\frac{|xyz|}{xyz}, x, y, z \in \mathbf{R}\}$, 则用列举法表示这一集合是_____.

15. (06·江苏沐中月考) 集合 $A = \{y \mid y = \sin \frac{\pi x}{6}, x \in \mathbf{N}\}$, 则 A 的真子集个数为_____.

16. 若 $A = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{x \mid x = 3n, n \in \mathbf{N}^*\}$, $C = \{x \mid x = 4n - 2, n \in \mathbf{N}^*\}$, 则 $(A \cup C) \cap B$ _____.

三、解答题(共 6 小题, 共 74 分)

17. (10 分) 已知全集 $S = \{x \in \mathbf{Z} \mid |x| \leq 4\}$, 集合 $A = \{-3, a^2, a+1\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$, 若 $A \cap B = \{-3\}$, 求 $\complement_S(A \cup B)$.

18. (12 分) 已知集合 $A = \{x \mid x^3 + 3x^2 + 2x > 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + ax + b \leq 0\}$, 且 $A \cap B = \{x \mid 0 < x \leq 2\}$, $A \cup B = \{x \mid x > -2\}$, 求 a, b 的值.