数学

人教A

必修1

主　编：泓　翰
副主编：张　勇

高中新课标 GAO ZHONG XIN KE BIAO

课时1+3

学案与测评

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

数学

配人教A版

必修1

主编 泓翰

副主编 张勇

编写 孔勇 宋存海 王维荣 刘一鸣 郑振国 宋庆柱

高中新课标 GAO ZHONG XIN KE BIAO

课时1+3 学案与测评

WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

学案与测评：人教A版. 数学. 1:必修/泓翰主编. —武汉:武汉大学出版社，2008.7

ISBN 978-7-307-06341-9

Ⅰ. 学…　Ⅱ. 泓…　Ⅲ. 数学课—高中—习题　Ⅳ. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第086990号

责任编辑：瞿　嵘　胡瑞鹏

出版发行：武汉大学出版社(430072　武昌　珞珈山)

(电子邮件：wdp4@whu.edu.cn　网址：www.wdp.com.cn)

印制：济南铁路局印刷厂

开本：880mm×1230mm　1/16　　印张：7　字数：300千字

版次：2008年7月第1版　　2008年7月第1次印刷

ISBN 978-7-307-06341-9/G·1166　　定价：18.50元

www.honghanbook.com

Instruction [使用说明]

《学案与测评》是高中同步教学辅导用书，它以国家教育部新课程改革精神为指导，按照教育教学规律，科学地将教学与学习过程划分为课前、课中、课后三个阶段，并根据每个阶段的不同特点，确定浏览、研读、尝试、检测、评价等不同学习方式。本书循序渐进的合理设计，科学严谨的规范操作，将会确保广大学子在体味成长快乐的同时，享受成绩飞升的喜悦！

同步到课时，精确到课堂。
关怀到细节，服务到全程！

使用阶段	栏目名称		使用建议	使用效果
课前	基础探究		课前预习	掌握本课时基础知识
课中	互动学案	重点突破	课堂及时巩固	掌握重、难点知识
		范例点评	课堂梳理题型及方法	掌握各类题型的解题方法
		举一反三	课堂及时训练	熟练运用各类题型的解题方法
课后	同步测评		实战练兵，自我检测	夯实基础，查缺补漏
	小结复习		自我梳理	掌握本章重、难点知识，构建完整的知识框架
	单元测试		正规测试	加强实战演练，提高应试技巧

泓翰编撰

高中新课标学案与测评【编委会】

xue an yu ce ping

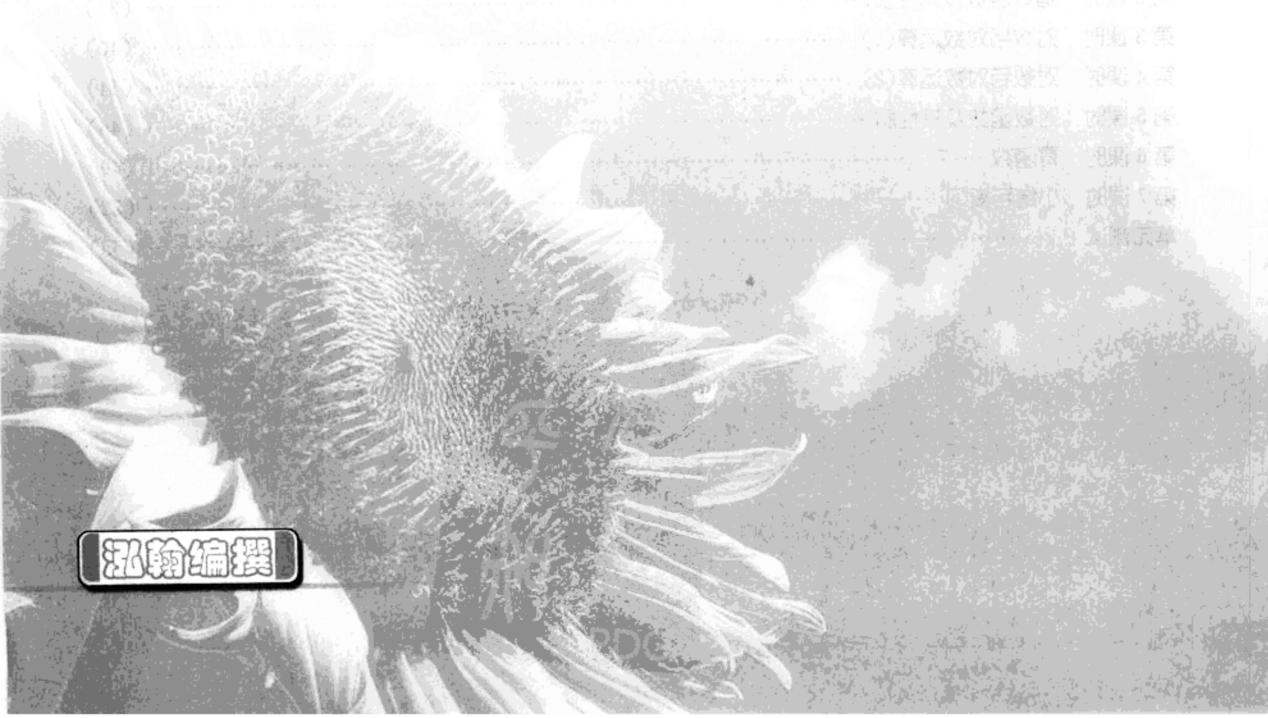
泓翰编撰

Contents [目录]

第一章　集合与函数概念

第二章　基本初等函数(Ⅰ)

第三章　函数的应用



第一章 集合与函数概念

第1课时 集合的含义与表示

基础探究

1. 元素与集合的概念

(1)把________统称为元素,通常用________表示.

(2)把________叫做集合(简称为________),通常用________表示.

2. 集合中元素的特征:________________________.

3. 集合相等:只要构成集合的元素________就说这两个集合是相等的.

4. 元素与集合的关系:

(1)如果 a 是集合 A 的元素,就说________,记作________.

(2)如果 a 不是集合 A 的元素,就说________,记作________.

5. 常用数集及表示符号

名称	自然数集(非负整数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号					

6. 集合的两种表示方法——列举法和描述法

(2)列举法:把集合中的元素________出来,并________表示集合的方法.

(2)描述法:________________________表示集合的方法.

互动学案

重点突破

1. 集合元素的特性

(1)确定性:设 A 是一个给定的集合,x 是某一具体对象.则 x 或者是 A 的元素,或者不是 A 的元素,两种情况必有一种且只有一种情况成立.如:大于3小于11的偶数分别为4,6,8,10,它们是确定的,可构成集合,而“我国的小河流”,由于“小”这个标准不确定,所以构不成集合.

(2)互异性:“集合中的元素必须是互异的”,就是说,“对于一个给定的集合,它的任何两个元素都是不同的”.如方程 $(x-1)^2=0$ 的解构成的集合为$\{1\}$,而不能记为$\{1,1\}$.

(3)无序性:集合与其中元素的排列顺序无关,如集合$\{a,b,c\}$与$\{b,a,c\}$是同一集合.

2. 集合元素的表示方法

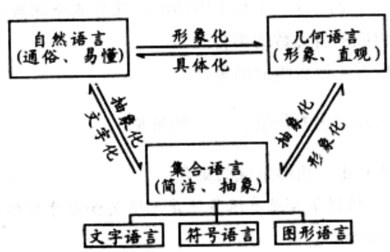
集合的常用表示方法——列举法和描述法,在集合的运算中经常用到.在具体解题时,要根据题目特点,选用适当方法表示集合.

(1)对于有限集或元素间存在明显规律的无限集,可采用列举法.

(2)对于无明显规律的无限集,不能将它们一一列举出来,可以通过将集合中元素的只有这个集合才有的共同特征描述出来,即采用描述法.

3. 集合语言的理解和转换

集合语言是现代数学的基本语言,也就是用集合的有关概念和符号来叙述问题的语言.集合语言与其他语言的关系以及它的构成如下:



将集合的三种语言之间进行相互转化,或将集合语言转化为自然语言、符号语言,有助于弄清集合是由哪些元素所构成的,有助于提高分析和解决问题的能力.

解决集合问题的关键:弄清集合由哪些元素所构成的.如何弄清呢?关键在于把抽象问题具体化、形象化.也就是把用描述法表示的集合用列举法来表示,或用图示法来表示抽象的集合,或用图形来表示集合.或用数轴来表示这些集合;再

如，当集合的元素为有序实数对时，可用平面直角坐标系中的图形表示相关的集合等.

范例点评

题型一　元素的特性

例1　给出命题：

①$\{a,b,c,d\}$与$\{c,d,b,a\}$是两个不同的集合；

②方程$(x-1)^2(x-2)=0$的解集为$\{1,1,2\}$；

③2008年北京奥运会火炬手构成一个集合；

④所有向四川地震灾区捐款的人构成一个集合.

其中正确命题的个数是　　(　　)

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

分析　①根据集合中元素的无序性可知，它们是同一集合，故①是错误的. ②由集合中元素的互异性知②是错的. ③2008年的火炬手是确定的，而且是互异的，故③是正确的. ④所有向四川地震灾区捐款的人是确定的. 故④是正确的.

答案　B

点评　本题集中考查集合元素的三个性质，因此，严格按照集合元素的确定性、互异性和无序性的特点逐一判断即可.

举一反三

1. 设集合$A=\{1,a,b\}$，$B=\{a,a^2,ab\}$，且$A=B$，求实数a,b.

题型二　集合的表示方法

例2　选择适当的方法表示下列集合.

(1)Welcome中的所有字母组成的集合.

(2)从1,2,3这三个数字中抽出一部分或全部数字(没有重复)所组成的自然数的集合.

(3)所有正偶数组成的集合.

(4)二元二次方程组$\begin{cases}y=x\\y=x^2\end{cases}$的解集.

(5)所有正三角形组成的集合.

分析　根据集合是有限集还是无限集和元素的特点选取适当的表示方法。

解　(1)列举法：$\{W,e,l,c,o,m\}$.

(2)列举法：$\{1,2,3,12,13,21,23,31,32,123,132,213,231,312,321\}$.

(3)描述法：$\{x|x=2k,k\in\mathbf{N}^*\}$.

(4)列举法：$\{(0,0),(1,1)\}$.

(5)描述法：$\{x|x$是正三角形$\}$.

点评　解答此类题的基本原则是：对于元素较少的有限集常用列举法表示，对于无限集常采用描述法表示.

举一反三

2. 用适当的方法表示下列集合：

①用列举法表示下列集合：

$a.\{15$的正约数$\}$；$b.$ 不大于10的非负偶数集.

②用描述法表示下列集合：$a.$ 正偶数集；$b.\{1,-3,5,-7,\cdots,-39,41\}$.

题型三　元素与集合的关系

例3　已知集合$M=\{x|x=3n,n\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x|x=3n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$P=\{x|x=3n-1,n\in\mathbf{Z}\}$，且$a\in M,b\in N,c\in P$，设$d=a-b+c$，则　　(　　)

A. $d\in M$　　B. $d\in N$

C. $d\in P$　　D. 以上都不对

分析　判断元素d是否是M、N、P的元素，首先要将用数学符号语言表示的集合元素、特性弄清楚，如M的元素特性是能被3整除的整数等，再化简d，看d能否被3整除，即可判断d与M的关系.

解　设$a=3n,b=3m+1,c=3s-1,m,n,s\in\mathbf{Z}$，则$d=3n-(3m+1)+(3s-1)=3(n-m+s)-2=3(n-m+s-1)+1$，所以$d\in N$，故选B.

点评　此类题关键是弄清集合中元素的属性，只要将d变形为集合元素的属性的形式，即可判断.

举一反三

3. 已知集合$A=\{a+2,(a+1)^2,a^2+3a+3\}$，若$1\in A$，求实数$a$的值.

误区警示

自然数集合包括零，正自然数的集合用 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ 表示.

【案例分析】 设以方程 $2x+y-5=0, x\in\mathbf{N}, y\in\mathbf{N}$ 的解作为元素构成的集合为 A，则 A 有________个元素，它们是________.

错解 $\because x\in\mathbf{N}, y\in\mathbf{N}$，$x$ 可以取 1，2，

$\therefore x=1, y=3, x=2, y=1$. $\therefore$ 集合为 $\{1,3,2,1\}$.

分析 错解没有考虑 $x=0$ 时的情况，且表示元素错误.

正解 由 $x\in\mathbf{N}, y\in\mathbf{N}$，可知 $x\geqslant 0$ 且 $y\geqslant 0$. 当 $x=0$ 时，$y=5$；当 $x=1$ 时，$y=3$；当 $x=2$ 时，$y=1$.

$\therefore$ 故 A 有 3 个元素，

它们是 $\begin{cases}x=0,\\y=5,\end{cases}\begin{cases}x=1,\\y=3,\end{cases}\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$

同步测评

基础巩固

①已知集合 $S=\{a,b,c\}$ 中的三个元素可以构成 $\triangle ABC$ 的三边长，那么 $\triangle ABC$ 一定不是 ( )

A. 锐角三角形　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　D. 等腰三角形

②由大于 -3 且小于 11 的偶数组成的集合是 ( )

A. $\{x\mid -3<x<11, x\in\mathbf{Q}\}$

B. $\{x\mid -3<x<11\}$

C. $\{x\mid -3<x<11, x=2k, k\in\mathbf{N}\}$

D. $\{x\mid -3<x<11, x=2k, k\in\mathbf{Z}\}$

③已知 x,y,z 为非零实数，代数式 $\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{z}{|z|}+\frac{|xyz|}{xyz}$ 的值所组成的集合是 M，则下列判断正确的是 ( )

A. $0\notin M$　B. $2\in M$

C. $-4\notin M$　D. $4\in M$

④已知 $A=\{1,2,3\}, B=\{2,4\}$，定义集合 A、B 间的运算 $A-B=\{x\mid x\in A$，且 $x\notin B\}$，则集合 $A-B$ 是 ( )

A. $\{2,4\}$　B. $\{1,3\}$

C. $\{1,2,4\}$　D. $\{2\}$

⑤给出下列命题：

①直角坐标系中所有整点(横、纵坐标都是整数的点)可以构成一个集合；

②$\{y\mid y<0.01, y\in\mathbf{Z}\}$ 是有限集；

③$0\in\mathbf{Q}, 0\in\mathbf{Z}, 0\in\mathbf{N}$；

④$\{0\}$ 表示仅有一个元素零的集合.

其中所有正确命题的序号为________.

⑥下列命题：

①方程 $\sqrt{x-2}+|y+2|=0$ 的解集为 $\{2,-2\}$；

②集合 $\{y\mid y=x^2-1, x\in\mathbf{R}\}$ 与 $\{y\mid y=x-1, x\in\mathbf{R}\}$ 的公共元素所组成的集合是 $\{0,1\}$；

③集合 $\{x\mid x-1<0\}$ 与集合 $\{x\mid x>a, a\in\mathbf{R}\}$ 没有公共元素.

其中真命题的个数有 ( )

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

能力提高

⑦设 A 表示集合 $\{2,3,a^2+2a-3\}$，B 表示集合 $\{|a+3|,2\}$，已知 $5\in A$，且 $5\notin B$，求实数 a 的值.

⑧用符号语言描述法分别写出正奇数集合，能被 3 整除的整数集合.

拓展延伸

⑨已知集合 $M=\{x\mid x=a+b\sqrt{2}, a,b\in\mathbf{Z}\}$，判断下列各元素与 M 的关系.

(1)0　(2)$\frac{1}{\sqrt{2}-1}$　(3)$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

(4)$x=x_1\cdot x_2$(其中 $x_1\in M, x_2\in M$).

第2课时 集合间的基本关系

基础探究

1. 子集的概念

(1)定义:一般地,对于两个集合A,B,如果______________________,就说这两个集合有________关系,称集合A为集合B的子集.

(2)用符号表示为________.

2. 集合相等

(1)定义:如果________________,那么就说集合A与集合B相等.

(2)用符号表示为:________

3. 真子集的概念

(1)定义:如果________________________,那么称集合A是集合B的真子集.

(2)用符号表示为:________.

4. 空集的概念

(1)定义:__________的集合,叫做空集.

(2)用符号表示为:________.

5. 两个重要结论

(1)任何一个集合都是它自身的________,即________.

(2)对于集合A,B,C,如果$A\subseteq B,B\subseteq C$,那么________.

互动学案

重点突破

1. 子集的概念与性质

(1)子集的概念是由讨论集合与集合间的关系引出的,两个集合A与B之间的关系如下:

$$\begin{cases} A\subseteq B\begin{cases} A=B\Leftrightarrow A\subseteq B\text{ 且 }B\subseteq A, \\ A\neq B\Rightarrow A\subsetneqq B; \end{cases} \\ A\not\subseteq B. \end{cases}$$

其中记号$A\not\subseteq B$(或$B\not\subseteq A$)表示集合A不包含于集合B(或集合B不包含于集合A).

(2)子集具有以下性质:

①$A\subseteq A$,即任何一个集合都是它本身的子集;

②如果$A\subseteq B,B\subseteq A$,那么$A=B$;

③如果$A\subseteq B,B\subseteq C$,那么$A\subseteq C$;

④如果$A\subsetneqq B,B\subsetneqq C$,那么$A\subsetneqq C$.

(3)不包含的定义也可以表述成:两个集合A与B,如果集合A中存在至少一个元素不是集合B的元素,那么$A\not\subseteq B$(或$B\not\supseteq A$).

2. 元素与集合、集合与集合之间的关系

元素与集合的关系是属于与不属于的关系,集合与集合之间的关系是包含、真包含、相等的关系,要按照定义仔细区别.

(1)$\in$与$\subseteq$的区别,$\in$是表示元素与集合之间的关系的,因此有$1\in\mathbf{N}$,$-1\notin\mathbf{N}$等,$\subseteq$表示集合与集合之间的关系,因此有$\mathbf{N}\subseteq\mathbf{R}$,$\varnothing\subseteq\mathbf{R}$等.

(2)a与$\{a\}$的区别:一般地,a表示一个元素,而$\{a\}$表示只有一个元素的一个集合,因此有$1\in\{1,2,3\}$,$0\in\{0\}$,$\{1\}\subseteq\{1,2,3\}$等,不能写成$0=\{0\}$,$\{1\}\in\{1,2,3\}$,$1\subseteq\{1,2,3\}$等.

(3)$\{0\}$与$\varnothing$的区别:$\{0\}$是含有一个元素的集合,$\varnothing$是不含任何元素的集合,因此有:$\varnothing\subseteq\{0\}$,不能写成$\varnothing=\{0\}$,$\varnothing\in\{0\}$等.

3. 数形结合在子集中的应用

用形来代数,形象而直观,因此数形结合的思想在数学中广泛应用,数轴是表示实数的,任何一个实数在数轴上均可用一个点来表示,反之,数轴上任何一点都代表一个实数,在数轴上表示一个不等式的取值范围,形象而直观,因此也广泛用于求子集的问题中.

范例点评

题型一 求集合的子集

例1 已知集合M满足$\{2,3\}\subseteq M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$,求集合$M$及其个数.

分析 由$\{2,3\}\subseteq M$知M至少含有两个元素2,3,由$M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$知,M中至多含有1,2,3,4,5五个元素,可分类求解.

解 ①当M中含有两个元素时,M为$\{2,3\}$;

②当M中含有三个元素时,M为$\{2,3,1\}$,$\{2,3,4\}$$\{2,3,5\}$;

③当M中含有四个元素时,M为$\{2,3,1,4\}$,$\{2,3,1,5\}$,$\{2,3,4,5\}$;

④当M中含有五个元素时,M为$\{2,3,1,4,5\}$.

所以满足条件的集合M为$\{2,3\}$,$\{2,3,1\}$,$\{2,3,4\}$,$\{2,3,5\}$,$\{2,3,1,4\}$,$\{2,3,1,5\}$,$\{2,3,4,5\}$,$\{2,3,1,4,5\}$.集合M的个数为8.

点评 对于求集合的子集问题,一定要注意有两个集合比较特殊,即空集$\varnothing$和集合本身,因此解决这类问题时,

(1)要注意对符号$\subseteq$、$\subsetneqq$的辨析.

(2)合理使用分类讨论的思想，按集合元素个数多少分类写出.

(3)集合 M 有 3 个元素，其子集数为 $8=2^3$. 可以验证若 M 有 2 个元素，其子集数为 $4=2^2$…可以归纳，若 M 有 n 个元素，其子集数为 2^n，其真子集为 2^n-1.

举一反三

1. 已知集合 $A=\{0,2,3\}$，$B=\{x\mid x=a\cdot b,a,b\in A\}$，则 B 的子集个数为 ( )

A. 4个　B. 8个　C. 15个　D. 16个

题型二　集合与集合关系的判定

例 2　已知集合 $A=\left\{x\mid x=k+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$B=\left\{x\mid x=\frac{1}{2}k,k\in\mathbf{Z}\right\}$，则 A ________ B.

分析　本题中两集合都是用描述法给出的集合，一定要将竖线后的元素特性弄清楚.

解　方法一：(列举法)

对于集合 A，取 $k=\cdots,0,1,2,3,\cdots$，得

$A=\left\{\cdots,\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2},\frac{7}{2},\cdots\right\}$.

对于集合 B，取 $k=\cdots,0,1,2,3,4,5,\cdots$，得

$B=\left\{\cdots,0,\frac{1}{2},1,\frac{3}{2},2,\frac{5}{2},\cdots\right\}$.

故 $A\subsetneqq B$.

方法二：(通分法)

集合 A：$x=\frac{2k+1}{2}(k\in\mathbf{Z})$，分子为奇数，

集合 B：$x=\frac{k}{2}(k\in\mathbf{Z})$，分子为整数，

$\therefore A\subsetneqq B$.

方法三：(特征性质分解比较法)

对于集合 B，令 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$，则 $x=n(n\in\mathbf{Z})$，

令 $k=2n+1$，则 $x=n+\frac{1}{2}(n\in\mathbf{Z})$，

$\therefore B=\left\{x\mid x=\frac{1}{2}k,k\in\mathbf{Z}\right\}=\left\{x\mid x=n\text{ 或 }x=n+\frac{1}{2},n\in\mathbf{Z}\right\}$.

$\therefore A\subsetneqq B$.

点评　这类题在高考中以小题形式出现，解答这类无限集的关系问题的题目，应注意以下分类关系：

$$\text{整数}(n)\begin{cases}\text{偶数}(2m)\begin{cases}4k\\4k+2\end{cases}\\ \text{奇数}(2m+1)\begin{cases}4k+1\\4k+3\end{cases}\end{cases}\quad(m,n,k\in\mathbf{Z})$$

还要注意整数集中的几种等价的表示法

①“$2n-1$”等价于“$2n+1$”.

②“$2n-1$”等价于“$4n\pm1$”.

③“$4n+3$”等价于“$4n-1$”等.

举一反三

2. 以下各组中两个对象是什么关系，用适当的符号表示出来：

①a 与 $\{a\}$；②0 与 $\varnothing$；③$\varnothing$ 与 $\{0\}$；

④$\{(a,b)\}$ 与 $\{(b,a)\}$.

题型三　应用集合关系求参数

例 3　设集合 $A=\{1,3,a\}$，$B=\{1,a^2-a+1\}$，且 $A\supseteq B$，求 a 的值.

分析　若 $A\supseteq B$，则 B 中的元素都是 A 的元素，所以 $a^2-a+1=3$ 或 $a^2-a+1=a$，但求出 a 值要注意检验.

解　因为 $A\supseteq B$，所以 $a^2-a+1=3$ 或 $a^2-a+1=a$.

由 $a^2-a+1=3$，得 $a=2$ 或 $a=-1$；由 $a^2-a+1=a$，得 $a=1$.

经检验，当 $a=1$ 时，集合 A、B 中元素有重复，与集合元素的互异性矛盾，所以符合题意的 a 的值为 -1、2.

点评　本题是用列举法给出的集合 B，且 B 非空，否则要特别注意 $B=\varnothing$，另外，要学会用分类讨论的数学思想方法解题.

举一反三

3. 已知集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant5\}$，$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 m 的取值范围.

误区警示

正确理解 0 与 $\{0\}$，$\varnothing$ 与 $\{\varnothing\}$ 的关系.

【案例分析】　下列关系式中正确的个数是 ( )

①$0\subsetneqq\{0,1\}$　②$\varnothing=\{\varnothing\}$　③$\{\varnothing\}\subsetneqq\{0,1\}$

④$\varnothing\in\{\varnothing\}$　⑤$0\subseteq\{0\}$　⑥$\varnothing\subsetneqq\{\varnothing\}$

A. 1个　B. 2个　C. 3个　D. 4个

错解　①②⑤⑥是正确的，故选 D.

正解　①⑤把元素与集合关系错写为集合与集合的关系；②中$\{\varnothing\}$表示以$\varnothing$为元素的单元素集；④是正确的；③显然所含元素不同；⑥是正确的，$\{\varnothing\}$是非空集合. 故选 B.

同步测评

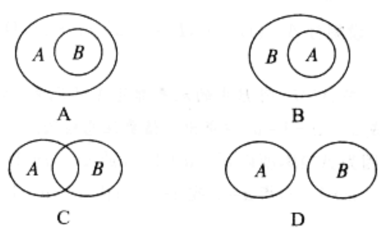
基础巩固

①集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x<3\}$ 且 $x\in\mathbf{N}$ 的非空真子集的个数是　(　　)

A. 16　　B. 8

C. 6　　D. 4

②设集合 $A=\left\{x\mid x=\dfrac{n}{2},n\in\mathbf{Z}\right\}$，$B=\left\{x\mid x=n+\dfrac{1}{4},n\in\mathbf{Z}\right\}$，则下列图形中能表示 A 与 B 的关系的是　(　　)



③下列各组中的两个集合相等的有　(　　)

①$P=\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{x\mid x=2(n-1),n\in\mathbf{Z}\}$；

②$P=\{x\mid x=2n-1,n\in\mathbf{N}^*\}$，$Q=\{x\mid x=2n+1,n\in\mathbf{N}^*\}$；

③$P=\{x\mid x^2-x=0\}$，$Q=\left\{x\mid x=\dfrac{1+(-1)^n}{2},n\in\mathbf{Z}\right\}$.

A. ①②③　　B. ①③

C. ②③　　D. ①②

④设集合 $M=\left\{x\mid x=\dfrac{k}{2}+\dfrac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，

$N=\left\{x\mid x=\dfrac{k}{4}+\dfrac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则　(　　)

A. $M=N$　　B. $M\subsetneqq N$

C. $M\supsetneqq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

⑤设 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-5x+m=0\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}\mid x-3=0\}$，且 $B\subseteq A$，则实数 $m=$________，集合 $A=$________.

⑥设 A、B 为两个集合，下列四个命题：

①$A\nsubseteq B\Leftrightarrow$对任意 $x\in A$，有 $x\notin B$；

②$A\nsubseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$；

③$A\nsubseteq B\Leftrightarrow B\nsubseteq A$；

④$A\nsubseteq B\Leftrightarrow$存在 $x\in A$，使得 $x\notin B$.

其中真命题的序号是________.（把符号要求的命题序号都填上）.

能力提高

⑦已知，$a,x\in\mathbf{R}$，集合 $A=\{2,4,x^2-5x+9\}$，$B=\{3,x^2+ax+a\}$，

(1)若 $A=\{2,3,4\}$，求 x 的值；

(2)若 $2\in B$，$B\subsetneqq A$，求 a，x 的值.

⑧已知集合 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 5\}$，$B=\{x\mid -m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，且 $A\subseteq B$，求实数 m 的取值范围.

拓展延伸

⑨已知三个集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid x^2-ax+(a-1)=0\}$，$C=\{x\mid x^2-bx+2=0\}$，问同时满足 $B\subsetneqq A$，$C\subseteq A$ 的实数 a、b 是否存在？若存在，求出 a、b 所有值；若不存在，请说明理由.

第3课时　集合的基本运算(1)

基础探究

1. 交集：由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合，叫做 A 与 B 的________，记作________，即________________________.

根据交集定义，对于任何集合 A,B，有 $A\cap B$ ________ $B\cap A$，$A\cap B$ ________ A，$A\cap B$ ________ B；特别地，$A\cap A$ ________ A，$A\cap\varnothing$ ________ $\varnothing$.

2. 并集：由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素组成的集合，叫做 A 与 B 的________，记作________，即________.

根据并集定义，对于任何集合 A,B，有 $A\cup B$ ________ $B\cup A$，$A\cup B$ ________ A，$A\cup B$ ________ B；特别地，$A\cup A$ ________ A，$A\cup\varnothing$ ________ A.

互动学案

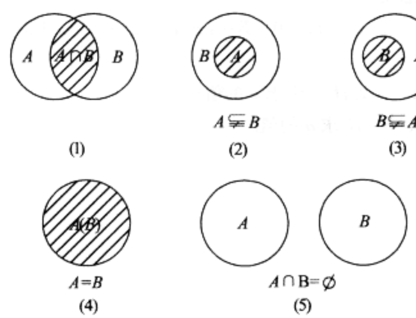
重点突破

1. 交集

(1)交集的符号语言：$A\cap B=\{x|x\in A,且\ x\in B\}$.

(2)$A\cap B$ 定义的实质就是由集合 A 与 B 的所有公共元素组成的集合；当 A 与 B 没有公共元素时，则有 $A\cap B=\varnothing$.

(3)用 Venn 图表示 $A\cap B$ 时的几种情形如图所示.

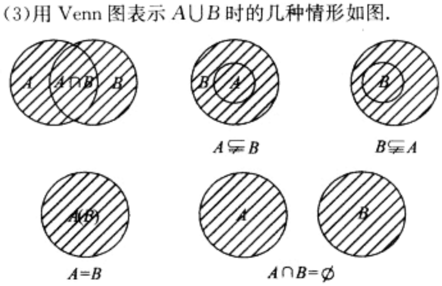


2. 并集

(1)并集的符号语言：$A\cup B=\{x|x\in A 或 x\in B\}$.

(2)$A\cup B$ 定义的实质是把集合 A、B 的所有元素并在一起构成的集合(用互异性，重复的元素只作一个元素).

(3)用 Venn 图表示 $A\cup B$ 时的几种情形如图.



3. 交集与并集的性质：

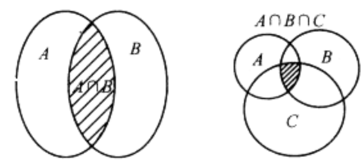
(1)$A\cap A=A$；$A\cap\varnothing=\varnothing$；$A\cap B=B\cap A$；$A\cap B\subseteq A$；$A\cap B\subseteq B$.

(2)$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$；$A\cup B=B\Leftrightarrow A\subseteq B$.

(3)$A\cup A=A$；$A\cup\varnothing=A$；$A\cup B=B\cup A$；$A\subseteq A\cup B$；$B\subseteq A\cup B$；$A\cap B\subseteq A\cup B$.

4. 集合中元素个数的计算

若用 $\mathrm{card}(A)$ 表示集合 A 的元素个数，则有 $\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)$.



类似地有 $\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(A\cap C)-\mathrm{card}(B\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$.

5. 含参数的交、并集问题

(1)意义化：即首先分清集合的类型，是表示数集，点集还是图形；

(2)直观化：借助数轴、Venn 图等将有关集合直观地表示出来；

(3)求出有关集合中方程、不等式的解，不能具体求出的，也应力求将相关集合转化为最简形式．运算时还要注意：①勿忘对空集的讨论；②勿忘集合中元素的互异性；③对于含参数的集合问题，勿忘对所求数值进行合理取舍.

范例点评

题型一　求交集、并集

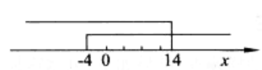
例1　已知集合 $A=\{y|y=x^2-2x-3,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y|y=-x^2-2x+13,x\in\mathbf{R}\}$．求：$A\cap B$，$A\cup B$.

分析　两集合都是函数值域，因此，应先求两函数值域，化简集合，然后再求交、并集.

解　$A=\{y|y=x^2-2x-3,x\in\mathbf{R}\}=\{y|y\geqslant-4\}$.

$B=\{y|y=-x^2-2x+13,x\in\mathbf{R}\}=\{y|y\leqslant14\}$，

将集合 A、B 分别标在数轴上，如下图.



$\therefore A\cap B=\{y|-4\leqslant y\leqslant 14\}$，$A\cup B=\mathbf{R}$.

点评　利用数形结合思想，将满足条件的集合在数轴上一一表示出来，从而求出集合的交集、并集，是必须掌握且熟练运用的. 另外，理解集合的含义是正确解题的前提.

举一反三

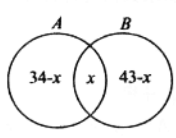
1. 已知集合 $M=\{y|y=x^2+4x-1\}$，$N=\{x|y^2=-2x+3\}$，求：$M\cap N$.

题型二　求交集、并集中元素的个数

例2　某班有学生55人，其中音乐爱好者34人，体育爱好者43人，还有4人既不爱好体育也不爱好音乐，班级中既爱好体育又爱好音乐的有多少人？

分析　本例是一个数学应用题，可将应用问题转化为数学集合问题，把爱好音乐的人组成集合 A，把爱好体育的人组成集合 B，再通过集合间的运算求解.

解　设音乐爱好者的集合为 A，体育爱好者的集合为 B，既爱好音乐又爱好体育的人数为 x，则由题意知，$A\cup B$ 中的人数为51，如图，



由题意知 $(34-x)+x+(43-x)+4=55$.

$\therefore x=26$.

∴该班既爱好音乐又爱好体育的有26人.

点评　解答此类问题要充分利用好 Venn 图，利用 Venn 图求集合的并集、并集中的元素个数时，非常直观、实用，要不断加强数形结合思想在集合中的应用意识.

举一反三

2. 某地对农户抽样调查，结果如下：电冰箱拥有率为49%，电视机拥有率为85%，洗衣机拥有率为44%，只拥有上述三种电器中的两种的占63%，三种电器齐全的占25%，那么一种电器也没有的相对贫困户所占比例为　　(　　)

A. 10%　　B. 12%

C. 15%　　D. 27%

题型三　含参数的交、并集运算

例3　已知 $A=\{2,4,a^3-2a^2-a+7\}$，$B=\{-4,a+3,a^2-2a+2,a^3+a^2+3a+7\}$，且 $A\cap B=\{2,5\}$，求实数 a 的值，并求 $A\cup B$.

分析　由并集元素入手，求出给定系数 a 的可能值，再检验是否符合条件，这也是高考题分类讨论的常用方法.

解　$\because A\cap B=\{2,5\}$，$A=\{2,4,a^3-2a^2-a+7\}$，

$\therefore a^3-2a^2-a+7=5$，解得 $a=-1,1,2$.

当 $a=-1$ 时，$A=\{2,4,5\}$，$B=\{-4,2,5,4\}$，

则 $A\cap B=\{2,4,5\}$，这与已知矛盾；

当 $a=1$ 时，$A=\{2,4,5\}$，$B=\{-4,4,1,12\}$，

则 $A\cap B=\{4\}$，这也与已知矛盾；

当 $a=2$ 时，$A=\{2,4,5\}$，$B=\{-4,5,2,25\}$，

则 $A\cap B=\{2,5\}$，符合题意.

故 $a=2$，此时 $A\cup B=\{2,4,5\}\cup\{-4,5,2,25\}=\{-4,2,4,5,25\}$.

点评　利用交集条件求参数值后要检验集合元素是否相同，以便取舍.

举一反三

3. 设 $A=\{x|x^2+4x=0\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$.

求：(1)若 $A\cap B=B$，求 a 的值；

(2) $A\cup B=B$，求 a 的值.

误区警示

1. 在求两个集合的交集与并集时，如果没有认清集合中元素的属性，则容易导致计算错误.

2. 由 $A\subseteq B$ 判断 A 时易漏掉 $A=\varnothing$ 的情况.

【案例分析】 已知集合 $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{y\mid y=-x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，则 $M\cap N$ 是 ( )

A. $\{0,1\}$　　B. $\{(0,1)\}$

C. $\{1\}$　　D. 以上答案都不对

错解　由已知 $M\cap N$ 得

$\begin{cases}y=x^2+1,\\ y=-x^2+1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=0,\\ y=1.\end{cases}$

故选 B.

正解　由条件可知 $M=\{y\mid y\geqslant1\}$，$N=\{y\mid y\leqslant1\}$，$M\cap N$ 表示由 M 与 N 公共元素组成集合，$M\cap N=\{1\}$，故选 C.

同步测评

基础巩固

①满足条件 $M\cup\{1\}=\{1,2,3\}$ 的集合 M 的个数是 ( )

A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

②已知集合 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{x\mid x=2a,a\in M\}$，则集合 $M\cap N$ 等于 ( )

A. $\{0\}$　　B. $\{0,1\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,2\}$

③集合 $M=\{x\mid -1\leqslant x<2\}$，$N=\{x\mid x\leqslant a\}$，若 $M\cap N\neq\varnothing$，则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $a\leqslant2$　　B. $a>-1$

C. $a\geqslant-1$　　D. $-1\leqslant a\leqslant1$

④设 $A=\{(x,y)\mid y=-4x+6\}$，$B=\{(x,y)\mid y=5x-3\}$，则 $A\cap B$ 为 ( )

A. $\{1,2\}$　　B. $\{(1,2)\}$

C. $\{x=1,y=2\}$　　D. $(1,2)$

⑤设集合 $A=\{x\mid -4\leqslant x<2\}$，$B=\{x\mid -1<x\leqslant3\}$，$C=\left\{x\mid x\geqslant\frac{5}{2}或x\leqslant0\right\}$，则 $(A\cup B)\cap C=$________.

⑥设 M、P 是两个非空集合，定义 M 与 P 的差集 $M-P=\{x\mid x\in M且x\notin P\}$，则 $M-(M-P)=$ ( )

A. M　　B. P

C. $P\cup M$　　D. $M\cap P$

能力提高

⑦已知集合 $A=\{x\mid x^2-2x-3=0\}$，$B=\{x\mid x^2+(a+1)x+a=0\}$，若 $A\cap B=B$，求实数 a 的取值范围.

⑧设集合 $A=\{x^2,2x-1,-4\}$，$B=\{x-5,1-x,9\}$，若 $A\cap B=\{9\}$，求 x 及 $A\cup B$.

拓展延伸

⑨已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid x^2-ax+a-1=0\}$，$C=\{x\mid x^2-mx+2=0\}$，若 $A\cup B=A$，$A\cap C=C$，求实数 a、m 的取值范围.

第4课时 集合的基本运算(2)

基础探究

1. 全集的定义

一般地,如果一个集合____________________________,那么就称这个集合为全集,记作________.

2. 补集

(1)补集的定义

对于一个集合 A,由全集 U 中________的所有元素组成的集合称作集合 A 相对于全集 U 的补集,记作________.

(2)集合表示

$\complement_U A=$________________.

(3)运算性质

$\complement_U U=$________,$\complement_U \varnothing=$________,$\complement_U(\complement_U A)=$________.

互动学案

重点突破

1. 全集的相对性

(1)全集并非是包罗万象、含有任何元素的集合,它仅含有所研究问题中涉及的所有元素,如研究整数,**Z** 就是全集,研究方程的实数解,则 **R** 就是全集.

(2)对于一个给定的集合,全集选择不同,则补集不同.

2. 集合问题大都比较抽象,解题时要尽可能借助韦恩图、数轴或直角坐标系等工具将抽象问题直观化、形象化、明朗化,然后利用数形结合的思想方法使问题灵活直观地获解.

数形结合的思想是数学重要的思想方法之一,数形结合的解题方法的特点是:具有直观性、灵活性、深刻性,并跨越各科的界限,有较强的综合性.

3. 补集思想

对于一些比较复杂、比较抽象、条件和结论之间关系不明朗、难于从正面入手的数学问题,在解题时,调整思路,从问题的反面入手,探求已知和未知的关系,这时能起到化难为易,化隐为显,从而将问题解决.这就是"正难则反"的解题策略,也是处理问题的间接化原则的体现.

这种"正难则反"策略运用的是补集思想,即已知全集 U,求子集 A,若直接求 A 困难,可先求 $\complement_U A$,再由 $\complement_U(\complement_U A)=A$ 求 A.

补集作为一种思想方法,对于我们研究问题开辟了新思路,今后要有意识地去体会并运用,在顺向思维受阻时,改用逆向思维,可能"柳暗花明".从这个意义上讲补集思想具有转换研究对象的功能,这是转化思想的又一体现.

范例点评

题型一 补集定义的应用

例1 设全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$,$A=\{|2a-1|,2\}$,$\complement_U A=\{5\}$,求实数 a 的值.

分析 $\complement_U A=\{5\}$包含三层意义,即 $5\in U$,$5\notin A$,且 $A\subseteq U$.

解 $\because \complement_U A=\{5\}$,$\therefore 5\in U$ 且 $5\notin A$,

$\therefore a^2+2a-3=5$,解得 $a=2$ 或 $a=-4$.

当 $a=2$ 时,$|2a-1|=3\neq 5$;

当 $a=-4$ 时,$|2a-1|=9\neq 5$,但 $9\notin U$.

故 a 的值是2.

点评 理解5的作用是解题的关键.

举一反三

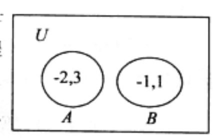
1. 设 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$,$A=\{b,2\}$,$\complement_U A=\{5\}$,求实数 a 和 b 的值.

题型二 交、并、补集的综合运算

例2 设 $U=\{x|0\leqslant|x|<4,x\in\mathbf{Z}\}$,$A=\{x|x^2-x-6=0\}$,$B=\{x|x^2-1=0\}$,求 $\complement_U A$;$\complement_U B$;$(\complement_U A)\cap B$,$A\cup(\complement_U B)$.

分析 先将各集合化简,因为三个集合都是点集,可用韦恩图将集合表示出来,再求解.

解 由 $0\leqslant|x|<4,x\in\mathbf{Z}$,得 x 的值为 $-3,-2,-1,0,1,2,3$,方程 $x^2-x-6=0$ 的解为 $x=-2$ 或 3,方程 $x^2-1=0$ 的解为 $x=\pm1$,所以 $U=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$,$A=\{-2,3\}$,$B=\{-1,1\}$,所以 $\complement_U A=\{-3,-1,0,1,2\}$,$\complement_U B=\{-3,-2,0,2,3\}$.$(\complement_U A)\cap\{-1,1\}=\{-1,1\}$,$A\cup(\complement_U B)=\{-2,3\}\cup\{-3,-2,0,2,3\}=\{-3,-2,0,2,3\}$.



点评 对于列举法表示的几何的交、并、补运算可用韦恩图,对于描述法给出的数集可考虑用数轴求解.