

科技部科技支撑项目 2006BAC02B03 资助
国家自然科学基金项目 40575050

模式设计、数值试验、 数值模拟和有关的研究

廖洞贤 等 著

模式设计、数值试验、 数值模拟和有关的研究

廖洞贤 等 著

气象出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

模式设计、数值试验、数值模拟和有关的研究 / 廖洞
贤等著. —北京：气象出版社，2008. 6
ISBN 978-7-5029-4527-5
I. 模… II. 廖… III. 数值天气预报—文集 IV.
P456.7-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 080855 号

气象出版社出版

(北京中关村南大街 46 号 邮编：100081)

总编室：010-68407112 发行部：010-68409198

网址：<http://cmp.cma.gov.cn> E-mail：qxcbs@263.net

责任编辑：张斌 终审：周诗健

封面设计：王伟 责任技编：都平 责任校对：郝璐

* * *

北京中新伟业印刷有限公司印刷

气象出版社发行

* * *

开本：787×1092 1/16 印张：22 字数：560 千字

2008 年 6 月第 1 版 2008 年 6 月第 1 次印刷

定价：70.00 元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等，

请与本社发行部联系调换

前　　言

这是作者等从 20 世纪 60 年代末到现在所写的关于数值天气预报方面的论文集，内容包括模式设计、数值试验、数值模拟和有关大气动力学等的研究。其中大部分是已发表的，少部分尚未发表过。论文集的中心是模式设计，讨论了模式设计的原则和方法、其各部分之间的协调等；还讨论了静力模式和非静力模式的优缺点及其存在的问题，并对 7 种不同的模式进行了能量分析，特别对经向能量和纬向能量以及垂直能量和水平能量之间的转换进行了分析；对非静力模式中的大量级差问题、基本态问题、模式分辨率的确定、水平和垂直变网格的构造、计算方法、对称和非对称运动等进行了研究。还设计了全球原始方程 3 维谱模式和以随时空而变的基本态为背景的有限区非静力模式。

论文集的出版得到了科技部科技支撑项目 2006BAC02B03 和国家自然科学基金项目 40575050 的资助，谨表示感谢！

愿论文集对从事数值天气预报方面的工作者或有关工作者有一定参考价值。

廖洞贤

目 录

I、模式设计和模式试验

论大气模式的设计.....	(3)
对设计大气数值动力模式的建议.....	(14)
Design of a Three-Dimensional Global Adiabatic Spectral Primitive Equation Model	(19)
一个全球三维多层原始方程非绝热谱模式的试验.....	(36)
一个在基本态变量随时空而变的背景下设计的有限区非静力模式方案.....	(39)

II、能量分析

在 g 是高度的函数的情况下对有限区静力模式的能量分析	(55)
一个有限区中一 γ 尺度完全可压缩非静力模式的能量分析	(63)
对 7 个静力、非静力模式的能量分析和比较.....	(71)

III、分辨率

再论水平和垂直分辨率之间的协调.....	(85)
大气数值模式空间分辨率的确定方法.....	(94)
大气原始方程（静力）模式的水平和垂直分辨率.....	(105)
数值天气预报中的“大量级差问题”和解决问题的可能途径.....	(111)

IV、大气对称和反对称运动以及有关的数值试验和数值模拟

正压过滤模式大气中的对称运动和非对称运动.....	(123)
大气对称运动和反对称运动的物理性质以及它们之间的能量转换.....	(132)
热带平流层低层的对称运动和反对称运动.....	(143)
对多层次原始方程模式的合理性分析.....	(153)
一个分析大气谱模式的合理性的定性方法.....	(163)
对 1991 年全球越赤道气流的分析和数值模拟	(173)

V、变网格和变网格的设计

关于地图投影直角坐标变网格的研究.....	(183)
关于全球变网格多层次非静力模式的研究.....	(188)
两个水平网格（混合网格和全变网格）的设计和计算.....	(192)
两个垂直变网格的设计 I：全变网格	(201)

两个垂直变网格的设计Ⅱ：混合网格 (211)

VII. 计算方法

一个适于数值天气预报的分解平流格式 (221)

两种在有限区域内进行2-维谱展开的方法 (232)

确定Fourier展开式最佳截断项数的探讨 (238)

分解算法中的两个问题 (252)

Problems Existing in the Vertical Discretization of the Hydrostatic Equation and

Improvement Tests (260)

论大气模式的垂直离散（I）——存在问题、资料处理、坐标和基函数的选择 (268)

论大气模式的垂直离散（II）——垂直离散 (276)

Tschebyscheff函数在大气模式垂直离散问题中的应用 (282)

大气模式垂直离散的比较研究 (288)

一个加热过程的时间积分方案 (298)

VIII. 其他

切变涡度和曲率涡度在正压大气中的相互转化及其在天气预报中的应用 (303)

论半球预报的水平侧边界条件 (309)

关于取垂直坐标的问题 (314)

论当前大气静力动力模式中存在的若干问题 (316)

关于尺度分析的三个问题和尺度分析 (323)

中尺度非静力模式中常用气压分离技术的研究 (329)

在大气运动中考虑重力加速度空间变化的问题 (338)

I 、模式设计和模式试验

论大气模式的设计^{*}

廖洞贤

(国家气象中心, 北京 100081)

摘要: 文中提出了设计大气模式的原则, 包含有可能达到目的的有关制约大气过程的物理因子和物理机制; 模式整体性质合理; 计算稳定、精确; 有合适的网格和分辨率; 适当的计算域和模式各部分之间协调。分别对它们进行了讨论。最后, 特别强调了设计目的和模式的一致, 还对各不同预报模式中所考虑的因子、物理过程的相对重要性进行了讨论。

关键词: 模式设计 整体性质 物理过程 协调性

1 设计的目的

所谓大气模式设计, 是指利用描写大气运动和大气性质的完全的基本方程组, 根据实际情况, 针对我们制作某种数值预报或数值模拟的目的进行简化, 使之成为便于应用的数学模型的过程。模式设计是一个庞大的系统工程, 设计应当紧紧围绕目的进行。只有这样, 所设计的模式才能发挥效力, 起到应有的作用。比如, 我们要设计一个能预报东亚地区 24 h 降水的模式, 设计时就应当考虑到: 这个模式能预报出造成降水的天气系统的发生、发展及其位置, 从而准确地预报出其相应的降水区及其强度。对于这种预报, 我们可以不考虑第二代系统的发生和发展以及环流的季节变化等。由于目的明确, 模式中所考虑的物理因素和机制有所侧重, 即使并不完善, 但只要能达到目的就足够了。也就是说, 我们应当根据设计目的, 突出本质的、所侧重的因子, 使其能充分地、恰如其分地起到作用, 而对于其他因子则可以少考虑或不予考虑。

2 设计的原则

针对设计的目的, 按照完全的基本方程组, 我们可以应用大气动力学、热力学和有关的数学物理方法来设计大气模式。但是, 如果要使设计的目的能完满地达到, 则还需要遵循如下的原则:

- (1) 模式包含有可能达到目的的有关制约大气过程(如环流过程和天气过程等)的物理因子和物理机制;
- (2) 模式整体性质合理;
- (3) 计算稳定, 精确;
- (4) 有合适的网格和分辨率;
- (5) 有合适的计算域;

* 原发表于《气象学报》, 1999, 57 (5): 513-524。

(6) 模式各部分之间协调。

为了能较细致地了解并应用上面的原则，下面将逐条进行讨论。

3 制约大气过程的物理因子和物理机制

我们将大气过程分为大尺度运动和中尺度运动来进行讨论。

3.1 大尺度运动

所谓大尺度运动，本文是指天气尺度以上的运动，其中包括超长波系统和天气尺度系统。对于这种运动，可以采用静力近似。按数值预报和数值模拟一般的划分，可以分为短期、中期和长期天气预报 3 种。

3.1.1 短期天气预报

短期预报时段小于或等于 48 h。控制这个时段的环流和天气的系统主要是天气尺度的系统。考虑到一般天气过程的平均周期约为 6 d^[1]，它比短期预报（或模拟，以下同）的时段长，因而，只能预报天气系统发展的某一阶段，如发生、发展、维持或消弱的阶段，或其中两个阶段之间的变化。

在天气系统发生、发展阶段，扰动动能增长的条件是重要的。虽然正压不稳定可以导致平均动能向扰动动能转换，但除热带地区外，一般远不及斜压不稳定导致的扰动有效位能向扰动动能的转换大。所以，模式应当是斜压的，并应当恰当地描写这些转换。在热带地区，正压不稳定在发展阶段是重要的；在发展阶段，CISK 机制是重要的。至于耗散作用，从系统一开始相伴而生，并随发展而增大，从而抑制其发展；在发展和耗散作用相平衡时，系统维持，以后随发展作用的减小，以至被耗散作用超过时系统消弱。这些过程说明，作为预报模式，发展机制和耗散机制都应当包含在模式之内。

非绝热和地形作用也很重要。Nitta 等^[2]指出，与潜热释放相结合的斜压强迫对气旋的发展，远比单纯的斜压不稳定作用大。这时，扰动发展的能量不仅有来自扰动有效位能的释放，使扰动增长率增加，而且凝结潜热的释放也制造扰动位能，使所能转换的扰动动能增大。

至于地形作用，众所周知，背风坡容易产生气旋，这是明显的例证。考虑新生波，锋生和水汽集中与非线性作用关系密切，在预报新生系统——锋面气旋和暴雨时，应对其作用给予足够的关注。

如果预报天气，模式还应包含较完善的物理过程。其中最重要的是稳定性凝结、积云对流与边界层湍流交换，其次是辐射和云等。如果所关注的是热带地区，则积云对流最重要。

3.1.2 中期天气预报

中期预报时段一般是指 2 d 以上至 10 d 左右，在这个时段，控制系统主要是超长波和天气尺度的波。这个时段比天气系统的平均周期长，因而，预报不仅需报出天气系统的全过程，而且要报出第二代天气系统的发展。这样就需要报出大环流型和高低环流指数的维持和转换^[3]，这些环流型包括超长波和与之相当的副热带高压、阻塞高压等。它们的维持可以造成某些天气过程的重复出现，它们的转换可以造成某些天气过程的结束和显著变化。因而，对它们的预报是中期预报成败的关键。研究表明：它们的演变和加热中心、地形和气流的相对位置和分布有关。这样，就要求准确地描写外力强迫，特别是一些持续时间较长的外力强迫，如海气之间的感热交换和大地形等。而且，流场和地形、加热和地形作用之间的

非线性作用^[4]也很重要。之所以如此，是因为地形引起的上升气流，如引起降水，其释放的潜热会使气温和位能增加、密度变小，通过能量转换的非线性作用使动能增加、环流加强，从而又可能使地形作用加强。也可能因加热使温度场改变，通过 $RT\nabla \ln p_s$ 使流场发生变化。

预报出了大环流型或高低指数，只解决背景预报问题，要制作具体的预报，还需要有天气尺度系统和天气的预报。因此，短期天气预报模式所考虑的物理因子和机制，原则上在中期预报模式中也应考虑。

3.1.3 长期天气预报

长期天气预报的时段一般是指一个月至一个季度。这个时段比一般确定性预报可预报期的上限要长，因而，作为初值问题，像中、短期预报那样用数值方法预报具体的天气系统有困难。在现有水平下，至少是行不通的。但是，就不同尺度的波来说，其可预报期是不同的，超长波最长，短波最短^[5]。由于天气尺度的波和短波都是行进波，与其相伴的预报误差，对固定地点来说，是随时间正负相间出现的，而超长波则持续时间长。在这种情况下，如果提供的不是逐日预报，而是预报时段或预报期内几个时段的平均，则可预报性会大大增加。不过，由于超长波的振动周期为 10 天左右，长的可达 2~3 周，它和天气尺度系统的平均周期都比一个月小，不到一个数量级。尽管经过平均，这种预报在相当程度上仍带有超长波和天气系统的特性，持续时间较长的系统或盛行的天气波群可能起到决定性的作用。因此，超长波、阻塞高压等仍是主要的预报对象，而季风期内的低频振荡、南北半球的相互作用等则更是必须考虑的。此外，根据试验，月、季预报和初始条件有关^[1]，只是由于初值的衰减作用，影响不如短期预报那样大而已。另一方面，持续时间较长的外强迫，如大地形、海气之间的感热和水汽交换、冰雪覆盖等的作用可以很充分地影响上述系统的演变，因而，它们应比在中期预报情况给予更多的注意。如果条件许可，应把海气之间的交换等包括在预报范围内，这样就需要用大气、海洋和陆面的耦合模式。必须指出，这种预报由于积分时间长，要特别注意加热和耗散之间的准平衡，否则容易出现系统性的误差。

3.2 中尺度运动

众所周知，中尺度运动牵涉的范围很广，包括从尺度为 2 km 到 2500 km 的运动^[5]，大小相差 3 个数量级。如细分还有中- α 尺度（2500~250 km），中- β 尺度（250~25 km）和中- γ 尺度（25~2.5 km）*。如预报和模式的针对性较强，模式设计也应区分。关键问题是垂直运动方程的处理。如果我们侧重深厚系统（如深对流等）引起的天气过程，我们不妨把特征垂直尺度 L_z 和大气标高 H 均取作 10^4 m，针对中- α ，中- β 和中- γ 尺度运动，分别用 10^6 m， 10^5 m 和 10^4 m 作为特征水平尺度 L ，据 Pielke^[6]，以垂直气压梯度力为 1，则垂直运动方程各项的数量级如下所示。

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\Omega u \cos\varphi \quad (1)$$

	$\frac{u^2 L_z H}{L^2 RT}$	1	$\frac{gH}{RT}$	$2\Omega u \frac{H}{RT}$
中- α	10^{-7}	1	1	10^{-4}
中- β	10^{-5}	1	1	10^{-4}
中- γ	10^{-3}	1	1	10^{-4}

* 中- α 尺度、中- β 尺度、中- γ 尺度规定名为 α 中尺度、 β 中尺度、 γ 中尺度，下同。

其中水平特征速度 U , $2\Omega \cos\varphi$, R , T , g 各取作 10 m s^{-1} , 10 s^{-4} , $287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$, 300 K 和 10 m s^{-2} , 可见, 对于中- α 和中- β 尺度, 可以采用静力近似; 对于中- γ 尺度, 可以采用方程:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (2)$$

但是, 作为预报问题, 由于在计算域内, 随着流场、温压场和静力稳定度等的变化, 静力近似的程度也会发生变化, 作为中- β 以下的模式, 描写垂直运动的方程仍以采用式(1)为宜。在这种情况下, 在水平运动方程中的 $\hat{f}\omega$ 也应考虑, 否则能量不守恒。这时, 水平运动方程应当是

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv - \hat{f}w \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu \quad (4)$$

其中 $\hat{f} = 2\Omega \cos\varphi$ 。

在静力近似和非静力近似下, 大气波动的物理性质可以有较大的差异: 在后一近似下重力惯性内波的频率总不大于 Brunt-Vasala 频率, 而在前一近似下却可以超过, 会出现虚假的高频振荡^[7]; 而且, 其传播速度和群速度也不相同。非静力近似可以描写垂直气压梯度力和重力之间的不平衡和浮力等引起的垂直加速度, 而静力近似则不能。

至于预报天气, 仍需要设计湿模式, 特别要包含积云对流。不过, 除对中- α 尺度运动可以采用参数化方法以外, 由于积云尺度和中- γ 尺度相近, 对这种尺度参数化很不恰当; 即使对于中- β 尺度运动, 由于尺度接近, 次网格随机过程不明显, 也给参数化带来困难。为此, 近年来很多人用显式方法或部分显式方法, 把一些参数或云的特征通过描写积云对流的方程确定, 并把在云物理过程中的水汽、云水和冰晶等作为预报量处理。另一方面, 参数化高度依赖于尺度差, 尺度差越大, 次网格随机过程越明显, 参数化才可能可靠。这些都是在选用物理过程参数化时应当注意的。此外, 地形、日变化、下垫面状态等对局地天气的影响很大, 也应给予充分的注意。

4 整体性质

模式设计好以后, 鉴别其是否合理的一个方法是看它是否符合完全方程组所表达的物理规律。但是, 由于模式方程组往往是在它的基础上简化而来的, 要它完全符合其物理规律几乎是不可能的。我们只能要求模式方程组能表达完全方程组所表达的某些主要的物理规律。比如, 就整个大气来说, 某些重要的物理量没有虚假的生灭等。在计算时, 还要求在离散情况下这些物理规律也能满足。

现在, 我们把描写大气运动和性质的完全方程组和静力近似下的一些重要的大气整体性质写在下面, 以便讨论^[8]。

4.1 完全方程组

4.1.1 总质量守恒

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_C \int_{z_i}^{\infty} \rho dz dA = 0 \quad (5)$$

其中 G 表示全球面, dA 是面积元素, z_s 是地面海拔高度。

4.1.2 总能量守恒

$$\frac{\partial}{\partial t}(P+K) = \int_G \int_{z_s}^{\infty} \rho (\mathbf{V}_3 \cdot \mathbf{F} + Q) dz dA \quad (6)$$

而

$$\frac{\partial}{\partial t} K = - \int_G \int_{z_s}^{\infty} \left(\rho g w + \frac{p}{\rho} \frac{dp}{dt} - \rho \mathbf{V}_3 \cdot \mathbf{F} \right) dz dA \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} P = - \int_G \int_{z_s}^{\infty} \left(\rho g w + \frac{p}{\rho} \frac{dp}{dt} + \rho Q \right) dz dA \quad (8)$$

其中 \mathbf{V}_3 , Q , \mathbf{F} 表示 3 维风速、非绝热加热和耗散力, K , P 各表示大气总动能和总全位能,

$$K = \int_G \int_{z_s}^{\infty} \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) dz dA \quad (9)$$

$$P = \int_G \int_{z_s}^{\infty} \rho (c_v T + gz) dz dA \quad (10)$$

4.1.3 总绝对角动量守恒

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_G \int_{z_s}^{\infty} \rho M dz dA = \int_G \int_{z_s}^{\infty} \left\{ - \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \rho a \cos \varphi \cdot F_\lambda \right\} dz dA \quad (11)$$

其中 $M = a(a\Omega \cos \varphi + u) \cos \varphi$, F_λ 是 F 沿 λ 方向的分量。

4.2 静力近似的原始方程模式方程组

4.2.1 总质量守恒

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_G p_s dA = 0 \quad (12)$$

4.2.2 总能量守恒

$$\frac{\partial}{\partial t} (P_\sigma + K_\sigma + P_s) = \int_G \int_0^1 \frac{1}{g} (\mathbf{V} \cdot \mathbf{F} + Q) p_s d\sigma dA \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} P_s &= \int_G z_s p_s dA \\ P_\sigma &= \frac{1}{g} \int_G \int_0^1 c_p T p_s d\sigma dA \end{aligned} \quad (14)$$

$$K_\sigma = \frac{1}{g} \int_G \int_0^1 \frac{1}{2} (u^2 + v^2) p_s d\sigma dA \quad (15)$$

\mathbf{V} 是水平风速, p_s 是地面气压, 而且

$$\frac{\partial}{\partial t} (K_\sigma + P_s) = - \frac{1}{g} \int_G \int_0^1 p_s \alpha \omega d\sigma dA + \frac{1}{g} \int_G \int_0^1 p_s \mathbf{V} \cdot \mathbf{F} d\sigma dA \quad (16)$$

$$\frac{\partial P_\sigma}{\partial t} = \frac{1}{g} \int_G \int_0^1 p_s \alpha \omega d\sigma dA + \frac{1}{g} \int_G \int_0^1 p_s Q d\sigma dA \quad (17)$$

如果采用有效位能, 在绝热无耗散和气压沿等熵面的平均值 \hat{p} 随时间变化为零的条件下还有

$$K_\sigma + A_\sigma = \text{常数}$$

其中 $k = R/c_p$, p_0 是标准海平面气压。

$$A_\sigma = \frac{c_p p_0^{-k}}{g} \int_G \int_0^1 (p^k - \hat{p}^k) \theta p_s d\sigma dA \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_G \int_0^1 M p_s d\sigma dA = - \int_G \int_0^1 \left(\frac{\partial \theta}{\partial \lambda} + \frac{RT}{p} \frac{\partial p}{\partial \lambda} - a \cos \varphi \cdot F_\lambda \right) p_s d\sigma dA \quad (19)$$

从上面式 (5) — (17) 和 (19) 可以看出：除质量守恒外，所有的守恒性都要求其右端项为零，如式 (6)、(11)、(13) 和 (19)。而且在静力近似下， K_σ , P_σ 定义和 K , P 的定义并不相同，值得注意。

5 计算稳定性和精确度

模式需要计算，而只有计算稳定才有意义，否则一切都无从谈起。计算稳定性可以从时间积分方案看出。常用的时间积分方案有 4 种，即蛙跃格式、半隐式格式、分解算法和半拉格朗日法，现分别进行讨论。

蛙跃格式简单、直观，但受到计算稳定性判据的限制较严，需取较短的时间步长，计算量较大，还有计算解出现，需进行时间滤波。半隐式格式受到的限制较小，可以取几倍于蛙跃格式的时间步长，在谱模式中应用特别方便；但在计算 Helmholtz 方程的有关项中不便考虑水汽对虚温的贡献，且快波项的时间截断误差也较大。分解算法近年来有较大发展，不仅用在静力模式，也用在非静力模式，而且已从分解方程的方法发展到不分解方程而仅在同一方程中针对不同过程采用不同时间步长的方法，其物理意义明确；但方程中有不稳定解，需采取一些措施，如“辐射阻尼”和“时间滤波”等才能克服。半拉格朗日法计算稳定，没有非线性不稳定，能突破 CFL 判据的限制，特别是和半隐式格式相结合后允许取大时间步长；但在现有的方案中，能较好考虑整体性质，特别是平方守恒性质的还较少，而且在山区的预报也较差，需采用非中心差分才能加以改善。总之，这些方法都各有其优缺点，都有待进一步提高。应用时应根据具体情况选用。近年来，季仲贞、王斌、曾庆存曾设计出“完全平方守恒格式”，在显式情况，也可以达到完全平方守恒，是一个很有希望的方法，值得注意^[9]。

此外，对于谱模式，为了避免混淆导致的非线性不稳定，在三角截断时常令纬圈网格点数 N_λ 和经圈网格点数 N_φ 满足不等式

$$N_\lambda \geq 3M + 1 \quad (20)$$

$$N_\varphi \geq \frac{1}{2}(3M + 1) \quad (21)$$

以滤去易引起混淆的短波。其中 M 是纬圈方向的最大波数。但是，在垂直方向一般仍用差分，也没有做和水平方向类似的处理；只有用 Tschhebyshev 多项式作垂直展开的谱模式才采用^[10]

$$N_\sigma \geq \frac{1}{2}(3L - 2) \quad (22)$$

滤波。这里 N_σ 是模式的层数， $L - 1$ 是最大多项式阶数。

必须指出：虽然到目前为止，计算稳定性问题已在很大程度上得到解决，但问题并没有彻底解决，在有些情况下仍然有不稳定出现^[11]。因此，在模式初步设计好以后，还应当通过多个例子的试验，在理论指导下选取最佳时间步长。

还必须指出：计算稳定和保持整体性质和完全方程组的一致，是我们所希望的；但是不应当忘记，预报的目的在于报准天气，提供精确的预报。所以，计算精度很重要，任何时候都不可忽视。我们不能盲目追求大时间步长，以节省计算量；也不能用强加的方法追求整体性质的一致（如 Sasaki 用变分方法调整预报量，使之满足能量守恒的约束等）而牺牲预报量的精度。我们应当在高精度的条件下，力求整体性质的一致并适当加大时间步长。

6 网格和分辨率

任何模式都要经过离散才能计算，因而，需要网格设计。计算精度和网格分辨率有关，模式中所能分辨的波因网格而异；而且，网格不同，预报量的配置也不同，所能采用的计算方法也受到限制。

下面我们将依次就在天气学和计算精度方面的考虑，以及垂直分辨率和水平分辨率之间的协调等进行讨论。

6.1 天气学和计算精度方面的考虑

任何一个模式其网格不可能分辨大气中所有的波，其可分辨的是有限的。对一个长宽几千米的区域模式来说，在水平面上，它可分辨的最长波小于超长波，最短的为天气尺度的短波。前者受到计算范围的限制，而后者则可以从预报的需要来考虑。一旦可分辨的最短波长决定，即可以从计算的精度出发来设计网格的分辨率。在这方面，很早已有结论：要取得梯度和波速 93% 以上的计算精度，网格距应小于最短波长的 $1/10^{[9]}$ 。在考虑资料误差的情况下，网格距还可以稍大。^①

在垂直方向，Kasahara 指出：垂直分层数 $N_v < 20$ 时，不稳定性增长和相速度对 N_v 很敏感，只有在 $N_v > 20$ 时，两者随 N_v 的变化才不大。至于模式顶高度，根据张可苏的研究，要表示好超长波 1 波，须取在 10 hPa 以上，最好在 0.01 hPa。

6.2 水平分辨率和垂直分辨率的协调

在大气问题的偏微分方程中，除水平微商外，一般还有垂直微商和时间微商，如果都用差商表示，则因时间截断误差一般很小，方程总的截断误差取决于水平和垂直截断误差的大小和它们的符号。如果提高水平分辨率，以致其相应项的截断误差远小于方程的垂直截断误差，方程总的截断误差不一定降低，因而不可能改善数值解的精度。看来，只有在水平截断误差是总截断误差的主要部分时，单纯提高水平分辨率，才能达到减少总截断误差、改善数值解的精度的目的；否则，一般在提高水平分辨率的同时，也应该提高垂直分辨率。

针对平流方程，如水平和垂直微商均用中央差代替，而时间微商不变，在计算域面积不变的约束下，可以求得总截断误差的平方极小的最优的 Δz 和 Δx 的关系^[12]，即

$$\Delta z_{(2)} = \sqrt{\frac{U}{W}} \left(\frac{L_z}{L_x}\right)^{\frac{3}{2}} \Delta x \quad (23)$$

其中 L_x, L_z 各是 x 和 z 方向的波长；下标 (2) 表示 2 阶差商； U, W 各是沿 x 和 z 方向的基本速度。对于任意 q 阶差商的情形还可以得到和式 (23) 相似的结果，即

^① 这是只从单波来考虑的结果。作为网格其主要对象是模式，应当针对一定模式设计分辨率。

$$\Delta z_{(q)} = \left(\frac{U}{W}\right)^{\frac{1}{2q}} \left(\frac{L_z}{L_x}\right)^{\frac{2q+1}{2q}} \cdot \Delta x \quad (24)$$

如令 $q \rightarrow \infty$, 并令 $\Delta Z_{(q)}$ 的极限为 ΔZ , 则

$$\Delta z = \frac{L_z}{L_x} \Delta x \quad (25)$$

这说明在水平分辨率增加时, 垂直分辨率也应增加, 它们之间的比正比于垂直和水平波长之比。当然, 这只是单波的情况, 但可以利用式 (25) 和最短水平波长与最短垂直波长之比由 Δx 决定 Δz 。不过在实际工作中, 由于模式方程组的复杂性, Δx 和 Δz 之间的关系不可能像式 (25) 那样简单, 但用它作参考, 通过试验决定还是可以的。根据研究, 垂直分辨率对天气形势演变的影响没有水平分辨率那样大, 但前者对斜压带和次级环流的结构的确有正的影响。而且, 水平和垂直分辨率的影响是叠加的^[13]。

不过, 为了较好地表示地表通量和模拟地表边界层, 以及平流层中某些气象要素大的变率, 很多气象中心都采用不等距分层, 使边界层和平流层的分辨率较大, 而对流层中部较小。研究指出: 只有充分的垂直分辨率的模式才能正确地研究准定常超长波的机制^[1]。也有人指出: 增加平流层垂直分辨率有助于改善 15 d 左右对流层的低频变率, 描写好平流层和对流层的局地相互作用^[14]。

7 计算域

模式设计不同, 计算域应该有所不同。为了方便, 我们不妨按不同的预报时段来讨论。

7.1 短期预报

这时, 计算域可以是有限区。

考虑气象要素主要按基本气流传播^[15], 如基本气流速度为 10 ms^{-1} , 则预报中心区域距边界至少应大于 1700 km, 在 48 h 内中心区域预报才不会受边界误差的影响, 也就是说, 计算域长宽应大于 3400 km; 考虑天气实际, 东西长度还应大于南北长度。考虑在急流出现时, 基本气流速度远大于 10 m s^{-1} , 为了稳妥, 这个范围还应当扩大。这样的计算域, 对短期预报起主要作用的天气尺度系统虽然能充分表示, 但超长波却无法分解, 因而, 也就不能恰当地考虑它的作用。这样, 在大气环流型或环流指数有突然变化时, 预报准确率会受到影响。不过, 在作嵌套网格预报时, 这个问题会得到缓解。

7.2 中期预报

这时, 超长波的预报很重要, 计算域应为全球, 至少为半球。不过, 在半球的情况下, 南北半球环流相互作用的影响无法考虑, 这对于中国夏季南方暴雨、台风和季风的预报是不利的, 是一个缺点。

7.3 长期预报

计算域应为全球。

7.4 中尺度预报

如预报时段不大于 12 h, 计算域长宽最好不小于 1000 km, 为了稳妥还应再大些。

8 模式各部分之间的协调

模式虽然由动力框架和物理过程等许多部分组成, 但它是一个整体, 应力求在物理上和

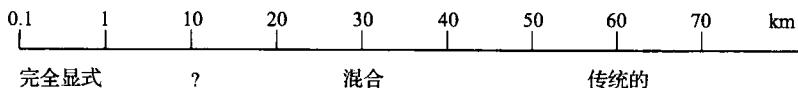
数学上协调，譬如，在动力框架各部分之间，在动力框架和物理过程之间，在各物理过程之间等等。下面我们分别对它们进行讨论。

8.1 动力框架各部分之间的协调

在动力框架中，各部分是相互联系又相互制约的。譬如，在静力模式中，静力方程沿垂直方向积分的误差会引起水平气压梯度的计算误差，又会导致绝对角动量的虚假变化；另一方面，静力方程的离散又和能量有关，会影响能量的守恒性。Arakawa 等研究了能保持能量守恒的静力积分公式^[16]，Simmons 等研究了可以避免虚假绝对角动量增长的同类公式和水平气压梯度力的表达式^[17]，两者都可以作为参考。不过，Arakawa 等构造的公式精度较差^[18]，是一个缺点，而 Simmons 就注意到这一点，因而精度较高。

8.2 动力框架和物理过程之间的协调

物理过程受到动力框架部分许多预报量和参数的影响。在边界层中，要描述好与垂直离散有关的物理过程，如垂直扩散等，需要较高的垂直分辨率和精度较高的计算方法。虽然，很多模式在边界层的分辨率都很高，但计算垂直扩散的方法很差，精度只达到一阶。这是亟待改进的。根据研究，积云对流对分辨率的依赖性也很大。Molinari 建议用下图所示关系处理凝结问题^[19]。



(横坐标是网格距；“完全显式”指不管稳定性如何都用显式方法；“混合”指介于两者之间，如对上升流和下降流参数化，而对其他用显式方法等；“？”指不肯定；“传统的”指只在对流不稳定点，用积云对流参数化，在对流稳定点用非参数化凝结法。)

又如计算中常有所谓“负水汽”问题，这是计算方法和水汽平流过程之间的不协调。近十几年来，经过大量研究，已有一些有效的方法问世，并为不少气象中心所采用，但他们的工艺性太强，也较繁琐，用在球坐标的极点附近，尚有不少问题^[20]。

8.3 物理过程之间的协调

当前常用的许多物理过程，大多是单独提出的。在提出的过程中，有时未考虑其他物理过程的需要以及他们之间的相互联系。因此，在选用这些过程时需要小心，务使所选用的物理过程彼此协调，否则将产生严重误差。譬如，大尺度凝结和对流降水就是如此。显然，对于单纯的对流降水，而网格点又满足大尺度凝结条件时，水汽凝结量就可能重复计算；这时，我们应区分凝结是稳定性的还是对流性的；如属于后者，则大尺度凝结方案应不予计算。

9 结束语

从上面可以看出：尽管模式各式各样，但它们都有许多共同的地方。例如，它们所用的基本方程是相同的，计算方法是相似的，特别是长、中、短期预报模式，很多都是在静力近似下的含有线性和非线性项的原始方程模式，其物理过程也有许多相似之处，但是针对不同的目的，各模式又各有所侧重。为什么长、中、短期预报模式方程都是含有线性和非线性项的原始方程而不是线性化方程？之所以如此，是因为线性化方程只有在初始时刻附近才是正确的，一旦波幅增大到相当程度，原被略去的项就可能和线性项相