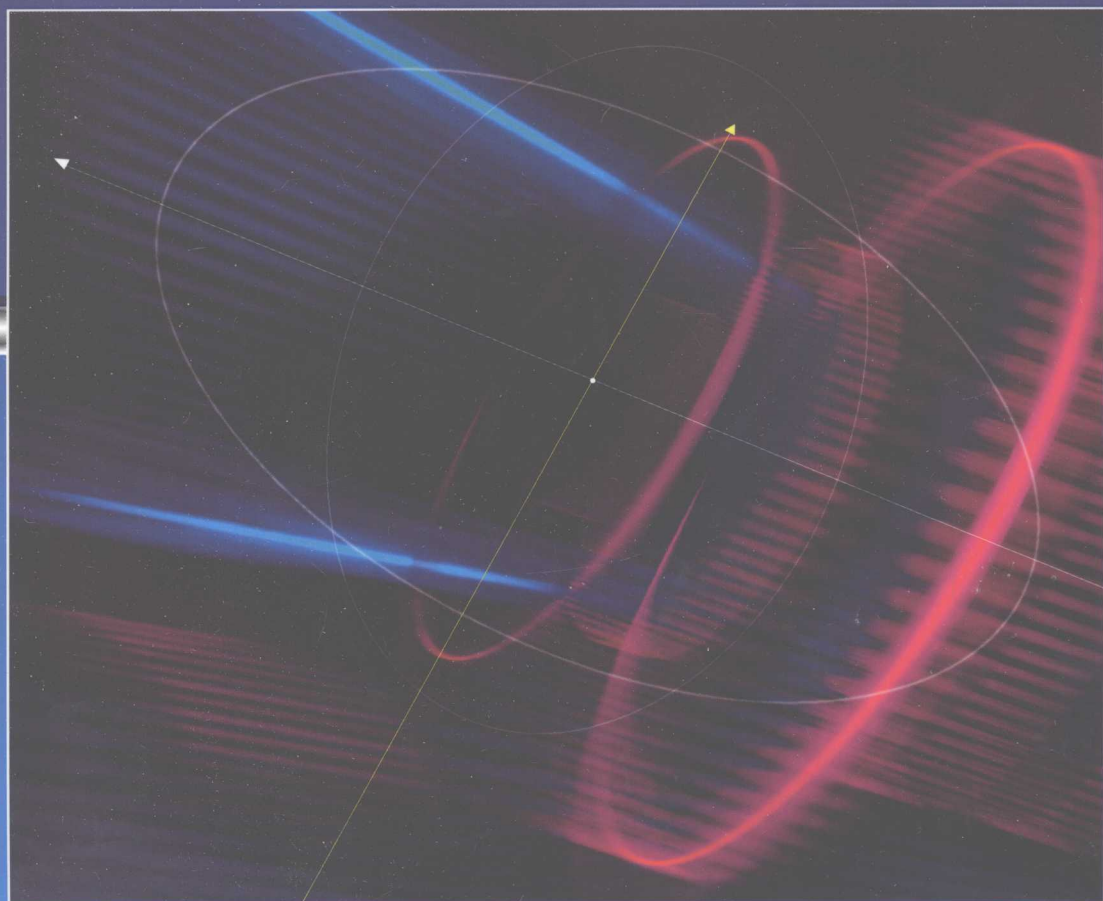


中等职业教育规划教材

应用数学

YINGYONG SHUXUE

周志新 主编



化学工业出版社

中等职业教育规划教材

应用数学

周志新 主编



化学工业出版社

· 北京 ·

本书是根据机械装备制造业中等职业技术学校培养目标及现阶段中等职业技术学校入学新生实际数学知识水平的总体状况,本着“够用、实用、适用”的原则编写而成的,在内容安排上,注重突出基础知识和基本技能,同时兼顾培养学生基本的数学思维方法。

全书共七章,包括数的初级运算、简单方程与方程组、函数、向量初步、复数、规范的几何形体计算、曲线与方程初步等内容,通过学习,可以使学生学习到生活、生产中必需的数学知识和数学技能。

本书可作为中等职业技术学校机械装备制造业的学生教材,也可供相关专业技术人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

应用数学/周志新主编. —北京:化学工业出版社,
2008.7

中等职业教育规划教材

ISBN 978-7-122-03420-5

I. 应… II. 周… III. 应用数学-专业学校-教材
IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 110425 号

责任编辑:王金生 石磊

文字编辑:孙凤英

责任校对:陶燕华

装帧设计:张辉

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)

印刷:大厂聚鑫印刷有限责任公司

装订:三河市延风装订厂

787mm×1092mm 1/16 印张 9¼ 字数 222 千字 2008 年 10 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询:010-64518888(传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

定 价:17.00 元

版权所有 违者必究

前 言

根据机械装备制造业中等职业技术学校培养目标及现阶段中等职业技术学校入学新生实际数学知识水平的总体状况,本着“够用、实用、适用”的原则,结合中等职业技术学校应具有的教学模式特点,编写了这本机械装备制造业中等职业技术学校使用的《应用数学》教材。

教材在正确把握数学课在机械装备制造业中等职业技术学校教学体系中的地位、客观地分析学生未来就业与发展需要的基础上,内容安排注重突出基础知识和基本技能,同时兼顾培养学生基本的数学思维方法。

根据在生产和生活中经常进行非整数计算的现实,为培训学生非整数计算的能力和“耐心”,在例题与习题中,特意设计了部分非整数计算。作为教师,在教学过程中,不应回避。

教材对定理、公式的推导没有过多的交代,而是突出应用;对内容的设计,也没有传统的系统性。其意在“应用”。教师在教学中亦应注意。

由于学生基础知识上的不足,可能会出现数学知识应用上的困难,所以教材中对某些例题,设计了解前的相关分析部分。教师在讲授时,不应忽略。

遵从中等职业技术学校学生的认知规律,以学生“乐学、能学”为目标,在教学中应做到以下几点。

(1) 讲授时,不受教材例序所束,及时调补生产与生活中鲜活的例子,将抽象的理论知识具体化、形象化,使学生能比较深刻地理解教学的内涵。

(2) 课堂上给学生较多的数学技能训练时间,以保证学生当堂领会、消化知识、掌握基本要领。

本书共七章,按 168 课时设计(其中授课 154 课时,习题课 14 课时)。理论课时相对宽裕,为的是给学生以较多的课堂基本数学技能培训。在实际教学中,根据不同的专业,可以对讲授的内容、知识的着重点进行调整。

本教材由周志新主编,孟祥久编写第 3 章、鲁鹏编写第 5 章,其余部分由周志新编写。

因编者水平有限,教材难免会有缺陷,敬请同仁及广大读者给予指教,在此敬谢。

编者

2008 年 6 月

目 录

第 1 章 数的初级运算	1
1.1 数的初级运算常识	1
1.2 整数及小数的乘方和开方运算	4
1.3 分数的约分和通分及乘方与开方运算	7
1.4 分数的四则运算	10
习题 1-1	11
1.5 指数运算	12
1.6 对数及对数运算	14
习题 1-2	17
复习提示	18
复习题一	18
第 2 章 简单方程与方程组	20
2.1 方程与方程组的基本概念	20
2.2 一元一次方程及解	22
2.3 一元二次方程及解	24
习题 2-1	26
2.4 二元一次方程组及解	26
2.5 三元一次方程组及解	31
2.6 列方程及方程组	32
习题 2-2	36
复习提示	36
复习题二	37
第 3 章 函数	40
3.1 集合的简单知识	40
3.2 区间	41
3.3 函数的概念	43
3.4 函数的表示法	44
习题 3-1	46
3.5 角的概念的推广	46
3.6 弧度制	48
3.7 任意角的三角函数	50
习题 3-2	53
3.8 正弦函数 $y = \sin x$ 的图像和性质	53

3.9 正弦型函数的图像	55
习题 3-3	61
复习提示	61
复习题三	62
第 4 章 向量初步	63
4.1 向量的基本概念及表示	63
4.2 向量间的夹角及数乘向量	66
4.3 平面向量的加、减运算	67
4.4 向量的平面分解	70
复习提示	71
复习题四	72
第 5 章 复数	73
5.1 虚数的概念	73
5.2 复数的概念及复数的加减乘除运算	74
5.3 复数的几何表示	75
习题 5-1	77
5.4 复数的三角形式	77
5.5 复数的乘方	78
5.6 复数的开方	79
习题 5-2	80
复习提示	80
复习题五	80
第 6 章 规范的几何形、体计算	82
6.1 规范的平面图形面积计算	82
习题 6-1	86
6.2 规范的几何体体积计算	88
6.3 几种规范几何体的表面积计算	93
习题 6-2	96
复习提示	97
复习题六	98
第 7 章 曲线与方程初步	101
7.1 两个基本公式	101
习题 7-1	103
7.2 直线的方程	103
习题 7-2	106
7.3 两条直线的位置关系	107
习题 7-3	110
7.4 圆的方程	110

习题 7-4	112
7.5 抛物线的方程	113
习题 7-5	115
复习提示	116
复习题七	116
附录	118
一、常数表	118
二、平方根表	119
三、立方根表	123
四、阶乘数表	128
五、正弦和余弦表	129
六、正切和余切表	131
七、常用对数表	135
八、常用计量单位表	137
九、拉丁字母和希腊字母	138
参考文献	139

第1章 数的初级运算

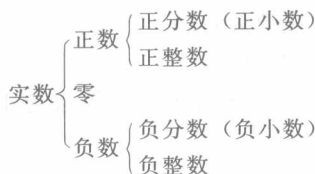
实数的初级运算是在日常工作和生活中经常需要进行的运算。运算的程序及结果是否正确直接影响到人们工作成果的质量，也直接影响到社会整体及每个人的生活质量。

虽然，社会的发展，使现代化的计算器具日益普及，为计算活动带来了诸多的方便，但是数，特别是实数的初级运算的知识和技能还是应当学习和掌握的。

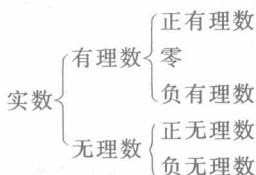
1.1 数的初级运算常识

1.1.1 实数的分类及相互关系

实数的分布及相互关系图示如下：



或者



无限不循环的小数称为无理数，其余的各类数统称为有理数。

正整数与零又称非负整数或自然数。

人类在生存和发展的活动中，首先发现了自然数，然后依次发现了正分数（正小数）、负数。人类只是发现了数以及数间关系和变化规律。人类所发明的是计算的方法、工具以及表示数、计算方法和表示数变化规律的文字符号。

1.1.2 计算的内容及等级

数的初级计算等级及内容如下。

一级运算：加、减法；

二级运算：乘、除法；

三级运算：乘方、开方。

在具体运算中，运算的先后顺序如下。

① 在没有括号的情况下：先三级、再二级、后一级。都是同级的运算，哪个在左，

哪个先进行。

② 在有括号的情况下：先算小括号内的，再算中括号内的，再后算大括号内的，最后进行括号外的运算。

() 为小括号；

[] 为中括号；

{ } 为大括号。

1.1.3 计算中正、负号的变化规律

实数分为正实数、负实数和零。实数的运算自然要有正、负号的变化规律，其变化规律如下。

① 加上一个负数，等于减去一个正数。

如： $15+(-3)=15-3=12$

② 减去一个负数，等于加上一个正数。

如： $15-(-3)=15+3=18$

③ 正数与正数相乘或相除，得数为正数。

如： $3\times 7=21$ ； $15\div 5=3$

④ 负数与负数相乘或相除，得数为正数。

如： $(-3)\times (-4)=12$ ； $(-16)\div (-4)=4$

⑤ 正、负数间相乘或相除，得数为负数。

如： $(-3)\times 2=-6$ ； $12\div (-2)=-6$

⑥ 正数能开偶次及奇次方。正数开偶次方，得数为正数与负数；正数开奇次方，得数为正数。

如： $\sqrt[2]{4}=\pm 2$ ， $\sqrt[5]{32}=2$

⑦ 负数只能开奇次方（在实数范围内），结果为负数。

如： $\sqrt[3]{-27}=-3$ ， $\sqrt[3]{-375}=-5\sqrt[3]{3}$

⑧ 正数的偶次方幂及奇次方幂均为正数。

如： $2^4=16$ ； $3^3=27$

⑨ 负数的偶次方幂为正数，负数的奇次方幂为负数。

如： $(-2)^4=16$ ； $(-2)^5=-32$

1.1.4 精确度及近似计算

有些数以小数的形式是写不尽的，如 $\frac{4}{3}=1.3333\cdots=1.\dot{3}$ ，但是在生活或生产中，有时需用小数进行计算，或用小数表示最后的结果，这就提出了对小数需保留小数点后面几位数字的要求，即精确度。

对提出了精确度要求的小数计算，按下列顺序和原则进行。

① 先确定计算结果要求保留小数点后数字的准确位数。

② 对参加计算的各小数，由此计算结果要求的小数点后多两位数字进行四舍五入，使其成为比计算结果要求多一位小数点后数字的小数进行计算。

③ 对计算结果进行四舍五入，使其达到给出的精确度要求。

【例 1-1】 计算 $3.1425\times(5.217-3.141+0.3541)$ （精确度 0.1）

解：因为 精确度为 0.1

所以 原式 $\approx 3.14 \times (5.22 - 3.14 + 0.35) = 3.14 \times 2.43 = 7.6302 \approx 7.6$

【例 1-2】 计算 $4.356 \div (0.345 + 2.713)$ (精确度为 0.1)

解：因为 精确度为 0.1

所以 原式 $\approx 4.36 \div (0.35 + 2.71) = 4.36 \div 3.06 \approx 1.425 \approx 1.4$

1.1.5 分解质因数

只能被 1 及本身整除的数叫质数 (或素数)。

如：-7 -5 1 2 3 11 19 ...

既能被 1 及本身整除，而且也能被其他整数整除的数叫合数 (或复合数)。

如：4 15 33 -36 -121 ...

任何一个合数都可以写成若干个质数乘积的形式。

如： $-27 = -3 \times 3 \times 3$;

$105 = 35 \times 3 = 3 \times 5 \times 7$

把一个合数写成若干个质数乘积的形式，叫做分解质因数。这若干个质数叫做这个合数的质因数。几个合数共有的质因数叫做这几个数的共质因数 (或公质因数或公共质因数)。

如果两个数没有公共质因数，则称这两个数互质。如 3 与 7 互质。

【例 1-3】 对 100、425 分解质因数并指出公共质因数

解： $100 = 4 \times 25 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$425 = 85 \times 5 = 5 \times 5 \times 17$

公共质因数为 5。

1.1.6 公倍数、最小公倍数与最大公倍数

观察： $12 \div 6 = 2$ 、 $12 \div 4 = 3$ ，因为 12 是 6 与 4 的正倍数，所以 12 叫 6 与 4 的公倍数。显然，具有 12 对 6 与 4 这个特点的正整数有无穷个。而 12 是这无穷个正整数里最小的一个，就又叫 6 与 4 的最小公倍数。

像这样，如果正整数 M 是正整数 a 与 b 的公倍数，而且是公倍数里最小的正整数，那么就说 M 是 a 与 b 的最小公倍数。

再观察： $(-36) \div (-4) = 9$ 、 $(-36) \div (-6) = 6$ ，因为 -36 是 -4 与 -6 的正整数倍，所以 -36 也称为是 -4 与 -6 的公倍数。显然具有 -36 对 -4 与 -6 这个特点的负整数有无穷个，如 -24、-12、...

像这样，如果负整数 M 是负整数 a 与 b 的公倍数，而且是公倍数里最大的负整数，那么就说 M 是 a 与 b 的最大公倍数。

求几个数的最小公倍数常用的方法是分解质因数法，其要领和程序如下。

① 把所给的各数当作被除数，逐次去除以公共质因数 (每次选取的公共质因数不必是所被除数的公共质因数，只要是任意两个被除数的公共质因数即可，且每次都要把不能整除被除数照写在商的位置上)，直到所得到的商两两互质为止。

② 所有除数及最后的商的连乘积，就是所求各数的最小公倍数。

求法为下例示。

【例 1-4】 求 546、234、702 的最小公倍数

解：因为

2	546	234	702	
3	273	117	351	第一次商
13	91	39	117	第二次商
3	7	3	9	第三次商
	7	1	3	第四次商

所以 最小公倍数为 $2 \times 3 \times 3 \times 13 \times 7 \times 3 = 4914$

虽然第三次商中的 7 确不能被 3 整除，但仍要写在第四次商相对的位置上。

【例 1-5】 求 70、102、462 的最小公倍数

解：因为

2	70	102	462	
3	35	51	231	第一次商
7	35	17	77	第二次商
	5	17	11	第三次商

所以 最小公倍数为 $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 17 = 39270$

第一次商中 35 不能被 3 整除，照写在第二次商相对应的位置上。第二次商中的 17 不能被 7 整除，照写在第三次商相对应的位置上。

用分解质因数法求几个数的最小公倍数时，最后一次商各数必须是互质的。否则求出的不是最小公倍数。

求几个负整数的最大公倍数应怎样进行？请思考并练习一下。

练 习

1. 分解下列各数为质因数乘积的形式

75 64 -369 -121 104

2. 计算（精确到 0.01）

① $(-0.3677 + 24.561) \times (1.254 - 0.783)$

② $(2.4176 + 0.31124) \times (3.4413 - 6.7214)$

③ $2.3117 \div 0.8665 + (-0.1157) \times 2.13$

④ $-1.5051 \div 1.0031 \times (-2.10)$

⑤ $3.145 \times (-1.216) \div (0.176 - 1.281)$

3. 求下列各组数的最小公倍数

① 3、4、5

② 5、7、11

③ 12、14、16

④ -11、-13、-15

⑤ -7、-9、-11

⑥ 5、25、40

1.2 整数及小数的乘方和开方运算

数的乘方运算及开方运算是人们在生活、特别是生产中经常要应用的计算。乘方运算本质上就是连续乘法运算。开方运算的基础是开平方运算及开立方运算。

1.2.1 整数及小数的乘方运算

整数及小数的乘方运算法则如下。

设 a 为整数或小数, n 为正整数, 那么:

$$a^n = \underbrace{a a a \cdots a}_{n \text{ 个}}$$

当为小数时, 进行乘方运算时, 要注意有无精确度上的要求。如有精确度上的要求, 则按有要求的相关规则去计算; 如果没有精确度上的要求, 则不要进行四舍五入的近似计算, 而要以原小数值进行连续乘积的计算。负数的乘方计算要注意正、负号的变化规律。

【例 1-6】 求 $(-2)^7$, $(-1.4)^3$, 5^6

解: $(-2)^7 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$
 $= 4 \times 4 \times 4 \times (-2) = 64 \times (-2) = -128$

$(-1.4)^3 = (-1.4) \times (-1.4) \times (-1.4)$
 $= 1.96 \times (-1.4) = -2.744$

$5^6 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 25 \times 25 \times 25 = 15625$

进行小数乘方运算时, 要注意标点小数点的位数。如果计算一个小数的 n 次方, 那么计算结果上小数点后数字的位数是已给小数点后数字位数的 n 倍。

如: $(1.21)^4$, 计算结果上小数点后数字位数为 $2 \times 4 = 8$ 位。

$(1.214)^6$, 计算结果上小数点后数字位数为 $3 \times 6 = 18$ 位。

1.2.2 正整数及正小数的开平方计算

如果实数 a , 有 $a^2 = M$, 则称 a 为 M 的平方根或二次方根。

由例: $(-4)^2 = 16$ $4^2 = 16$

$(-10)^2 = 100$ $10^2 = 100$

可知: 如果一个正整数或正小数有平方根, 那么它的平方根一定有两个, 且这两个平方根必一正一负且绝对值相等 (只 0 的平方根为一个, 仍然是 0)。

一个数的正平方根也叫算术平方根。求出了一个数的算术平方根, 自然也就知道了它的另一个平方根。

求一个数的平方根, 叫开平方计算。开平方计算的符号: $\sqrt{\quad}$

$$\begin{cases} \sqrt{M}, & \text{表示 } M \text{ 开二次方} \\ \sqrt[3]{M}, & \text{表示 } M \text{ 开三次方} \\ \vdots & \\ \sqrt[n]{M}, & \text{表示 } M \text{ 开 } n \text{ 次方} \end{cases}$$

开平方计算 (求一个数的平方根) 有两种方法: 笔算法、查表法。本章只介绍查表法。

人们计算制作了平方根表, 是求平方根计算的工具。在这个表上, 可以直接查到由 1 到 100 间任四位数的算术平方根。同时也可以间接查到小于 1 的任意正四位小数及大于 100 的四位整数的算术平方根。

平方根表的一般结构见表 1-1。

表 1-1

N	前部 小数点后第一位数字	后部 小数点后第二位数字
整数部分		

【例 1-7】 查表求 $\sqrt{61.35}$

解：由整数部分查到 61，再由前部查到 3，由后部查到 5（表 1-2）

表 1-2

N	前 部 3	后 部 5
61	7.82943	79

则 $\sqrt{61.35} \approx 7.82943 + 0.00079 \approx 7.83022$

而 $\sqrt{0.6135} \approx 0.783022$

$\sqrt{6135} \approx 78.3022$

请思考这是什么道理。

即：平方根表上被开方数扩大 100 倍，则对应的平方根就扩大 10 倍；平方根表上被开方数缩小 100 倍，则对应的平方根就缩小 10 倍。

1.2.3 查表求立方根

如果 $a^3 = M$ ，那么 a 叫 M 的立方根（或三次方根）。

求一个数的立方根，可通过查立方根表解决。

现介绍一种通用的立方根表的结构及查表方法。

它的结构见表 1-3。

表 1-3

被开立方数的整数及小数点后一、二两位数字	被开立方数小数点后第三位数字
	立方根值区

查表的方法如下例题。

【例 1-8】 求 $\sqrt[3]{0.356}$

解：在整数及小数点后两位数字栏查到 0.35；在小数点第三位数字区查到 6；两数交叉，在立方根值区对应的数值就是 $\sqrt[3]{0.356}$ （表 1-4）。

表 1-4

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.35							0.70873			

所以 $\sqrt[3]{0.356}=0.70873$

如果被开方数为负数，只要在查出的立方根值前填加上负号即可。如： $\sqrt[3]{-0.356}=-0.70873$ 。

如果被开立方数小于或大于立方根表上涵括的被开方数，也可以由立方根表上间接查出。

$$\text{如：}\sqrt[3]{356}=\sqrt[3]{0.356}\times\sqrt[3]{1000}=0.70873\times 10=7.0873$$

$$\sqrt[3]{0.00356}=\sqrt[3]{3.56}\div\sqrt[3]{1000}=1.52692\div 10=0.152692$$

虽然平方根表及立方根表形式不唯一，但结构大体相同，查表求根的方法也大体相同。

在精确度要求不是极高的情况，利用查表求平方根及立方根以解决生产中的需求是很方便的。

练习

1. 计算

$$\textcircled{1} (-5)^3 \quad (-3)^4 \quad (-7)^4$$

$$\textcircled{2} 2^7 \quad 5^4 \quad 3^6$$

$$\textcircled{3} 1^4+(-1)^5-(-2)^3+(-3)^4+2^3-3^4$$

$$\textcircled{4} \left(\frac{2}{3}\right)^4 \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^5 \quad \left(\frac{1}{5}\right)^3 \quad \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{2}{3}\right)^3-\left(-\frac{2}{3}\right)^3+\left(-\frac{3}{5}\right)^4-\left(-\frac{3}{5}\right)^5$$

2. 笔算下列各数的平方根（精确度为 0.01）

$$741 \quad 5432 \quad 4211 \quad 3547$$

3. 查表求或利用查表求

$$\sqrt{61.24}$$

$$\sqrt{75.41}$$

$$\sqrt{37.26}$$

$$\sqrt{4171}$$

$$\sqrt{5274}$$

$$\sqrt{6364}$$

$$\sqrt[3]{3.67}$$

$$\sqrt[3]{624}$$

$$\sqrt[3]{-512}$$

$$\sqrt[3]{-6316}$$

1.3 分数的约分和通分及乘方与开方运算

1.3.1 分数的概念及结构

设 a 、 b 为整数，且 $a \neq 0$ ，那么把形式如 $\frac{b}{a}$ 的数称为分数。

分数的结构为：
$$\frac{b}{a}$$

分子
分数线
分母

分数 $\frac{b}{a}$ 的意义为：① $b \div a$ （或 $b : a$ ）的运算过程，分数线相当于“ $\div$ ”；② $b \div a$ （或 $b : a$ ）的运算结果。

分数的一个极为重要的性质是：分子和分母乘以或除以同一个不为零的数或整式，其值不变。如 $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3}$ 、 $\frac{14}{21} = \frac{14 \div 7}{21 \div 7}$

$$\frac{3}{7} = \frac{3(m+3)}{7(m+3)}, (m+3) \neq 0$$

1.3.2 分数的约分

如果一个分数的分子和分母里不含公共质因数，那么这个分数叫最简分数。

把一个不是最简分数的分数化为最简分数叫分数的约分。

当用一个分数去表示一个运算的结果时，一定要把这个分数化为最简分数。

分数约分的办法是：①把分数的分子和分母都写成若干个质因数乘积的形式；②分子、分母同除以公共质因数。

【例 1-9】 约分 $\frac{11}{121}$ 、 $-\frac{40}{120}$ 、 $\frac{9}{27}$

$$\begin{aligned}\text{解：} \quad \frac{11}{121} &= \frac{11}{11 \times 11} = \frac{11 \div 11}{11 \times 11 \div 11} = \frac{1}{11} \\ -\frac{40}{120} &= -\frac{40}{40 \times 3} = -\frac{40 \div 40}{40 \times 3 \div 40} = -\frac{1}{3} \\ \frac{9}{27} &= \frac{3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = \frac{(3 \times 3) \div (3 \times 3)}{(3 \times 3 \times 3) \div (3 \times 3)} = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

1.3.3 分数的通分

在保持分数值不变的前提下，把若干个分母不同的分数化为分母相同的分数，称为分数的通分。

分数通分的方法是：①确定被要求通分分数的各分母数的最小公倍数，以此作新的分母；②原各分数的分子按原分母扩大的倍数扩大同样的倍数。

【例 1-10】 通分 $\frac{4}{15}$ 、 $\frac{3}{25}$

解：因为 15 与 25 的最小公倍数为 75

所以 75 作通分后的新分母

$$\text{则} \quad \frac{4}{15} = \frac{4 \times 5}{15 \times 5} = \frac{20}{75}$$

$$\frac{3}{25} = \frac{3 \times 3}{25 \times 3} = \frac{9}{75}$$

【例 1-11】 通分 $\frac{4}{15}$ 、 $\frac{3}{25}$ 、 $-\frac{3}{4}$

$$\text{解：因为} \quad \begin{array}{r|l} 5 & 15 \quad 25 \quad 4 \\ & 3 \quad 5 \quad \boxed{4} \end{array}$$

即最小公倍数为

$$5 \times 3 \times 5 \times 4 = 300$$

所以 以 300 为通分后的新分母

$$\frac{4}{15} = \frac{4 \times 20}{15 \times 20} = \frac{80}{300}$$

$$\frac{3}{25} = \frac{3 \times 12}{25 \times 12} = \frac{36}{300}$$

$$-\frac{3}{4} = -\frac{3 \times 75}{4 \times 75} = -\frac{225}{300}$$

1.3.4 分数的乘方运算

$$\left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n} = \frac{\overbrace{bbb\cdots b}^{n\uparrow}}{\underbrace{aaa\cdots a}_{n\uparrow}}$$

【例 1-12】 求 $\left(\frac{4}{5}\right)^5$ 、 $\left(-\frac{3}{7}\right)^3$

解: $\left(\frac{4}{5}\right)^5 = \frac{4^5}{5^5} = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1024}{3125}$

$$\left(-\frac{3}{7}\right)^3 = -\frac{3 \times 3 \times 3}{7 \times 7 \times 7} = -\frac{27}{343}$$

分数乘方计算中正、负号的变化规律如下。

① 正分数的偶次方与奇次方，结果为正分数。

② 负分数的偶次方，结果为正分数；负数的奇次方，结果仍为负分数。

1.3.5 分数的开方运算

$$\sqrt[n]{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{a}} = \frac{\sqrt[n]{b} \sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{a^{n-1}}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}b}}{\sqrt[n]{a^n}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}b}}{a}$$

【例 1-13】 求 $\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$ 、 $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$

解: $\sqrt[3]{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{75}}{5}$

$$\sqrt[3]{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{6}}{2}$$

进行分数开方运算时:

① 一定要使分母里没有根号——进行分母有理化;

② 如果没有精确度上的具体要求，就不要对分子上的数进行进一步的开方运算。

分数开方运算时，遵循的规律是:

① 正分数可以开偶次方，其方根为正分数与负分数；正分数可以开奇次方，其方根为正分数；

② 负分数只能开奇次方，其方根为负分数。

练 习

1. 对下列各分数进行约分

$$\frac{75}{400} \quad \frac{15}{225} \quad -\frac{400}{75} \quad -\frac{7}{63} \quad \frac{8}{512} \quad -\frac{1210}{3420} \quad -\frac{445}{145} \quad \frac{21}{123}$$

2. 对下列各组分数通分

① $\frac{3}{4}$ 、 $-\frac{2}{5}$ 、 $\frac{5}{6}$

② $\frac{2}{11}$ 、 $-\frac{4}{13}$ 、 $-\frac{7}{17}$

③ $\frac{3}{16}$ 、 $\frac{4}{17}$ 、 $\frac{5}{18}$

④ $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{9}$ 、 $-\frac{5}{27}$

3. 计算

① $(\frac{4}{5})^4$

② $(-\frac{4}{5})^4$

③ $(\frac{5}{6})^3$

④ $(-\frac{5}{6})^3$

⑤ $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

⑥ $\sqrt[4]{\frac{3}{25}}$

⑦ $\sqrt[3]{-\frac{9}{16}}$

⑧ $\sqrt[3]{-\frac{4}{25}}$

1.4 分数的四则运算

分数是人们在生活，特别是生产中经常遇到的数。分数的四则运算指的是分数的加、减、乘、除运算。分数的四则运算及分数的四则混合运算也是人们在生活，特别是生产中经常需要运用的一种运算，应当掌握。

1.4.1 分数的加、减运算

进行几个分数相加、减的运算时，要领如下。

① 对几个分数通分。

② 以通分后的分母作计算结果的分母。

③ 以通分后的各分子相加减，其结果作为计算结果的分子。

④ 最后计算结果所得分数如果能约分，就要约分为最简分数形式。

【例 1-14】 计算 $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{4}{5}$

解：原式 $= \frac{45}{60} + \frac{40}{60} - \frac{48}{60} = \frac{45+40-48}{60} = \frac{37}{60}$

【例 1-15】 计算 $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{12}$

解：原式 $= \frac{4}{12} + \frac{9}{12} - \frac{5}{12} = \frac{4+9-5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

1.4.2 分数的乘法运算

进行几个分数的乘法运算时，要领如下：

① 分子相乘，其积为计算结果的分子；

② 分母相乘，其积为计算结果的分母；

③ 计算结果所得分数如果能约分，就要约分为最简分数。

分数相乘运算中的正、负变化规律与整数相乘的正、负号变化规律相同。

【例 1-16】 计算 $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{6}$

解：原式 $= \frac{3 \times 2 \times 5}{4 \times 5 \times 6} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$

【例 1-17】 计算 $(-\frac{4}{7}) \times (-\frac{1}{3}) \times \frac{7}{12}$

解：原式 $= \frac{4 \times 1 \times 7}{7 \times 3 \times 12} = \frac{1}{9}$

1.4.3 分数的除法运算

进行几个分数的除法运算时，要领如下：