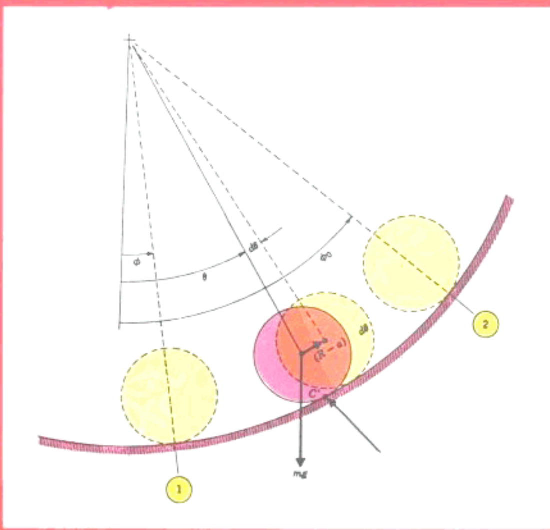
工程力學

Engineering Mechanics

動力篇

第三版

原著者：I.H. Shames
譯述者：莊萬春



科技圖書股份有限公司

序　言

動力學第三版的出版，最主要的貢獻是簡化問題的處理，使本書更爲實際而能向下紮根。此外，更尋求使本書更能適應目前工程計畫所涵蓋的範圍與深度。在從事講授大班（學生人數自 100 至 300 人不等，選課學生係來自各系）在最近六年時間內，這些由第二版中的改變，得以順利發展。

下列各項爲本書在第三版中的主要更改：

(1)新的問題超過40％，都是我盡力搜集最有趣的、實際的與概括的題目，其餘則爲第二版中保留下來的最佳習題。另外將每章後面的問題分開移到每章適當的所在，並在每章末，選擇約10個題目作爲代表一章中的最主要觀念與技巧。我稱這組題目爲「複習問題」。我希望老師們不要用這些問題當作課業，留給學生準備考試時複習用的。這些複習問題的答案在本書後面均予列入。各章中的其他問題，其中偶數題的答案，亦均列在本書後面。在靜力學篇與動力學篇的各章前半部所有問題，使用國際制單位的比率約佔50％，在每章後半部的問題，用國際制單位的比率約佔 65 至 70 ％。

(2)現在我分離第十六章平面運動的目的是使我們在達到此類重要問題之前，不會遇到困難的三維 Euler- 方程式，如第二版所遭遇的。如此處理，一般已足夠包含任意物體的轉動，並予發展建立三維Euler方程式（現在註上星號的一章）的階段。

(3)在第十七章中、我提出更詳細的剛體角衝量與角動量問題。這些材料的一部分在第二版中是沒有的。但本書的材料並不比第二版多，因我已刪去或加入若干練習問題。例題中更包含電子彈道學、陀螺快速自轉的分析與迴轉羅盤等。

(4)爲使教學更具彈性，在本版中又增加許多星號章節，如果時間不夠，可以跳過這些章節，仍不會影響本書的連續性。星號章節中的性質，

如在沒有星號章節中需要用到時，均可再行提出研討。例如，第十二章中加星號的太空力學軌道討論。若教師決定跳過這些材料，則在第十四章沒有星號的太空力學問題，仍可用能量與角動量來考慮。在此處提出一簡短的討論，使學生有足夠的背景來研究此種材料而並不需第十二章中的全部軌道理論。另一例子是，在靜力學中第十章虛功，附有星號的保守力，在第十三章中沒有星號的章節中，再度用能量法提出。

就一般而言，我已澈底檢查第二版的全部內容，大部份將其重新編寫，使能達到更爲明顯而簡單。很幸運，我的摯友 Robert M. Jones 博士（Southern Methodist University），曾仔細檢查本書內容，並包含問題在內。

以下將更詳細描本書的內容，並另說明本版中的若干改變。

第十一章的開始，我們計算一向量在單一座標，用直角座標、圓柱座標與路徑座標的時間導數，然後可提出一質點在單一座標的運動學。接着提出相對運動的觀念。此時，我們小心定義一質點相對一點運動的意義。在第十二章中，我們檢查一質點對直線位移、中心力運動，與其他曲線運動的動力學。第十九章則研究振動的觀念。此章接近於質點系的檢查，並用質心觀念，使我們更能瞭解常用的質點觀念。第十三與第十四章分別用較有力的能量與線性動量法來處理質點與質點系。第十四章末，我們檢查方程式 $\boldsymbol{M}=\dot{\boldsymbol{H}}$ 對早期物理學上研究剛體的簡單平面運動的應用。在此改用剛體的運動學公式。由這些簡單的問題再由第十五章的剛體運動學研究激發成本書的其餘階段。

依據第十五章所提出對一剛體的 Chasle 定理，由此可引伸第十一章中所介紹的相對運動關係，以涵蓋互作任意移動的座標一般實例。故在本章可結束（除振動外）質點動力學的功效。第十六章中，我們研究平面運動的動力學，從最簡單的形式開始到最一般的形式。對於沒有研究過靜力學第九章的慣性張量，我們已將此章包含在附錄中。我們考慮轉動物體的平衡，在第十七章中，用能量法與衝量－動量法來處理剛體的運動，這是第十三與第十四章中對於質點的引伸工作。由於我們在水牛城教書的經驗中，發現在此可發展出一般的三維公式，

然後用來求解二維與三維問題。

在第十八章中準備用方程式$\boldsymbol{M} = \dot{\boldsymbol{H}}$以檢查剛體的一般運動。特別提出非常有用的 Euler 方程式。對於廣範圍的三維問題，也提出適當而有效地使用 Euler 方程式的詳細步驟。在提出 Euler 角後，在一系列例題中提出各種迴轉儀的應用。最後，加上星號的一節，我們發展自由扭矩運動在太空的應用。第十九章中，我們研究一維自由度到多維自由度系統。

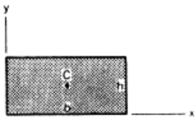
在本書第一版中，曾設有對可變形（大部分爲流體）介質的動量方法一章。因該章的內容包含在許多流體動力學中，故在本版中將其删掉。我相信在流體力學中用控制體積觀念來考慮，要比用動量來考慮，或用熱力學中的連續，與第一定律更爲確實。

我感謝所有幫助第三版的工作人員。首先，我要謝謝 Southern Methodist 大學的Robert M. Jones 博士。爲求達到明晰目的Bob細心地檢查整個動力學中包含的問題。我又非常幸運地由喬治理工學院的David McGill 與Wilton King 教授的檢閱本書。由於他們聰明的理解力，使我能將本書加以改進。在此誠摯地謝謝他們。海軍學院的William Lee 教授也逐行檢閱本書的全部連同問題在內。我發現他的建議非常有益，在此謝謝他的有用與無價的高見。密西根大學的 I. McIvor 教授，匹茲堡大學的 J. S. 陳教授與俄亥俄州立大學的W. E. Clausen 教授等曾幫忙校對原稿，在此謝謝他們的協助。在水牛城的校園裡，我要謝謝我的同事，P. Culkowski 教授，C. Fogel 教授，R. Mates 教授，S. Prawel 教授，T. Ranov 與H. Reismann 教授等。當他們在不同班級教授力學課程時，他們給我持久的勇氣與有價值的幫忙。最後，我要謝謝K. Ward 與 G. Huck 女士，優良的打字工作。

Irving H. Shames

休 姆

各種面積的性質



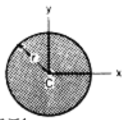
矩形

$$A = bh \qquad (I_{xx})_c = \frac{1}{12}bh^3$$

$$x_c = \frac{b}{2} \qquad (I_{yy})_c = \frac{1}{12}hb^3$$

$$y_c = \frac{h}{2} \qquad (I_{xy})_c = 0$$

$$J_c = \frac{1}{12}bh(b^2+h^2)$$

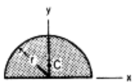


圓形

$$A = \pi r^2 \qquad (I_{xx})_c = \frac{1}{4}\pi r^4$$

$$x_c = 0 \qquad (I_{yy})_c = \frac{1}{4}\pi r^4$$

$$y_c = 0 \qquad J_c = \frac{1}{2}\pi r^4$$

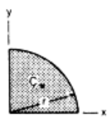


半圓

$$A = \frac{\pi r^2}{2} \qquad (I_{xx})_c = .00686\,d^4$$

$$x_c = 0 \qquad (I_{yy})_c = \frac{1}{8}\pi r^4$$

$$y_c = .424r$$

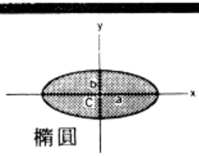


四分之一圓

$$A = \frac{\pi r^2}{4} \qquad (I_{xx})_c = .0549\,r^4$$

$$x_c = \frac{4r}{3\pi} \qquad (I_{yy})_c = .0549\,r^4$$

$$y_c = \frac{4r}{3\pi}$$

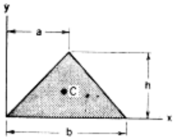


橢圓

$$A = \pi ab \qquad (I_{xx})_c = \frac{\pi ab^3}{4}$$

$$(I_{yy})_c = \frac{\pi ba^3}{4}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

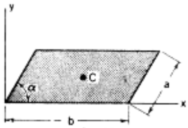


三角形

$$A = \frac{1}{2} bh \qquad (I_{xx})_c = \frac{bh^3}{36}$$

$$x_c = \frac{1}{3}(a+b) \qquad (I_{yy})_c = \frac{bh}{36}(b^2 - ab + a^2)$$

$$y_c = \frac{1}{3} h \qquad (I_{xy})_c = \frac{bh^2}{72}(2a - b)$$

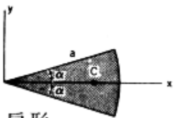


平行四邊形

$$A = ab\sin\alpha \qquad (I_{xx})_c = \frac{a^3 b}{12}\sin^3\alpha$$

$$x_c = \frac{1}{2}(b + a\cos\alpha) \qquad (I_{yy})_c = \frac{ab}{12}\sin\alpha\,(b^2 + a^2\cos^2\alpha)$$

$$y_c = \frac{1}{2}(a\sin\alpha) \qquad (I_{xy})_c = \frac{a^3 b}{12}\sin^2\alpha\cos\alpha$$

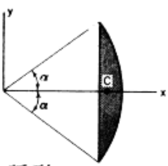


扇形

$$A = a^2\alpha \qquad (I_{xx})_c = \frac{a^4}{4}\left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}\right)$$

$$x_c = \frac{2}{3}\frac{a}{\alpha}\sin\alpha \qquad I_{yy} = \frac{a^4}{4}\left(\alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2}\right)$$

$$y_c = 0 \qquad (I_{xy})_c = 0$$



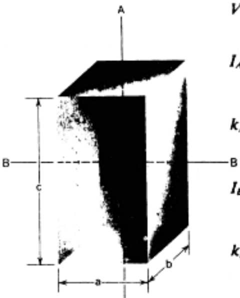
弧形

$$A = a^2\left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}\right) \qquad (I_{xx})_c = \frac{a^4}{4}\left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}\right)\left[1 - \frac{2\sin^3\alpha\cos\alpha}{3\left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}\right)}\right]$$

$$x_c = \frac{2}{3} a \frac{\sin^3\alpha}{\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}} \qquad I_{yy} = \frac{a^4}{4}\left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}\right)\left[1 + \frac{2\sin^3\alpha\cos\alpha}{\alpha - \frac{\sin^2\alpha}{2}}\right]$$

$$y_c = 0 \qquad (I_{xy})_c = 0$$

各種均質固體的性質



矩形柱

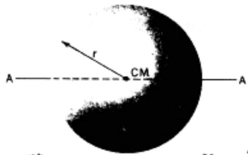
$$V = abc$$

$$I_{AA} = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$

$$k_{AA} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{12}}$$

$$I_{BB} = \frac{1}{12} M(b^2 + c^2)$$

$$k_{BB} = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{12}}$$

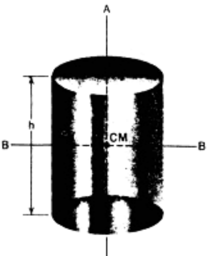


球

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$I_{AA} = \frac{2}{5} Mr^2$$

$$k_{AA} = \frac{2r}{\sqrt{10}}$$



正圓柱

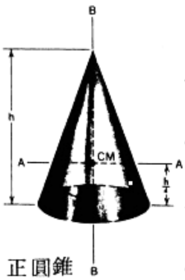
$$V = \pi r^2 h$$

$$I_{AA} = \frac{1}{2} Mr^2$$

$$k_{AA} = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

$$I_{BB} = \frac{1}{12} M(3r^2 + h^2)$$

$$k_{BB} = \sqrt{\frac{3r^2 + h^2}{12}}$$



正圓錐

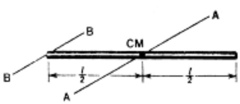
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$I_{AA} = \frac{3}{20} M\left(r^2 + \frac{h^2}{4}\right)$$

$$k_{AA} = \sqrt{\frac{3}{80}(4r^2 + h^2)}$$

$$I_{BB} = \frac{3}{10} Mr^2$$

$$k_{BB} = \frac{3r}{\sqrt{30}}$$



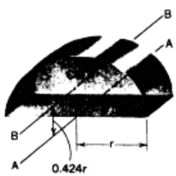
纖細桿

$$I_{AA} = \frac{1}{12} Ml^2$$

$$k_{AA} = \frac{l}{\sqrt{12}}$$

$$I_{BB} = \frac{1}{3} Ml^2$$

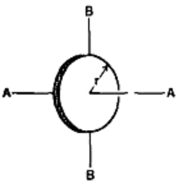
$$k_{BB} = \frac{l}{\sqrt{3}}$$



半圓柱

$$I_{AA} = \frac{1}{4} Mr^2$$

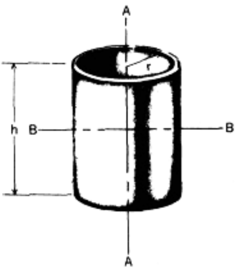
$$I_{BB} = .430\, Mr^2$$



$$I_{AA} = \frac{1}{2} Mr^2$$

$$I_{BB} = \frac{1}{4} Mr^2$$

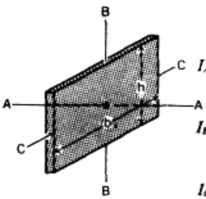
薄圓盤



$$I_{AA} = Mr^2$$

$$I_{BB} = \frac{M}{2}\left(r^2 + \frac{h^2}{6}\right)$$

薄壁圓柱

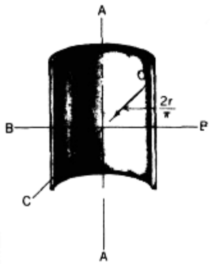


$$I_{AA} = \frac{1}{12} M(b^2 + h^2)$$

$$I_{BB} = \frac{1}{12} Mb^2$$

$$I_{CC} = \frac{1}{12} Mh^2$$

薄矩形板

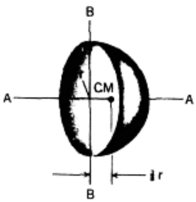


$$I_{BB} = \frac{1}{2} M\left(\frac{r^2 + h^2}{6}\right)$$

$$I_{AA} = Mr^2$$

$$I_{CC} = \frac{1}{2} M\left(\frac{r^2 + h^2}{6}\right)$$

薄半圓柱



$$V = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$I_{AA} = \frac{2}{5} Mr^2$$

$$I_{BB} = \frac{2}{5} Mr^2$$

半球

目　錄

原　序

第十一章　質點運動學-簡單相對運動

11.1　引　言 …… 1

第一部分：一般概念 …… 2

11.2　向量對時間的微分 …… 2

第二部分：速度與加速度計算 …… 4

11.3　簡　介 …… 4

11.4　直角座標分量 …… 4

11.5　用路徑變數爲項的速度與加速度 …… 12

11.6　圓柱座標 …… 28

第三部分：簡單運動關係與應用 …… 39

11.7　簡單相對運動 …… 39

11.8　結　論 …… 51

第十二章　質點動力學

12.1　引　言 …… 57

第一部分：直角座標；直線平移 …… 58

12.2　直角座標的牛頓定律 …… 58

12.3　直線平移 …… 58

12.4　註　解 …… 69

第二部分：圓柱座標；中心力運動 …… 79

12.5　圓柱座標的牛頓定律 …… 79

12.6　中心力運動—簡介 …… 81

12.7 重力中心力運動 …… 83
12.8 太空力學的應用 …… 89
第三部分:路徑變數 …… 107
12.9 路徑變數的牛頓定律 …… 107
第四部分:質點系 …… 110
12.10 質點系的一般運動 …… 110
12.11 結 論 …… 119

第十三章 質點的能量法

第一部分:單一質點分析 …… 124
13.1 引 言 …… 124
13.2 功 率 …… 130
13.3 保守力場 …… 145
13.4 機械能不滅 …… 149
13.5 功-能量方程式的另一形式 …… 153
第二部分:質點系統 …… 163
13.6 功-能量方程式 …… 163
13.7 用質心表示動能式 …… 166
13.8 用質心表示功-動能式 …… 171
13.9 結 論 …… 178

第十四章 質點的動量法

第一部分:線性動量 …… 183
14.1 質點的衝量與動量關係 …… 183
14.2 質點系的線性動量 …… 188
14.3 衝 力 …… 192
14.4 撞 擊 …… 205
14.5 質點與大型剛體碰撞 …… 210
第二部分:動量矩 …… 222
14.6 質點的動量矩方程式 …… 222

14.7 質點系的動量矩方程式 ……………………………… 232
14.8 結 論 ………………………………………………… 248

第十五章 剛體運動學－相對運動

15.1 引 言 ………………………………………………… 254
15.2 剛體的平移與轉動 ……………………………………… 254
15.3 Chasle 定理 ……………………………………………… 256
15.4 固定在移動座標的向量導數 …………………………… 257
15.5 固定向量觀念的應用 …………………………………… 270
15.6 向量的時間導數對不同座標間的一般關係 ………… 288
15.7 一質點對不同座標的速度間的關係 ………………… 290
15.8 一質點對不同座標的加速度 ………………………… 303
15.9 牛頓定律新觀 …………………………………………… 317

第十六章 剛體平面運動學

16.1 引 言 ………………………………………………… 332
16.2 動量矩方程式 …………………………………………… 332
16.3 物體對其旋轉軸作純轉動 …………………………… 336
16.4 物體在兩正交對稱平面上的純轉動 ………………… 341
16.5 板體的純轉動 …………………………………………… 344
16.6 板體的滾動 ……………………………………………… 358
16.7 板體的一般平面運動 …………………………………… 363
16.8 任一剛體的純轉動 ……………………………………… 384
16.9 平 衡 ………………………………………………… 388
16.10 結 論 ………………………………………………… 397

第十七章 剛體用能量與衝量-動量法

17.1 引 言 ………………………………………………… 402
第一部分：能量法 …………………………………………… 402
17.2 剛體的動能 ……………………………………………… 402

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

17.3 功－能量間的關係 ……408
第二部分：衝量－動量法 ……430
17.4 剛體對該剛體上任一點的角動量 ……430
17.5 衝量－動量方程式 ……434
17.6 衝力與扭矩：（偏心撞擊） ……451
17.7 結 論 ……467

第十八章 一般剛體運動動力學

18.1 引 言 ……472
18.2 尤拉運動方程式 ……473
18.3 尤拉方程式的應用 ……476
18.4 剛體平衡的必要條件 ……493
18.5 對一固定點的三維運動；尤拉角 ……494
18.6 使用尤拉角的運動方程式 ……499
18.7 無扭矩運動 ……512
18.8 結 論 ……528

第十九章 振動學

19.1 引 言 ……532
19.2 由自振動 ……532
19.3 扭轉振動 ……544
19.4 其他自由擺動運動實例 ……555
19.5 能量法 ……557
19.6 線性恢復力與時間正弦函數力 ……562
19.7 具黏滯阻力的線性恢復力 ……573
19.8 具黏滯阻力的線性恢復力及其簡諧擾動 ……580
19.9 多重自由度的振盪體系 ……586
19.10 結 論 ……596

附錄一 積分公式

附錄一 積分公式 ……601

附錄二 主慣性矩的計算 …… 603

附錄三 對橢圓的附加資料 …… 605

附錄四 微量轉動為向量的證明 …… 607

附錄五 習題答案 …… 609

第十一章　質點運動學-簡單相對運動

11.1 引　言

運動學（ Kinematics ）是研究質點與剛體的運動而不考慮其作用力。故可將運動學考慮成運動的幾何學。一但熟悉運動學後，就可進一步研究產生運動的原因，與其運動本身間的關係。上句後面所指的研究範圍，稱爲動力學（ dynamics ）。動力學，可分成下面幾個部分，本篇中將逐一加以研究：

(1) 單一質點的動力學。（回憶靜力學中前幾章中一些理想化質點只有質量但無體積。）
(2) 質點系的動力學。這是形成連續介質運動的基礎，如流體流動，與剛體的運動。
(3) 剛體的動力學。本書大部分討論此重要部分的力學。
(4) 剛體系的動力學。
(5) 連續變形介質的動力學。

在本篇開頭的敍述，曾提及質點在研究動力學上扮演相當重量的角色。質點與物理問題上所遭遇的物體究有些什麼關係呢？其簡單的是：在許多問題上，一物體的大小及形狀與其運動無關；僅與其質量有關。例如，圖 11.1 所示，爲一貨車上山，在此僅考慮貨車的質量而不考慮

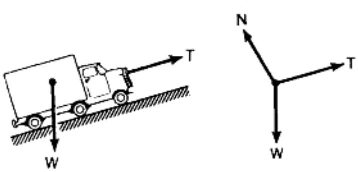


圖 11.1　貨車考慮爲一質點

其形狀或大小（若忽略風力等，並與輪的旋轉影響）。在計算所需的拖力時，此貨車可考慮成一質點。

用如下的方法來指出更精確的關係。在下章（12.10 節）中獲悉，任一物體其質心的運動方程式可由如下所形成：

(1) 將整個質量集中在物體的質心。

(2) 將所有外力的合力作用在所假設的質點上。

當質心運動具有物體運動的所有性質時，即可應用質點的觀念（亦即，求其質心的運動）。因此，若一物體的所有各點在任一時間 t，均具有相同的速度（稱爲平移運動 translatory motion），則僅需知道質心運動，就可完成此運動的特性。（此貨車例，忽略其輪胎的旋轉慣性。）若物體的大小，與其軌道相比是相當的小（如行星運動），則僅需其質心的運動，故對此物體，可再使用質點觀念（particle concept）。

第一部分：一般概念

11.2 向量對時間的微分

研究靜力學時，曾處理過向量。我們發現將這些量的方向性質併入某一符號與運算式組，是相當方便的。這些非常有用的公式，總稱爲"向量代數"（vector algebra）。我們所考慮的將從數量擴張到向量對任一變量 t（如時間）的微分與積分。

對數量而言，僅牽涉某量大小對時間的改變。數量對時間的導數被定義爲

$$\frac{df(t)}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}\right] \tag{11.1}$$

這種運算結果產生另一時間函數，而能作更多的微分。此程序可一再重覆，若函數合宜，可求取更高階微分。

就向量情形，隨時間的變化爲其大小、方向或兩者均是。一向量

$\boldsymbol{F}$ 對時間的導數，其定義形式與方程式 11.1 相同；

$$\frac{d\boldsymbol{F}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{\boldsymbol{F}(t + \Delta t) - \boldsymbol{F}(t)}{\Delta t} \right] \tag{11.2}$$

若，$\boldsymbol{F}$ 在時間間隔內，其方向沒有改變，則此運算，與數量並無有差別。但當 $\boldsymbol{F}$ 改變其方向時，則 $\boldsymbol{F}$ 的導數為新的向量，其方向與大小即與 $\boldsymbol{F}$ 不同。此方向的變化，使其求導數時較為麻煩。

考慮一質點在 x y z 座標上相對時間的位置向量（ position vector ）變化率；此率被定義為一質點對 x y z 的速度向量（ velocity vector ）$\boldsymbol{V}$ 。從方程式 11.2 的定義，得

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{\boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t} \right]$$

中括號內的位置向量，如圖 11.2。兩向量差，得其位移向量 $\Delta \boldsymbol{r}$，如圖所示為沿質點軌跡間連接兩點距離 Δs 的弦。故，可寫成

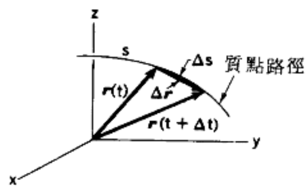


圖 11.2　時間 t 與 $t + \Delta t$ 時的質點位置

其中，將上式最後在其分子與分母各乘以 Δs 。當 Δt 趨近於零，則 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向接近於位置 $\boldsymbol{r}(t)$ 時的切線，且其大小接近於 Δs 。結果，$\Delta \boldsymbol{r} / \Delta s$ 的極限，為切於軌跡的個一單位向量（ unit vector ）ϵ_t 。亦即，

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta s} \frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$$

故其速度向量可為

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{ds} = \boldsymbol{\epsilon}_t \tag{11.3}$$

$$\frac{dr}{dt} = V = \lim_{\Delta t \to 0}\left[\left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)\left(\frac{\Delta r}{\Delta s}\right)\right] = \frac{ds}{dt}\epsilon_t \tag{11.4}$$

因此，dr/dt為一向量，其大小等於質點的速率，且其方向切於軌跡。記住，位置向量與速度向量間可夾一任何角度。乍視之，似欲將角度限制成 90°，實際上，是限制在一圓路徑上。一質點的加速度向量，於是為

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \tag{11.5}$$

本篇中，將會牽涉到向量 r、V 與 a 的微分與積分。

第二部分：速度與加速度計算

11.3 簡　介

與靜力學相同，一個向量的表示有許多方法。例如，可用直角座標分量，或圓柱座標分量。在求向量對時間的導數時，必需依向量表示方法進行。本章第二部分中，將檢查某種可廣大用於力學的微分過程。其他微分過程，將在稍後的適當時間中進行。

11.2 節中已完成向量 r 的導數運算。在 11.5 節中使用近後即可看出其導數與路徑相關的變數。

11.4 直角座標分量

先考慮一個移動質點的位置向量 r，表示一已知座標的直角分量如下：

$$r(t) = x(t)i + y(t)j + z(t)k \tag{11.6}$$

其中 $x(t)$、$y(t)$，與 $z(t)$ 為時間的純量函數。單位向量 i 、j 與 k 的大小與方向，在任何時間中均為固定，故得 dr/dt 如下式：

$$\frac{dr}{dt} = V(t) = \frac{dx(t)}{dt}i + \frac{dy(t)}{dt}j + \frac{dz(t)}{dt}k = \dot{x}(t)i + \dot{y}(t)j + \dot{z}(t)k \tag{11.7}$$

對時間的二次微分所導致的加速度向量為：

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com