

传统的学习观念，而是转变观念

# 首席教师

# 专题小课本

- 小方法大智慧
- 小技巧大成效
- 小单元大提升
- 小课本大讲坛

高中数学 常用逻辑 推理与证明

总主编/钟山



中国出版集团 现代教育出版社

海阔凭鱼跃

图书在版编目(CIP)数据

首席教师专题小课本. 高中数学. 常用逻辑、推理与证明 / 钟山主编. —北京: 现代教育出版社, 2008. 4  
ISBN 978-7-80196-648-3

I. 首… II. 钟… III. 数学课—高中—教学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第038470号

---

书 名: 首席教师专题小课本·高中数学—常用逻辑 推理与证明  
出版发行: 现代教育出版社  
地 址: 北京市朝阳区安华里504号E座  
邮政编码: 100011  
印 刷: 北京市梦宇印务有限公司印刷  
发行热线: 010-61743009  
开 本: 890×1240 1/32  
印 张: 6.75  
字 数: 290千字  
印 次: 2008年4月第1版 第1次印刷  
书 号: ISBN 978-7-80196-648-3  
定 价: 11.80元

---

# 您需要的不是机会

NINXUYAODEBUSHIJIHUI



## 而是变换支点

小单元——知识·方法·能力·命题的交汇处

小单元——高效学习·成功备考的新支点

# 小单元学习法

## 首席教师的成功经验，优秀学生的学习秘诀

小单元是指在充分研究考纲和课标，透析教材知识结构，按照知识、方法、能力与中高命题的内在联系和系统结构，把教材内容分成若干个相对完整和独立的内容组块。几个小单元又构成相当于教材单元（或章）的内容板块，教材的几个单元又构成了大专题。

### 课时的基础性学习与单元的提升性学习

各类统考、高考试题命制的立足点、密集区在小单元，其能力要求、难度、综合性、深刻性、创新性往往与课时学习、教材内容严重脱节。在一节教材或一个课时中，对问题、原理及规律往往不能完全清楚认识，也不可能深化拓展，其实这只是基础性学习阶段。真正发展能力和提升成绩的支点是小单元，小单元学习是更高层次的提升性学习，是真正深化、拓展、发展能力的重要阶段，也是行之有效的螺旋式滚动提升的科学学习方法。

### 主动变换发力点

实际教学中由于课时紧张，大多数师生致力于同步教材的课时学习，习惯于一个个概念孤立记忆，一道道题去解析，往往事倍功半，这也是很多学生平时学习很努力，但考试成绩不理想的重要原因之一。这就要求我们转变观念，在同步学习及备考复习的过程中适时、适度的插入小单元、大单元及专题学习，主动完成提升性学习，对所学内容分级整合深化、各个击破，分级提升学生的知识整合能力、综合运用能力和问题解决能力。

## 单元学习五大关键

整合深化  
形成知识模块

归纳拓展  
活化解题方法

系统分层  
培养高考能力

居高临下  
形成应试策略

题组检测  
优化训练方法



# 首席教师 专题小课本

## 高中数学

几何初步

总主编：钟山  
本册主编：向宁  
李庆阳

本书成立答疑解难工作委员会，如有疑难问题可通过以下方式与我们联系：

企业网站：

<http://www.hjksy.com>

产品网站：

<http://www.ewwinet.net>

服务电话：010-61743009

010-61767818

电子邮箱：

[book@hjksy.com](mailto:book@hjksy.com)

[service@ewwinet.net](mailto:service@ewwinet.net)

通信地址：北京市天通苑邮局 6503 号信箱

邮政编码：102218

专题三  
半单元提升

知识网络梳理

ZHISHI WANGLU SHULI

综合专题突破

ZONGHE ZHUANTU TUPU



大单元提升

高考能力培养

命题规律点津

题组优化训练

知识清单精解

方法技巧突破



小单元提升



思维方法攻略

SIWEIFANGFAGONGLUE

高考热点突破

GAOKAOREDIANTUPO

专题速记图解

ZHUANTISUJITUJIE

专题提升

高考热点导航

GAOKAOREDIANDAHANG

高考零距离检测

GAOKAOLINGJULIJIANCE

#### 知识清单精解

单元内知识、方法、公式等学习要点清单化，运用整合、深化、对比、综合、发散等精细化学习方法及口诀、图表、顺口溜等学习技巧，精讲透析，简明快捷，易看、易记、易懂。

#### 方法技巧突破

精心归纳问题及类型，找到最佳解决思想方法、解题技巧，透析方法运用要点，实现有效迁移，举一反三。例题讲解中进一步对疑难点的深化拓展，真正解决知识学习与解题运用的脱节问题。

#### 高考能力培养

透析考纲对单元内容的能力要求，精析高考对知识内容的具体要求，配以典型考例透视能力层次，科学把握学习的难度和综合性，做到有的放矢，达到事半功倍的学习效果。

#### 命题规律点津

从高考要求、命题规律、应试策略三个维度详实讲解单元的高考现状与发展趋势，具体把握应试策略与技巧，真正实现高考备考同步化，科学阐释了零距离高考新概念。

#### 题组优化训练

从误区突破、综合创新两个维度分题组选题，精选高考真题，热点模拟题、创新题、原创题，针对训练，集中突破。同时答案详解，配以题组规律总结，更利于练后反馈，达到训练效益最大化。

#### 知识网络梳理

细致梳理概括大单元或章的知识与方法，达到网络化、图式化、结构化和形象化，利于快捷地由小单元升华到大单元，进一步扩充知识架构。

#### 综合专题突破

在小单元讲练的基础上，整理出综合性、创新性、能力性更强的问题、方法、题型，以小专题形式专项讲解、拓展突破。

# 前言

Q IANYAN

近年来,我国的基础教育改革的素质教育进程已进入深化实施阶段,中学教材已呈现出“一标多本”的多元化格局,高考更是呈现出“一纲多卷”的地方化特色。为了更好地适应教学考的新趋势、新特色,我们集各省名校的学科首席教师、一线特高级教师和有经验的教育考试专家的聪明智慧和科研成果,精心构思,编写打造了本套丛书。

本套丛书的鲜明特色和深度魅力,主要体现在以下四个方面:

## 1. 核心单元,提升成绩的真正支点

小单元学习与同步课时学习相比,是更高层次的提升性学习,是真正深化拓展、发展能力、成功应试的重要步骤,也是行之有效的螺旋式滚动提升的科学学习方法。本套丛书以小单元为讲练基点,弥补了同步教学的缺失和薄弱环节,单元内由“知识、方法、能力、应试与训练”五要素构成了最优化学习程序,层次鲜明,通过对重难点、能力点、方法点和考点的精心讲练,有效的为师生最大限度提升成绩,建起了知识、方法和能力提升的新支点。

## 2. 螺旋提升,提供三级发展平台

专题编写遵循“小单元提升、大单元提升、本专题提升”三个梯度,再加上平时的课时学习,讲练结合、循序渐进、螺旋提升,构成了学科学习、思维发展与能力培养的有机整体。

## 3. 突出方法,多维度培养能力

无论是疑难讲解,问题解决,还是应试与训练,均以方法归纳、提炼与运用为突破口,力求做到集“学习法、解题法、应试法、训练法”于一身,帮助学生高效构建知识体系和方法体系,使读者在运用本书高效学习的同时收获更多的有效方法,发掘自己的最大学习潜能。

## 4. 汲取各版本精华,真正的专题教材

在编写过程中,充分汲取各版本教材的特色与精华,选取其中典型素材、典题典例、方法技巧,以师生完成同步教材的课时学习为基础,通过整合、深化、发散、分级,达到高考要求,既是学生完成提升性学习的专题教材,更是教师各类单元、专题教学的必备参考。

阿基米德说:给我一个支点,  
我将撬起地球,本套丛书必将成为  
您成功的新支点,发展的新平台。



发现  
依靠眼光  
行动决定  
收获

# 目 录

首席寄语 .....	( 1 )
单元提升篇 .....	( 2 )
第一章 命题与量词 .....	( 2 )
第一单元 命题 .....	( 2 )
第二单元 量词 .....	( 15 )
章末综合提升 .....	( 36 )
<b>方法·技巧·策略</b>	
数形结合思想(2)/分类讨论思想(3)/函数思想(3)/化归思想(4)/反例应用(4)/策略技巧(9)/ 全称命题与存在性命题的不同表述方法(16)/化归思想(16)/数形结合思想(17)/特例法(18)/ 反例法(19)/换元法(19)/策略技巧(29)	
第二章 基本逻辑联结词 .....	( 45 )
第一单元 “且”与“或” .....	( 45 )
第二单元 “非” .....	( 55 )
章末综合提升 .....	( 64 )
<b>方法·技巧·策略</b>	
方程思想(46)/原理法(48)/策略技巧(52)/等价转化思想(55)/数形结合思想(56)/定义法(56)/ 量词否定法(57)/策略技巧(60)	
第三章 充分条件、必要条件与命题的四种形式 .....	( 70 )
第一单元 推出与充分条件、必要条件 .....	( 70 )
第二单元 命题的四种形式 .....	( 88 )
章末综合提升 .....	( 102 )
<b>方法·技巧·策略</b>	
数形结合思想(72)/分类讨论思想(73)/等价转化思想(73)/特例法(75)/插值法(76)/等价 转化思想(89)/数形结合思想(90)/反例法(91)/反证法(91)/策略技巧(96)	
第四章 推理与证明 .....	( 113 )
第一单元 合情推理与演绎推理 .....	( 113 )
第二单元 直接证明与间接证明 .....	( 125 )





第三单元 数学归纳法 ..... (141)

章末综合提升 ..... (156)

**方法·技巧·策略**

类比思想(115)/演绎推理(117)/归纳法(118)/原理法(120)/综合法证明(127)/分析法证明(128)/反证法证明(130)/策略技巧(136)/等价转化思想(141)/数形结合思想(142)/原理法(142)/插项法(143)

专题提升篇 ..... (172)

第一单元 专题思想方法 ..... (172)

**方法·技巧·策略**

分类讨论思想(172)/数形结合思想(173)/特殊与一般的思想(175)/函数与方程思想(180)/转化思想(185)/反证法(188)

第二单元 专题高考热点 ..... (194)



## 首席寄语



### ■ 专题导引

本专题主要包括常用逻辑推理与证明的知识,主要有命题量词、充要条件及逻辑推理的基本方法与命题证明的基本问题.如:合情推理与演绎推理、直接证明与间接证明以及数学归纳法等.

本专题的知识不仅是数学学科的必要知识,更是任何一门学科的必备学问.任何一门学科都离不开发现问题、探索问题、解决问题这一过程.要探索、要证明、要转化都要用到推理与证明.因此,本专题的知识对各学科特别是对数学学科起到了重要的理论指导作用.

### ■ 高考命题规律

在高考中,命题与逻辑推理考查较多,客观题的考查几乎每年都有,大都考查充要条件的判定;主观题中主要考查逻辑联结词、量词知识及推理证明的问题.

### ■ 学习应试策略

鉴于本部分知识的特点,在学习时,要结合实例充分理解各个概念的含义.学习命题时,分清“条件”与“结论”;在学习逻辑联结词时,要深刻领会真、假命题的判断等问题.推理与证明应理解其理论、掌握其方法,同时,要掌握好本部分知识,还需将必修中的各部分知识以及初中已学过的有关知识复习好.



## [ 单元提升篇 ]

## 第一章 命题与量词

## ★ 课程标准要求

1. 了解命题的概念,会判断命题的真假.
2. 通过生活和数学中的丰富实例,理解全称量词与存在量词的意义,会用符号语言表示全称命题和存在性命题,并能判断其真假.
3. 通过对命题真假的判定,体会举反例的作用.

第一单元  
命题知识清单精解  
ZHISHIQINGDANJINGJIE

1. 命题的定义:能判断真假的语句叫命题.
2. 命题的结构

在数学中,具有“若 $p$ ,则 $q$ ”这种形式的命题是常见的.我们把这种形式的命题中的 $p$ 叫做命题的条件, $q$ 叫做命题的结论.

数学中有一些命题虽然表面上不是“若 $p$ ,则 $q$ ”的形式,但是把它的表述作适当改变,也可以写成“若 $p$ ,则 $q$ ”的形式.

3. 命题的真假

判断为真的命题叫做真命题,判断为假的命题叫做假命题.一个命题要么是真,要么是假,但不能既真又假,也不能模棱两可、无法判断其真假.

方法技巧突破  
FANGFAJIQIAOTUPO

## ■ 数学思想方法

## (一) 数形结合思想

数形结合思想,其实质是将抽象的数学语言与直观的图形结合起来,使抽象思维

和形象思维相结合,通过对图形的认识,数形结合的转化,可以培养思维的灵活性、形象性,使问题化难为易,化抽象为具体,通过“形”往往可以解决用“数”很难解决的问题.

本单元的题目中,很多命题的解决都用到了数形结合的思想,尤其是真命题的判断更是如此.原本复杂的命题通过数形结合变得简单、形象,从而易于问题的解决.

**例 1** 已知  $a, b$  为两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  为两个不同的平面, 且  $a \perp \alpha, b \perp \beta$ , 则下列命题中的假命题是( )

- A. 若  $a \parallel b$ , 则  $\alpha \parallel \beta$       B. 若  $\alpha \perp \beta$ , 则  $a \perp b$   
 C. 若  $a, b$  相交, 则  $\alpha, \beta$  相交      D. 若  $\alpha, \beta$  相交, 则  $a, b$  相交

解析: 如图 1-1-1, 因为  $\alpha, \beta$  为两个不同的平面, 所以若  $\alpha \cap \beta = c$ , 但平面  $\alpha, \beta$  不会重合.

因为  $a \perp \alpha, b \perp \beta$ , 所以  $a$  与  $b$  不一定相交.

故“若  $\alpha, \beta$  相交, 则  $a, b$  相交”是假命题.      答案: D

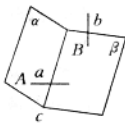


图 1-1-1

**点拨:** 本例的解决体现了数形结合思想的应用. 实际上, 与图形相关的命题的判断都可以通过画辅助图形解决.

## (二) 分类讨论思想

解决分类讨论问题的实质是将整体问题化为部分问题来解决, 从而增加题设条件, 这也是解决分类讨论问题的指导思想. 当问题中含有参数或问题是分类给出时, 常常需要分类讨论.

**例 2** 设集合  $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$ ,  $B = \{x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 若命题  $B \subseteq A$  为真, 求实数  $a$  的取值范围.

分析:  $B \subseteq A$  可分  $B = \emptyset, B \subseteq A (B \neq \emptyset), B = A$  三种情况进行解决.

解:  $A = (0, -4), B \subseteq A$ .

(1) 当  $B = \emptyset$  时, 方程  $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$  无解,

$\therefore \Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) < 0, \therefore a < -1$ .

(2)  $B \subseteq A (B \neq \emptyset)$  时, 则  $B = \{0\}$  或  $B = \{-4\}$ ,

即方程  $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$  有两个相等的实数根,

$\therefore \Delta = 8a + 8 = 0, \therefore a = -1$ , 此时  $B = \{0\}$  满足条件.

(3) 当  $B = A$  时, 方程  $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$  有两个实数根 0 和 -4.

$\therefore \begin{cases} -4 = -2(a+1), \\ 0 = a^2 - 1, \end{cases}$  解得  $a = 1$ .

综上所述,  $a$  的取值范围是  $\{a | a \leq -1 \text{ 或 } a = 1\}$ .

**说明:** 分类讨论的原则是不重复、不遗漏, 讨论的方法是逐类进行, 还应注意综合讨论的结果.

## (三) 函数思想

对于函数问题, 有些是直接以函数形式出现的, 有些不是直接以函数形式出现

的,通过转化,借助函数思想,应用函数的知识与思维解决问题,这就是函数思想.许多命题,都与函数有关系,且关于函数方面的命题是高考中的热点,因此,应掌握运用函数知识解决命题问题的能力与技巧.

**例 3** (2007·北京)对于函数:①  $f(x) = |x-2|$ ; ②  $f(x) = (x-2)^2$ ;

③  $f(x) = \cos(x-2)$ . 判断下列两个命题的真假:

命题甲:  $f(x+2)$  是偶函数;

命题乙:  $f(x)$  在  $(-\infty, 2)$  上是减函数,在  $(2, +\infty)$  上是增函数.

能使命题甲、乙均为真的所有函数的序号是( )

A. ①②

B. ①③

C. ②

D. ③

解析:由命题甲  $f(x+2)$  是偶函数,可知①②满足条件,排除③;作出①②函数的图象,可知②满足命题乙的条件,所以选 C. 答案:C

**说明:**本考题中命题的主体就是函数知识,要应用有关函数的知识进行解答.

#### (四)化归思想

在解决数学问题时,常遇到一些问题直接求解较为困难,需将原问题转换成一个新问题来解决,这就是化归思想.

**例 4** 命题:“不等式  $x^2 + 2x + y^2 + 2y \geq -a$  恒成立,则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.”

解析:将命题中的不等式转化为  $(x+1)^2 + (y+1)^2 \geq 2-a$  恒成立.

当  $x \in \mathbf{R}$  时,  $y \in \mathbf{R}$ ,  $(x+1)^2 + (y+1)^2$  的最小值为 0.

$\therefore 0 \geq 2-a$ , 即  $a \geq 2$ .  $\therefore a$  的取值范围是  $[2, +\infty)$ . 答案:  $[2, +\infty)$

**说明:**本题中的不等式是一个恒成立的不等式,可将原问题转化为求最小值的问题,从而使问题迎刃而解.

### ■ 解题技法

#### (一)反例应用

在判断一个命题的真假时,可借助举反例来否定一个命题是正确的.

**例 5** 判断下列命题的真假:

- (1)形如  $a + \sqrt{6}b$  的数是无理数;
- (2)正项等差数列的公差大于零;
- (3)奇函数的图象关于原点对称;
- (4)能被 2 整除的数一定能被 4 整除.

分析:根据命题本身涉及的知识去判断其真假.

解:(1)假命题,反例:若  $a=2, b=0$ , 则  $a + \sqrt{6}b$  为有理数.

(2)假命题,反例:若此等差数列为递减数列,如数列 20, 17, 14, 11, 8, 5, 2, 它的公差为 -3.

(3)真命题.

(4)假命题,反例:6能被2整除,但不能被4整除.

**说明:**判断一个命题为假命题,只需举出一个反例即可.而要判断一个命题为真命题,一般要进行严格的逻辑推证.

### (二)直接法

在解决数学问题时可从问题涉及到的定义、定理、法则来进行直接处理,这种解决问题的方法称为直接法.

**例 6** (2007·潍坊模拟)下列各命题中,是真命题的有( )

- A. 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则  $A = \emptyset$  或  $B = \emptyset$   
 B. 两条对角线相等的四边形是正方形  
 C. 若  $A \cup B = U$  ( $U$  为全集), 则  $A = U$  或  $B = U$   
 D. 如果一个角的两边分别垂直于另一个角的两边, 那么这两个角互补或相等

**分析:**根据集合的性质、平面几何的知识进行判断.  
**解:**考虑选项 A, 若  $A \cap B = \emptyset$ , 必须有  $A = \emptyset$  或  $B = \emptyset$  或  $A, B$  中含有的元素完全不相同, 所以排除 A;

考虑选项 B, 两条对角线相等的四边形也可以是矩形, 所以排除 B;

考虑选项 C, 当  $A \cup B = U$  时, 可以  $A \neq U$  且  $B \neq U$ , 所以可排除 C.

选项 D 正确. 答案: D

**说明:**判断命题的真假可从定义、定理、性质出发.

### (三)特殊值法

特殊值法也叫特例法,是指解决数学问题时,可从特殊“元素”进行分析,通过特殊的性质进而判断一般“元素”的性质.对于一些比较复杂的命题的判断,采用特殊值法进行处理,可以起到事半功倍的效果.

**例 7** (2006·福建)对于直角坐标平面内的任意两点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ,

定义它们之间的一种“距离”:  $\|AB\| = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$ .

给出下列三个命题:

- ①若点 C 在线段 AB 上, 则  $\|AC\| = \|CB\| + \|AB\|$ ;  
 ②在  $\triangle ABC$  中, 若  $\angle C = 90^\circ$ , 则  $\|AC\|^2 + \|CB\|^2 = \|AB\|^2$ ;  
 ③在  $\triangle ABC$  中,  $\|AC\| + \|CB\| > \|AB\|$ .

其中真命题的个数为( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**解析:**取特殊值、数形结合.

在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 不妨取  $A(0, 1), C(0, 0), B(1, 0)$ ,

$\therefore \|AB\| = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$ ,

$\therefore \|AC\| = 1, \|BC\| = 1, \|AB\| = |1 - 0| + |0 - 1| = 2$ .

此时,  $\|AC\|^2 + \|CB\|^2 = 2, \|AB\|^2 = 4, \therefore \|AC\|^2 + \|CB\|^2 \neq \|AB\|^2$ ,  
 $\|AC\| + \|CB\| = \|AB\|$ , 即命题②③是错误的.

设如图 1-1-2 所示的共线三点为  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ ， $AC' \perp CC''$ ，则  $||AC|| = |x_1 - x_3| + |y_1 - y_3| = |AC'| + |CC''|$   
 $= |AB'| + |B'C'| + |C'C''| + |C''C|$   
 $= |AB'| + |B'B| + |BC''| + |C''C|$ ，  
 $||AB|| = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| = |AB'| + |BB'|$ ，  
 $||BC|| = |x_2 - x_3| + |y_2 - y_3| = |BC''| + |C''C|$ ，  
 $\therefore ||AC|| = ||CB|| + ||AB||$ ，即命题①是正确的。

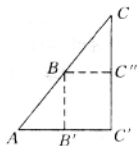


图 1-1-2

综上所述，真命题只有 1 个，故选 B. 答案：B

说明：本题用特殊值法解决简单明了。



### 一、抽象概括能力

高考中对抽象概括能力的要求是：一、能从具体、生动的实例中，发现研究对象的本质；二、能从给定的大量信息材料中，概括出一些结论，并能将其应用于解决问题或作出新的判断。

考例 1 下列语句中是命题的有\_\_\_\_\_，其中是假命题的有\_\_\_\_\_。(写出序号)

- ①垂直于同一条直线的两条直线必平行吗？
- ②一个数不是正数就是负数。
- ③大角所对的边大于小角所对的边。
- ④ $x+y$  为有理数，则  $x, y$  也都是有理数。
- ⑤作  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 。

分析：根据命题的概念，判断是否是命题；若是，再判断其真假。

解：①是疑问句，没有对垂直于同一直线的两条直线是否平行作出判断，不是命题；

②是假命题，因为 0 既不是正数也不是负数；

③是假命题，没有考虑到“在两个三角形中”的情况；

④是假命题，如  $x = \sqrt{3}, y = -\sqrt{3}$ ；

⑤是祈使句，不是命题。 答案：②③④；②③④

说明：判断一个语句是否是命题，关键在于能否判断其真假，一般地，祈使句“求证  $\sqrt{2}$  是无理数”，疑问句“ $\pi$  是无理数吗？”，感叹句“向抗洪英雄学习！”都不是命题。

### 二、空间想象能力

空间想象能力一般是指：能够根据条件作出正确的图形，根据图形想象出直观形象；能够准确地理解图形中的基本元素及其相互关系；能够为图形进行分析、组合；能够运用图形与图表等手段形象地揭示问题的本质和规律。

考例 2 (2005·江苏) 设  $\alpha, \beta, \gamma$  为两两不重合的平面， $l, m, n$  为两两不重合的直线，给出下列四个命题：

- ①若  $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ ，则  $\alpha \parallel \beta$ ；

②若  $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ ;

③若  $\alpha \parallel \beta, l \subset \alpha$ , 则  $l \parallel \beta$ ;

④若  $\alpha \cap \beta = l, \beta \cap \gamma = m, \gamma \cap \alpha = n, l \parallel \gamma$ , 则  $m \parallel n$ .

其中真命题的个数是( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

解析:在四个命题中,①②是假命题,③④是真命题.      答案:B

**说明:**本考题为典型的空间想象能力题,由条件作图,由图判断命题的正确性.解决此题目的关键在于画出相应的图形.

### 三、推理论证能力

高考中对本能力考查的要求是能够根据已知的事实和已获得的正确数学命题,论证某一数学命题的真实性.

考例3 已知  $a, b, c, d$  均为实数,有下列命题:

①若  $ab > 0, bc - ad > 0$ , 则  $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$ ;

②若  $ab > 0, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$ , 则  $bc - ad > 0$ ;

③若  $bc - ad > 0, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$ , 则  $ab > 0$ .

其中正确命题的个数是( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

解析:①  $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} = \frac{bc - ad}{ab}$ ,

$\because ab > 0, bc - ad > 0, \therefore \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0. \therefore$  命题①正确.

同理可得命题②③也正确.      答案:D

### 四、运算求解能力

高考中对本能力的考查要求是能够根据法则和公式进行正确运算、变形;能够根据问题的条件,寻找并设计合理、简捷的运算方法;能够根据要求对数据进行估计和近似计算.

考例4 (2007·安徽)函数  $f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  的图象为  $C$ , 下列结论中正确的是\_\_\_\_\_ (写出所有正确结论的编号).

①图象  $C$  关于直线  $x = \frac{11}{12}\pi$  对称;

②图象  $C$  关于点  $\left(\frac{2\pi}{3}, 0\right)$  对称;

③函数  $f(x)$  在区间  $\left(-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right)$  内是增函数;

④由  $y = 3\sin 2x$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度可以得到图象  $C$ .



解：由  $y=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$  的图象性质知①②③均正确，④应该向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个

单位长度. 答案：①②③

### 五、创新意识

高考中对本能力的要求是能够独立思考、灵活和综合地运用所学的数学知识创造性地提出问题、分析问题和解决问题.

考例 5 设函数  $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$  ( $\omega>0, -\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$ ) 给出以下四个论断：

①它的图象关于直线  $x=\frac{\pi}{12}$  对称；②它的图象关于点  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  对称；③在区间  $[-\frac{\pi}{6}, 0]$  上函数  $f(x)$  是增函数；④它的周期是  $\pi$ .

(1)以其中两个论断作条件，余下的两个论断作结论，写出你认为正确的一个命题；

(2)对(1)中你写出的命题给出证明.

解：(1)命题：①④ $\Rightarrow$ ②③. (答案不唯一)

(2)证明如下：由④得  $\frac{2\pi}{\omega}=\pi, \therefore \omega=2$ .

由①得  $f(\frac{\pi}{12})=\pm 1$ , 即  $\sin(\varphi+\frac{\pi}{6})=\pm 1$ .

$\therefore \varphi+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2} (k\in\mathbf{Z})$ .

由  $-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$  得,  $\varphi=\frac{\pi}{3}$ .

$\therefore f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ .

$\therefore f(\frac{\pi}{3})=\sin\pi=0, \therefore f(x)$  的图象关于点  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  对称, 即②得证.

$\therefore f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$  的递增区间是  $D=[k\pi-\frac{5\pi}{12}, k\pi+\frac{\pi}{12}] (k\in\mathbf{Z})$ ,

而  $[-\frac{\pi}{6}, 0] \subset D, \therefore$  ③得证.



### 1. 考点导航

考点	考点要求
命题及其关系	①了解命题的概念 ②理解四种命题的关系

### 2. 规律点津

(1)在高考中, 每年都有命题及其关系的考题. 此知识点的考查一般以客观题为