

理科要覽

幾何學

桂叔超 金品編

商務印書館

理 科 要 覽
幾 何 學
桂叔超 金品編

★ 版 權 所 有 ★
商 務 印 書 館 出 版
上海河南中路二一一號
〔上海市書刊出版業營業許可證出字第〇二五號〕
新 華 書 店 總 經 售
商 務 印 書 館 印 刷 廠 印 刷
上海天通庵路一九〇號
(52274)

1937年6月初版 1954年9月20版
印數 80,501—100,500 定價 ￥6,500

目 次

幾何學緒論	1	多角形內角外角之定理及問題	29
關於角之定義	3	平行四邊形之定理及問題(其一)	31
角之定理及問題(其一)	5	平行四邊形之定理及問題(其二)	33
角之定理及問題(其二)	7	三角形之五心(其一)	35
平行線之定理及問題(其一)	9	三角形之五心(其二)	37
平行線之定理及問題(其二)	11	三角形之五心(其三)	39
關於直線形之定義(其一)	13	直線形應用問題(其一)	41
關於直線形之定義(其二)	14	直線形應用問題(其二)	43
三角形之定理及問題(其一)	15	直線形應用問題(其三)	45
三角形之定理及問題(其二)	17	直線形應用問題(其四)	47
三角形之定理及問題(其三)	19	直線形應用問題(其五)	49
三角形之定理及問題(其四)	21	關於圓之定義(其一)	51
三角形之定理及問題(其五)	23	關於圓之定義(其二)	52
三角形之定理及問題(其六)	25	圓之簡易定理	53
三角形之定理及問題(其七)	27	圓之定理及問題(其一)	55

圓之定理及問題(其二).....	57	關於作圖題之要件(其一).....	91
圓之定理及問題(其三).....	59	關於作圖題之要件(其二).....	92
圓之定理及問題(其四).....	61	基礎作圖題(其一).....	93
圓之定理及問題(其五).....	63	基礎作圖題(其二).....	95
圓之定理及問題(其六).....	65	基礎作圖題(其三).....	97
圓之定理及問題(其七).....	67	基礎作圖題(其四).....	99
切線之定理及問題(其一).....	69	基礎作圖題(其五).....	101
切線之定理及問題(其二).....	71	基礎作圖題(其六).....	103
切線之定理及問題(其三).....	73	基礎作圖題(其七).....	105
關於二圓之定理及問題(其一).....	75	作圖應用問題(其一).....	107
關於二圓之定理及問題(其二).....	77	作圖應用問題(其二).....	109
內接及外切正多角形之定理.....	79	作圓應用問題(其三).....	111
圓之應用問題(其一).....	81	作圖應用問題(其四).....	113
圓之應用問題(其二).....	83	作圖應用問題(其五).....	115
圓之應用問題(其三).....	85	作圖應用問題(其六).....	117
圓之應用問題(其四).....	87	作圖應用問題(其七).....	119
圓之應用問題(其五).....	89	面積之定義及記號	121

目 次

3

三角形之面積	123	Ptolemy 氏定理	155
餘形定理	125	比例(調和點列)	157
三角形之等積移動	127	相似三角形(其一)	159
畢氏定理及其應用	129	相似三角形(其二)	161
畢氏定理之逆	131	方幂定理及其應用	163
畢氏定理之擴張	133	方幂定理之應用	165
中線定理	135	三角形二邊之乘積	167
三角形二邊之平方差	137	比例中項	169
Heron 氏定理	139	相似多角形(其一)	171
關於面積之重要問題	141	相似多角形(其二)	173
關於比之定義(其一)	143	三角形面積之比(其一)	175
關於比之定義(其二)	144	三角形面積之比(其二)	177
比之基礎定理	145	圓之周及面積	179
圓心角與弧	147	Menelaus 氏定理	181
平行線與比之移動(其一)	149	Ceva 氏定理	183
平行線與比之移動(其二)	151	比例之應用問題(其一)	185
分角線定理	153	比例之應用問題(其二)	187

目 次

比例之應用問題(其三)	189	等積形作法(其一)	219
軌跡之基礎(其一)	191	等積形作法(其二)	221
軌跡之基礎(其二)	192	等積形作法(其三)	223
軌跡之證明(其一)	193	比例線作法	225
軌跡之證明(其二)	195	面積之等分	227
軌跡之預測(其一)	197	過兩點作圓	229
軌跡之預測(其二)	198	正十邊形作法	231
軌跡之例	199	平行移動法之應用	233
和及差一定之軌跡	201	對稱及迴轉之應用	235
三角形五心之軌跡	203	軌跡交截法	237
平方和一定之軌跡	205	相似移動法之應用	239
平方差一定之軌跡	207	計算題	241
有定比之軌跡(其一)	209		
有定比之軌跡(其二)	211		
相似三角形頂點之軌跡	213		
雜題(其一)	215		
雜題(其二)	217		

定義

[幾何學] 僅就物之形狀，大小，位置而研究其眞理之學科也。

[立體] 物體僅就其形狀，大小，位置而考之者，此物體曰立體。

[面] 僅有長，寬而無厚者曰面。立體之界亦爲面。

[線] 僅有長而無寬與厚者曰線。面之界及二面之交亦爲線。

[點] 僅有位置而無大小者曰點。線之界及二線之交亦爲點。

[圖形] 立體，面，線，點及此等所集合者曰圖形。

[直線] 任取線之一份置諸他份上，若處處重合者，則此線曰直線。

[平面] 連結面上任二點作成直線若全在其面上者，則此面曰平面。

[公理] 不待證明而自知之眞理，可爲推理之基礎者，曰公理。

[定理] 以定義及公理爲基礎，由是依推理導出之眞理，稱爲定理。

[幾何學之符號] 幾何學所用之符號有下列各種：

- | | | |
|--------------------|------------------|-------------------|
| 1. . . 故 | 2. . . 因 | 3. \angle 角 |
| 4. \perp 垂直 | 5. $\angle R$ 直角 | 6. \parallel 平行 |
| 7. \triangle 三角形 | 8. = 相等 | 9. \equiv 全等 |
| 10. \neq 不等 | 11. > 大於 | 12. < 小於 |

問題

(1) 試述幾何學所用主要之普通公理。

(2) 試列舉幾何公理。

(3) 試述定理之形狀。

幾何學緒論之解答

解

(1) 公理有普通公理及幾何學公理二種：

普通公理關於一般之量。

幾何學公理僅關於幾何學。

幾何學所用主要之普通公理如下：

1. 等於同量之量互相等。
2. 全量大於其一部分，而等於其各部分之和。
3. 等量加等量，其和相等。
4. 等量減等量，其差相等。
5. 不等之量加等量，其和仍不等，原大者仍大。
6. 不等之量減等量，其差仍不等，原大者仍大。
7. 等量之同倍數之量相等。
8. 等量之同分數之量相等。
9. 第一量大於第二量，第二量又大於第三量，則第一量必大於第三量。
10. 等量減不等量，其差仍不等，原大者反小。

答

(2) 幾何學公理如次：

1. 通過二定點之直線唯一。
2. 連結二點之線分，為二點間所引諸線中之最短者。
3. 圖形可不變其形狀與大小，而變其位置。
4. 線分可依其二方向無限延長。
5. 過一直線外一點僅可作一直線，與其直線平行。
6. 全相合之圖形，其大小相等。

(3) 凡一定理由二部分而成；第一為其始所定之條件，是謂假設；第二為由此假設所生必然之結果，是謂終決。例如

如 A 為 B ，則 C 為 D 。

[如 A 為 B] 名曰假設或已知，[則 C 為 D] 名曰終決或求證。

定 義

[角] 從同一點引二直線，此二直線間之圖形曰角，其點曰頂點，其二直線曰邊。

[鄰角] 從一點引三直線中間一線，與外側二線作成二角，是謂鄰角。其和等於外側二線之角。

[平角] 角之二邊於頂點之兩側，在同一直線上者曰平角。

[直角] 一直線交於他之一直線上，其兩側為相等之鄰角，則其各角曰直角。

[垂線] 二直線相交成直角，則曰互為垂直；其線曰垂線，其交點曰垂線之足。

[銳角] 小於一直角之角曰銳角。

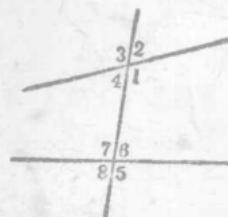
[鈍角] 大於一直角，而小於二直角之角曰鈍角。

[餘角] 二角之和等於一直角之時，則曰互為餘角。

[補角] 二角之和等於二直角之時，則曰互為補角。

[對頂角] 二直線相交，其所成相對之二角，曰對頂角。

[內錯角，同位角，同傍內角] 4與6，1與7曰內錯角；2與6，3與7，1與5，4與8曰同位角；4與7，1與6曰同傍內角。



問 題

- (1) 30° 之餘角若干？
- (2) 120° 之補角若干？
- (3) $\frac{3}{4} \angle R$ 之餘角及補角各為若干？
- (4) 某角為其補角之三分之一。問此角為若干度？
- (5) 某角為其餘角之二倍。求此角之度數。
- (6) 某角之補角為其餘角之四倍。求此角。
- (7) 有二鄰角各為 30° 及 120° ，則其各二等分角線之間之角若干？
- (8) 時鐘之長針回轉十分時，成角若干度。但回轉一周為 360° 。
- (9) 2時25分之兩針，夾成若干度之角？

關於角之定義之解答

解

(1) 二角之和爲一直角，則曰互爲餘角。

$$\text{因 } 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

故知 30° 之餘角爲 60° 。

(2) 二角之和爲二直角即 180° ，則曰互爲補角。

$$\text{因 } 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

故知 120° 之補角爲 60° 。

$$(3) \frac{3}{4} \angle R = \frac{3}{4} \times 90^\circ = 67^\circ 30'.$$

故其餘角爲 $22^\circ 30'$ ，其補角爲 $112^\circ 30'$ 。

(4) 設所求之角爲 x 度，則其補角爲 $180^\circ - x$ 。故得方
程式 $3x = 180^\circ - x$ 。

$$\text{解之，得 } x = 45^\circ. \quad \text{答 某角爲 } 45^\circ \text{ 度。}$$

(5) 設所求之角爲 x 度，則其餘角爲 $90^\circ - x$ 。依題意，
得下之方程式

$$x = 2(90^\circ - x).$$

$$\text{解此方程式，得 } x = 60^\circ.$$

答 某角爲 60° 。

答

(6) 設某角爲 x 度，則其餘角爲 $90^\circ - x$ ，其補角爲 $180^\circ - x$ 。依題意，得下之方程式

$$180^\circ - x = 4(90^\circ - x).$$

$$\text{解之，得 } x = 60^\circ. \quad \text{答 某角爲 } 60^\circ \text{ 度。}$$

$$(7) \text{ 所求之角爲 } \frac{30^\circ}{2} + \frac{120^\circ}{2} = 15^\circ + 60^\circ = 75^\circ.$$

答 此角爲 75° 。

$$(8) \text{ 所求之角爲 } 360^\circ \times \frac{10}{60} = 60^\circ.$$

答 此角爲 60° 。

(9) 長針回轉 25 分所成之角度爲

$$6^\circ \times 25 = 150^\circ$$

$$\text{此時短針必回轉 } 150^\circ \times \frac{1}{12} = 12.5^\circ.$$

又短針自 12 時回轉至 2 時所成之角度必爲

$$6^\circ \times 10 = 60^\circ.$$

$$\therefore \text{ 所求之角} = 150^\circ - (60^\circ + 12.5^\circ) = 77.5^\circ.$$

證 明

(定理 1) 凡平角皆相等。

[已知] $\angle AOB$ 及 $\angle A' O' B'$ 均為平角。

[求證] $\angle AOB = \angle A' O' B'$ 。

[證明] $\angle AOB$ 及 $\angle A' O' B'$ 之二邊各為一直線。 (定義)

故 O' 重合於 O , $O' B'$ 重合於 OB , 則 $O' A'$ 重合於 OA 。 (公理)

$\therefore \angle AOB = \angle A' O' B'$ 。 (公理)

(定理 2) 一直線交於他一直線上, 則其二鄰角之和等於二直角。

[已知] AB 與 CD 相交於 C 點。

[求證] $\angle ACD + \angle DCB = 180^\circ$ 。

[證明] $\angle ACD + \angle DCB = \angle ACB$ 。

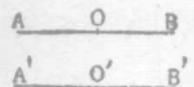
然 ACB 為一直線。

$\therefore \angle ACB$ 為平角。

$\therefore \angle ACD + \angle DCB = 2\angle R$

或

$= 180^\circ$ 。



問 題

(1) 直角皆相等。

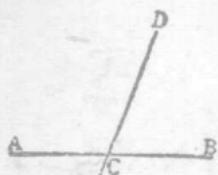
(2) 相等之角之餘角亦相等。

(3) 相等之角之補角亦相等。

(4) 有二直線 AB, CD 相交於一點 O , 若 $\angle AOC$ 為一直角, 則他之三角亦為直角。

(5) 從集於一點之任意直線所成若干鄰角之和, 等於四直角。

(6) 四直線 OA, OB, OC, OD 集於一點, 若 $\angle AOB = \angle COD$ 及 $\angle BOC = \angle AOD$, 則 $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$, 或 $\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$ 。



角之定理及問題(其一)之解答

解

(1) [證明] 直角為平角之半，而相等之角之半皆相等。
故平角之半即直角皆相等。

(2) [已知] $\angle A = \angle B$, $\angle C$, $\angle D$ 各為 $\angle A$, $\angle B$ 之餘角。

[求證] $\angle C = \angle D$ 。

[證明] $\angle A + \angle C = 90^\circ$ 及 $\angle B + \angle D = 90^\circ$ 。
(定義)

$\therefore \angle A + \angle C = \angle B + \angle D$ 。 (公理)

$\therefore \angle A = \angle B$ 。 $\therefore \angle C = \angle D$ 。 (等量減法公理)

(3) [已知] $\angle A = \angle B$, $\angle C$, $\angle D$ 各為 $\angle A$, $\angle B$ 之補角。

[求證] $\angle C = \angle D$ 。

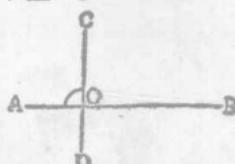
[證明] $\angle A + \angle C = 180^\circ$ 及
 $\angle B + \angle D = 180^\circ$ 。 (定義)

$\therefore \angle A + \angle C = \angle B + \angle D$ 。

因 $\angle A = \angle B$ 。

$\therefore \angle C = \angle D$ 。

(等量減法公理)



(4) [已知] $\angle AOC = 90^\circ$ 。
[求證] $\angle BOC = \angle COD$
 $= \angle DOA = 90^\circ$.

[證明] 因 AB 為一直線，CD 為他直線。

答

故 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ 。

$\therefore \angle AOC = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ 。

同理，可證 $\angle BOD = \angle DOA = 90^\circ$ 。

(5) [已知] AO , BO , CO , DO 順次交於 O 。

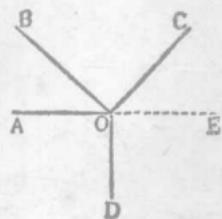
[求證] $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOA = 360^\circ$

[證明] 延長 OA 至 OE ，則

$$\begin{aligned} \angle AOB + \angle BOC + \angle COE \\ = 180^\circ, \end{aligned}$$

$$\angle AOD + \angle DOE = 180^\circ$$

相加，得 $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOA = 360^\circ$ 。



(6) [已知] $\angle AOB = \angle COD$,

$\angle BOC = \angle AOD$ 。

[求證] $\angle AOB + \angle BOC$
 $= 180^\circ$ ，或 $\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$ 。

[證明] 自前題，知

$$\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOA = 360^\circ$$

但 $\angle AOB = \angle COD$ 及 $\angle BOC = \angle DOA$ 。

$$\therefore 2(\angle AOB + \angle BOC) = 360^\circ,$$

即 $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$ 。

證明

(定理 3) 一直線交於他之二直線上，其鄰角之和等於二直角時；則其他之二直線必為一直線(此定理曰定理 2 之逆定理)。

[已知] $\angle ABC + \angle CBD = 180^\circ$ 。

[求證] AB, BD 在一直線上。

[證明] $\angle ABC + \angle CBD = \angle ABD$ 。

然 $\angle ABC + \angle CBD = 180^\circ$ 。

$\therefore \angle ABD = 180^\circ$. $\therefore \angle ABD$ 為平角。

$\therefore AB, BD$ 在一直線上。

(定理 4) 凡二直線相交，其所成之對頂角相等。

[已知] $\angle AOC, \angle BOD$ 為對頂角。

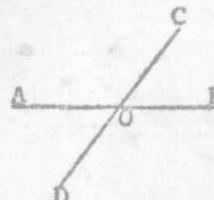
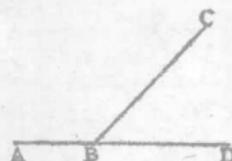
[求證] $\angle AOC = \angle BOD$ 。

[證明] $\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$,

$\angle COB + \angle BOD = 180^\circ$.

$\therefore \angle AOC + \angle COB = \angle COB + \angle BOD$.

兩邊各減 $\angle COB$ ，則 $\angle AOC = \angle BOD$ 。



問題

(1) 二直線交成之鄰角，其各角之二等分角線互相垂直。

(2) 二直線 OB, OD 與一直線 AC 同在點 O 相會，而在其反對之側；若 $\angle AOB = \angle COD$ ，則 BO, OD 成一直線。

(3) 角之二等分線必二等分其對頂角。

(4) 直線垂直於角之分角線，則必與角之二邊成等角。

(5) 設 $\angle ADB, \angle BDC$ 為二鄰角，而 DE 及 DF 為其分角線，若 $DE \perp DF$ ，求證 ADC 為一直線。

角之定理及問題(其二)之解答

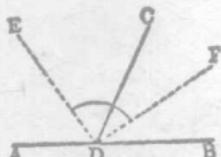
解

(1) [已知] DE, DF 各為 AB, CD 交成二鄰角 ADC, CDB 之分角線。

[求證] $ED \perp DF$ 。

[證明] $\angle ADC = 2\angle EDC$,
 $\angle CDB = 2\angle CDF$ 。

然 $\angle ADC + \angle CDB = 180^\circ$ 。



$$\therefore 2\angle EDC + 2\angle CDF = 180^\circ.$$

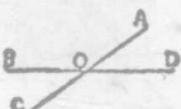
$$\therefore \angle EDC + \angle CDF = 90^\circ, \text{ 即 } \angle EDF = 90^\circ.$$

$$\therefore ED \perp DF.$$

(2) [證明] $\angle BOC + \angle AOB = 180^\circ$ 。

然 $\angle AOB = \angle COD$.

$$\therefore \angle COB + \angle COD = 180^\circ.$$



故 OB, OD 為一直線。

(3) [已知] PQ 為 $\angle AOB$ 之分角線。

[求證] $\angle COQ = \angle DOQ$.

答

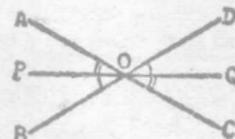
[證明] 從定理 4, 知

$$\angle AOP = \angle COQ$$

及 $\angle POB = \angle DOQ$ 。

但 $\angle AOP = \angle POB$, (已知)

$$\therefore \angle COQ = \angle DOQ.$$



(4) [已知] OC 為 $\angle AOB$ 之分角線, 且 $DOE \perp OC$.

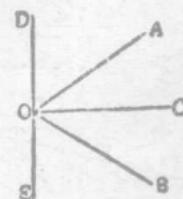
[求證] $\angle AOD = \angle BOE$.

[證明] $\angle DOC = \angle COE = 90^\circ$,

又 $\angle AOC = \angle BOC$, (已知)

$$\begin{aligned} \angle DOC - \angle AOC \\ = \angle COE - \angle BOG, \end{aligned}$$

即 $\angle AOD = \angle BOE$.



(5) [已知] $\angle BDF = \frac{1}{2}\angle BDC$,
 $\angle BDE = \frac{1}{2}\angle ADB$, 且
 $DE \perp DF$.

[求證] ADC 為一直線。

[證明] $\because DE \perp DF$.

$$\therefore \angle BDF + \angle BDE = 90^\circ.$$

2 倍之, 得 $\angle ADB + \angle BDC = 180^\circ$ 。故如題云云。

證 明

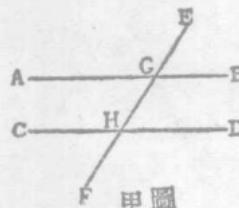
(定理 5) 一直線交於他之二直線，若其內錯角相等，則此二直線互相平行。

[已知] PQ 直線交 AB, CD 二直線於 E, F
及 $\angle AGF = \angle EHD$ 。

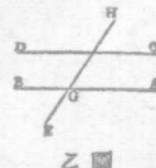
[求證] $AB \parallel CD$ 。

[證明] 將甲圖迴轉如乙圖，即置乙圖於甲圖上；使乙圖之 GH 重合於甲圖之 GH 上；則

乙之 G 落於甲之 H ，乙之 H 落於甲之 G ，而於甲圖因 $\angle AGH = \angle DHG$ ，即乙圖之 $\angle AGH$ ，等於甲圖之 $\angle DHG$ ；故乙圖之 GA ，重合於甲圖之 HD 上。同樣，乙圖之 HD ，重合於甲圖之 GA ，故乙圖之各直線部分皆重合於甲圖之各直線部分，即乙圖之全部與甲圖一致。故如設甲圖之 AB, CD 在任何一方相交，則與其重合之乙圖二直線，必在其反對之方向相交，而因乙圖與甲圖重合，故其結果即二直線 AB, CD 在 EF 之兩側各有交點，此與平行線之公理相反，故 AB, CD 不相交。



甲圖



乙圖

問 題

- (1) 一直線與他之二直線相交，若其同位角相等，或同傍內角相補，則此二直線必平行。
- (2) 二直線因垂直於一直線上，則此二直線互為平行。
- (3) 一直線垂直於二平行線之一，則亦垂直於其他。
- (4) 同直線之垂線與斜線相交。
- (5) 平行於同一直線之二直線，必互為平行。

解

(1) (前圖) [已知] $\angle PEB = \angle EFD$ 。

[求證] $AB \parallel CD$ 。

[證明] $\angle PEB = \angle AEF$. (定理 4)

$$\therefore \angle AEF = \angle EFD.$$

$\therefore AB \parallel CD$. (定理 5)

又 $\angle BEF + \angle EFD = 2R\angle$, (已知)

則 $AB \parallel CD$. (求證)

[證明] $\angle AEF + \angle BEF = 2R\angle$. (定理 1)

$$\therefore \angle AEF = \angle EFD.$$

$\therefore AB \parallel CD$. (定理 5)

(2) [證明] 二直線為同一直線之垂線，則其所成之角皆為直角，從而內錯角相等，故二直線互為平行。

(3) [證明] 平行線與一直線之內錯角相等，今其一為直角，則他角亦然，即他之直線亦為垂線。

答

(4) [已知] CD 為 AB 之垂

線， EF 為其斜線。

[求證] CD 與 EF 相交。

[證明] 過 E 作 AB 之垂線 EF' ，則

$$\angle DCA + \angle F'EB = 2R\angle.$$

$\therefore CD \parallel EF'$.

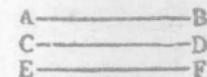
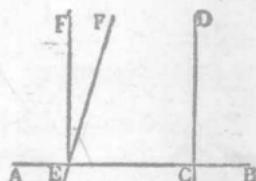
然 EF' 為 AB 之垂線，而 EF 為其斜線，故 EF 與 EF' 不一致。然過 E 作 CD 之平行線只 EF' 一直線，是 EF 與 CD 不平行，即相交。

(5) [已知] $AB \parallel EF$, $CD \parallel EF$.

[求證] $AB \parallel CD$

[證明] 試令 AB, CD 不平行

而相交，則過其交點得作平行於 EF 之二直線，是與公理 4 不合，故 AB, CD 不相交，即平行。



證明

(定理 6) 一直線交於二平行線上，則其內錯角必相等。

[已知] EF 與平行線 AB, CD 交於 G, H 。

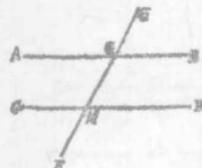
[求證] $\angle AGH = \angle GHD$ 或 $\angle BGH = \angle GHC$ 。

[證明] 過 G 作線使與 EF 成一等於 $\angle GHD$ 之角，則此線必與 CD 平行(定理 5)。然 $AB \parallel CD$ 而過 G 平行於 CD 之直線只有一條。

(公理)是過 G 作等於 $\angle GHD$ 之線僅有 AB 。

$\therefore \angle AGH = \angle GHD$ ，其他可同樣證之。

系 一直線與二平行線相交，則其同位角相等，同傍內角相補。



(定理 7) 三角形內角之和等於二直角。

[已知] 延長 BC 至 D 。

[求證] $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ 。

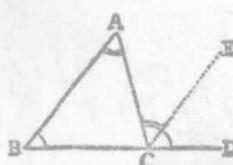
[證明] 作 $CE \parallel AB$ ，則

$$\angle ACE = \angle BAC, \angle ECD = \angle ABC.$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C$$

$$= \angle ACB + \angle ACE + \angle ECD = \angle BCD = 180^\circ.$$

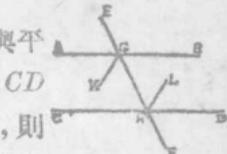
系 三角形之外角等於其內對角之和。



問題

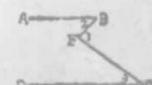
(1) 若兩直線被一截線所截，其同旁內角之分角線互相垂直，則此兩直線平行。

(2) 直線 EF 與平行線 AB, CD 交於 G 及 H ，則 $\angle AGH$ ， $\angle DHG$ 之分角線 GK, HL 必平行。



(3) 如圖，設 $AB \parallel CD$ ，求證 $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$ 。

(4) 兩三角形之二角



兩兩相等，則第三

角亦相等。

(5) O 為 $\triangle ABC$ 內之一點，則

$$\angle BOC = \angle BAC + \angle ABO + \angle ACO.$$