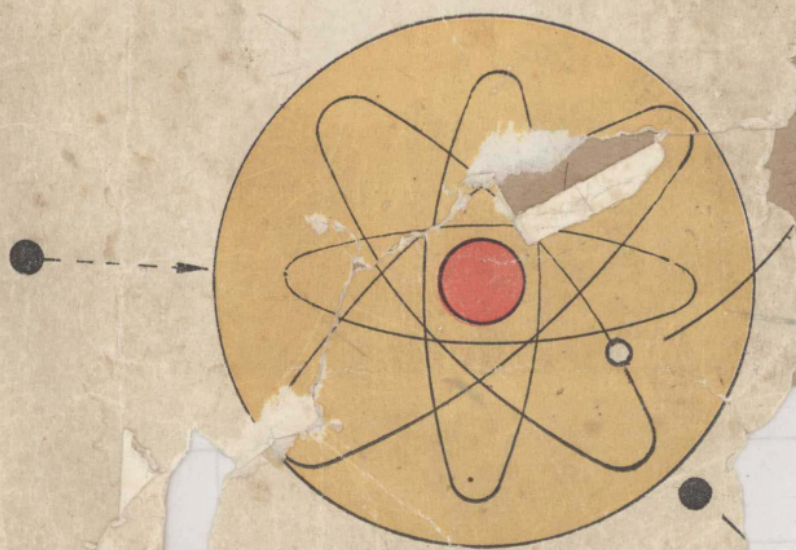


气体放电及其等离子体

胡孝勇 编著

哈尔滨工业大学出版社



1980

责任编辑 郝文杰

ISBN 7-5603-0526-1
TN·28 定价: 15.00 元

气体放电及其等离子体

胡孝勇 编著

哈尔滨工业大学出版社

哈尔滨工业大学出版社

哈尔滨工业大学出版社

本书共 10 章，主要介绍气体放电的基本原理、气体放电的数学模型、气体放电的数值模拟、气体放电的工业应用、气体放电的医学应用、气体放电的农业应用、气体放电的环保应用、气体放电的军事应用、气体放电的航空航天应用、气体放电的能源应用。

本书可作为高等院校电气工程及其自动化专业及相关专业的教材，也可供从事气体放电研究的工程技术人员参考。

（哈尔滨工业大学）

哈尔滨工业大学出版社

(黑)新登字第4号

内 容 简 介

本书共分十章,包括三大部分。第一部分是电离气体的原子、分子过程。这一部分不仅是气体放电、等离子体、核聚变等现象的理论基础,而且对于气体激光、等离子体显示,以及放电加工、表面处理等应用方面的开发也是重要的。第二部分是气体放电的开始和各种类型的气体放电。第三部分是放电产生的等离子体。

本书可作为光电子技术、物理电子与器件、电子物理与电光源等专业的本科生教材,亦可作为从事气体激光、等离子体显示技术、等离子体切割与焊接、放电加工、加速器、大电流开关、材料的表面改质、化学气体沉积薄膜等方面研究的高校师生、科研及生产技术人员参考。

气体放电及其等离子体

胡孝勇 编著

*

哈尔滨工业大学出版社出版
新华书店首都发行所发行
黑龙江省绥棱印刷厂印刷

*

开本787×1092 1/16 印张13.375 插页 字数304千字

1994年4月第1版 1994年4月第1次印刷

印数 1—1000

ISBN 7-5603-0526-1/TN·28 定价15.00元

前 言

本教材阐述气体放电及其所产生的等离子体。气体放电是在气体或蒸汽具有导电性情况下所观察到的现象。这时，出现自由电荷，它们在电场作用下移动。等离子体是气体放电的产物，同时也是放电的一个组成部分。气体放电及其等离子体的知识是电气工学、电子工学、照明工学，以及原子能科学、宇宙科学、冶金科学、化学工学的基础，其应用极为广泛，遍及各个领域。从荧光灯、电气炉、放电加工、表面改质、大电流开关、高压电器和输电线的绝缘，直到现在正致力研究的气体激光、等离子体化学气相淀积等都是其应用的范围。

本教材是编者在多年来为哈尔滨工业大学光电子技术专业本科生讲授《气体放电》课程的讲义基础上，加以修改、补充编写而成的。本教材用简明的语言，从基本过程开始叙述直至最近的发展。给出了必要的理论公式及其推导，以及最新的研究成果和实验数据。

哈尔滨工业大学马祖光教授对本书初稿做了认真细致的审阅，提出了很多宝贵的意见和有益的建议，编者对他表示诚挚的感谢。

由于编者水平有限，书中错误之处在所难免，恳切希望广大读者批评指正。

编著者

1993年1月

目 录

前言	I
第一章 气体和带电粒子的特性	(1)
1-1 气体的定律	(1)
1-2 分子的热运动	(2)
1-3 分布函数	(3)
1-4 分布函数的性质	(5)
1-5 横穿单位截面积的粒子数	(9)
1-6 粒子的相互碰撞	(10)
1-7 碰撞中的能量转移量	(13)
1-8 迁移率	(15)
习 题	(22)
第二章 气体粒子的激发与电离	(23)
2-1 激发与电离	(23)
2-2 电子碰撞电离与激发	(31)
2-3 离子、中性粒子碰撞引起的电离	(43)
2-4 光电离、光激发	(45)
2-5 亚稳粒子引起的电离、激发	(47)
2-6 放射性射线引起的激发、电离和剩余电离	(53)
习 题	(54)
第三章 带电粒子的消失和转化	(55)
3-1 扩散	(55)
3-2 复合	(61)
3-3 电子附着	(67)
3-4 电荷转移	(71)
习 题	(73)
第四章 前驱现象	(74)
4-1 汤生放电	(74)
4-2 电离系数 α	(75)
4-3 阴极二次电子发射系数 γ	(78)
4-4 暗流	(80)
4-5 电晕放电	(81)

4-6	电晕损失和振动	(82)
	习 题	(85)
第五章	火花放电	(86)
5-1	火花(击穿)条件	(86)
5-2	帕邢定律	(86)
5-3	最小火花电压	(88)
5-4	空间电荷产生的电场	(90)
5-5	火花电压的实验公式	(92)
5-6	非均匀电场中的放电	(94)
5-7	流柱理论	(96)
	习 题	(98)
第六章	辉光放电	(99)
6-1	放电形式	(99)
6-2	辉光放电的特性	(101)
6-3	阴极暗区的理论	(103)
6-4	理论公式的讨论	(106)
6-5	正柱	(108)
6-6	阳极区	(110)
6-7	空心阴极放电	(111)
6-8	阴极溅射	(114)
6-9	相似定律	(114)
	习 题	(117)
第七章	弧光放电	(118)
7-1	概述	(118)
7-2	从辉光向弧光的转移	(120)
7-3	低气压弧光	(122)
7-4	高气压弧光	(123)
7-5	阳极位降	(125)
7-6	电流—电压特性	(125)
7-7	热阴极弧光	(127)
7-8	弧光和辉光的不同点	(130)
	习 题	(130)
第八章	高频放电	(132)
8-1	大气压下的高频火花电压	(132)
8-2	高频火花电压的范围	(133)
8-3	扩散支配产生的击穿	(136)
8-4	低气压中离子捕捉的高频放电	(138)
8-5	空气中的击穿理论	(139)

8-6	磁场中的高频火花电压	(140)
8-7	无极放电	(142)
8-8	真空中的高频放电	(143)
8-9	高频稳定放电	(146)
8-10	激光引起的击穿	(148)
	习 题	(150)
第九章	气体放电等离子体概论	(151)
9-1	等离子体研究的历史	(151)
9-2	等离子体的定义和种类	(152)
9-3	等离子体的密度和温度	(154)
9-4	正柱的径向电位差	(161)
9-5	德拜长度和等离子体角频率	(162)
9-6	离子鞘和浮动电位	(166)
	习 题	(174)
第十章	等离子体的诊断	(175)
10-1	等离子体诊断的意义和诊断方法分类	(175)
10-2	探针诊断法	(176)
10-3	微波诊断法	(184)
10-4	光学诊断法	(192)
	习 题	(202)
附录一	物理常数	(203)
附录二	常用单位换算表	(203)
参考文献		(203)

第一章 气体和带电粒子的特性

放电现象是带电粒子在气体中的碰撞现象。电子是产生放电的初始的因素，并在放电现象中承担主要角色。电子的存在越困难，放电就越难以发生，相反，电子越容易存在，那么放电也就越容易产生。

为了掌握任何气体放电的特性，就必须相当清楚地了解电子（包括离子）和气体原子、分子的相互作用。这是因为，即使从某个源可以产生足以输送整个电流的电子，那么也不能期望形成不与气体粒子碰撞的电流，除非是在特别低的压力或很小的电极间距下。这种碰撞效应是非常重要的，为此我们必须讨论气体和带电粒子的性质。

1-1 气体的定律

理想气体的压强 p 与它的容积 V 和绝对温度 T 之间，具有关系

$$pV = RT \quad (1-1)$$

另一方面，根据阿伏伽德罗 (Avogadro) 定律，同温、同压条件下，对于所有气体，在一定容积中都含有相同数目的分子。所以，设一克分子的容积为 V 时， R 将变为常数，称为摩尔气体常数。由式 (1-1) 得到

$$p = \frac{R}{V} T = \frac{N}{V} \frac{R}{N} T = nkT \quad (1-2)$$

其中， N 是容积 V 中的粒子数目，因此 $\frac{N}{V} = n$ 是 1cm^3 单位体积中的粒子数目，即分子密度。称 $k = \frac{R}{N}$ 为玻耳兹曼 (Boltzman) 常数。在 $T = 273\text{K}$ 、 $V = 22.4\text{L}$ 、1个大气压下，若 $p = 1.01 \times 10^5$ (Pa)，则

$$R = \frac{22.4 \times 10^{-3} \times 1.01 \times 10^5}{273} = 8.31[\text{J}/(\text{K} \cdot \text{mol})]$$

还有，这时的 N 变为阿伏伽德罗常数，为 $6.02 \times 10^{23}/\text{mol}$ 。因此，可得到

$$k = R/N = 1.38 \times 10^{-23}(\text{J}/\text{K}) \quad (1-3)$$

在放电现象中，与 R 相比 k 是理论公式中更经常使用的常数。

另外，气压的单位是 N/m^2 ，即帕 (Pa)，但通常是用水银柱高度 mmHg ，即称为托 (torr) 的单位来表示， $1\text{torr} = 133\text{Pa}$ 。1torr下的分子密度 n ，在 $273\text{K}(0^\circ\text{C})$ 下，由式 (1-2) 为

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1.01 \times 10^5}{760} \times \frac{1}{1.38 \times 10^{-16} \times 273} = 3.54 \times 10^{16}(\text{cm}^{-3})$$

当气压很低时，如不能直接用水银柱的高度实测，还可用其它的气压计测量，其压力为 10^{-3} torr, 10^{-6} torr。测量特别低的气压的仪器称为真空计。即使在 10^{-10} torr 的超高真空下，实际上 1cm^3 体积中也还有 350 万个分子。不过，由于分子的体积非常小，它们相互碰撞的机会很小，所以是处于接近于 $p=0$ 时的状态。气压为零的真空，与绝对温度为零一样是根本不能实现的。例如，即使在太阳和地球的中间区域， 1cm^3 中也存在着几个原子（实际是带电粒子）。

在封离管等密封容器中的气体，不论温度高低， n 是不变的。所以，这时 p 仅随 T 成比例变化。若只是密封容器的一部分的温度变为 T' ，那么该部分的气体密度将变化为 n' 。由于容器连通，所以

$$p = n'kT' = nkT$$

成立。即若 $T' > T$ ，那么 $n' < n$ 。

1-2 分子的热运动

无论是气体的温度 T 还是压强 p ，它们都是来自于分子的热运动。热运动的特征在于其无规则性。即分子的运动完全是任意的，其行为没有任何意图，分子彼此之间只是由于偶然的碰撞而改变运动的方向、速度的大小。但是，这里认为分子间的作用力也仅在碰撞时才出现，不存在引力的作用。因此，各个分子在两次碰撞之间保持直线匀速运动。图 1-1 表示由于弹性碰撞的结果所形成的分子运动轨迹。

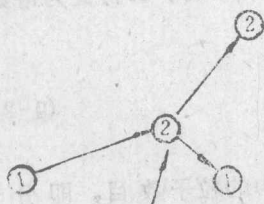


图 1-1 气体粒子的弹性碰撞。

当考虑不停地进行无规则运动的分子的作用时，若对于包含碰撞分子在内的所有分子在长时间内平均，平均速度的概念也具有意义。温度越高，分子平均速度就越大。另外，大量的分子对于不同的瞬时，分子的速度也都不是—定的，有速度快的，就有速度慢的，所以速度的大小是呈分布状的，称此为速度分布。气体中分子在稳定状态下的速度分布由麦克斯韦 (Maxwell) 和玻耳兹曼进行了定量计算。没有外力时，电子和离子也做同样的分布。

现在，考虑质量为 m ， x 方向速度为 v_x 的分子，以动量 mv_x 垂直撞到壁上时，以速度 $-v_x$ 反射，结果产生 $2mv_x$ 的动量变化。在 1 秒钟内， n 个分子中入射到壁上的数目为 $nv_x/2$ ，那么给予壁上的压强为

$$P = 2mv_x \frac{nv_x}{2} = nmv_x^2 \quad (1-4)$$

速度 v_x 是下式所示的速度 v 的 x 分量

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \quad (1-5)$$

因为 v 对于 x, y, z 是对称的，所以

$$v_x^2 = \frac{1}{3} v^2$$

由式 (1-2)、(1-4)，有

$$nkT = nm \frac{1}{3} v^2$$

因此

$$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1-6)$$

此式是表示气体温度 T 和分子的平均速度 v 的关系的重要公式，经常被使用。准确地说，速度 v ， v_x ，应称作为均方根速度，可由下节的分布函数来定义。

1-3 分布函数

在稳定状态下，分布函数是位置和速度的函数。若与位置无关时，则为速度 v_x ， v_y ， v_z 的函数，与位置的坐标轴 x ， y ， z 一样，可考虑 v_x ， v_y ， v_z 为三轴的空间，称它为速度空间。在均匀介质中，速度 v 用速度空间的一点表示。现在，设在 v_x 和 $v_x + dv_x$ 之间的分子数为 dn_x ，因为它对于全部 n 的比率 dn_x/n 与 dv_x 成比例，所以可以表示为

$$\frac{dn_x}{n} = f(v_x) dv_x \quad (1-7)$$

由于比例常数是 v_x 的函数，所以写作 $f(v_x)$ 。对于 y 成分， z 成分，相同的关系也成立。还有， dn_x/n 等是呈几率的，所以全部成立的几率 dn/n 应为它们的乘积

$$\begin{aligned} \frac{dn}{n} &= f(v_x) f(v_y) f(v_z) dv_x dv_y dv_z \\ &= F(v^2) dv_x dv_y dv_z \end{aligned} \quad (1-8)$$

这里， $f(v_x) f(v_y) f(v_z)$ 三者的积，由于速度空间对于 v_x ， v_y ， v_z 是对称的，所以可用 v^2 的函数 $F(v^2)$ 置换。虽然 v_x 等具有正和负的值，但 v 只考虑正的。那么式

$$f(v_x) f(v_y) f(v_z) = F(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \quad (1-9)$$

的两边用 v_x 取微分时，有

$$f'(v_x) f(v_y) f(v_z) = F'(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) 2v_x \quad (1-10)$$

由(1-9)和(1-10)两式之比得到

$$\frac{1}{2v_x} \frac{f'(v_x)}{f(v_x)} = \frac{F'(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{F(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} = -B$$

设 F' 和 F 的比为常数 $-B$ 。对于 $f(v_x)$ 求解时

$$f(v_x) = A \exp(-Bv_x^2)$$

因而，式(1-7)变为

$$\frac{dn_x}{n} = A \exp(-Bv_x^2) dv_x \quad (1-11)$$

上式左边对 v_x 从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 积分，因为其几率应为1，所以

$$\int_{-\infty}^{\infty} A \exp(-Bv_x^2) dv_x = 1$$

利用积分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

于是

$$\int_{-\infty}^{\infty} A \exp(-Bv_x^2) dv_x = 2A \int_0^{\infty} \exp(-Bx^2) dv_x = 2A \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{B}} = 1$$

则

$$A = \sqrt{\frac{B}{\pi}}$$

这样, 式 (1-11) 变为

$$\frac{dn_x}{n} = \sqrt{\frac{B}{\pi}} \exp(-Bv_x^2) dv_x \quad (1-12)$$

其次, 为了确定常数 B , 还需一个条件。为了求 v_x 的平方平均 $\langle v_x^2 \rangle$, 定义下式

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 dn_x}{n} \quad (1-13)$$

并将式 (1-12) 代入到 dn_x/n 中。积分公式

$$\int_0^{\infty} \exp(-ax^2) x^{2n} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (1-14)$$

当 $n=1$ 时, 变为

$$\int_0^{\infty} \exp(-ax^2) x^2 dx = \frac{1}{4a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

利用上式, 式 (1-13) 变为

$$\langle v_x^2 \rangle = 2 \int_0^{\infty} v_x^2 \sqrt{\frac{B}{\pi}} \exp(-Bv_x^2) dv_x$$

$$= 2 \sqrt{\frac{B}{\pi}} \frac{1}{4B} \sqrt{\frac{\pi}{B}} = \frac{1}{2B}$$

在式 (1-5) 中, 考虑 v_x 是 v 的 x 成分, 于是

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m 3 v_x^2 = \frac{3}{2} kT$$

这样

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} kT \quad (1-15)$$

这里, 因为 v_x^2 是 $\langle v_x^2 \rangle$, 所以得到

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{kT}{m} = \frac{1}{2B}$$

即

$$B = \frac{m}{2kT}$$

因而

$$A = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}$$

式 (1-11) 变为

$$\begin{aligned} \frac{dn_x}{n} &= \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{m}{2kT}v_x^2\right)dv_x \\ &= f(v_x)dv_x \end{aligned} \quad (1-17)$$

根据式 (1-9), 对于 x, y, z 成分, $F(v^2)$ 变成与式 (1-17) 相同的形式的积

$$F(v^2) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$

将它代入到式 (1-8) 中, 应能求出 dn/n 。不过, dv_x, dv_y, dv_z 是 v_x, v_y, v_z 速度空间的微小体积, 变换为变数 v 时, 参考图 1-2, 必须用球壳 $4\pi v^2 dv$ 来代替。这里, $4\pi v^2$ 是通过 v 点的表面积, 乘以 dv 得到微小体积。于是

$$\begin{aligned} \frac{dn}{n} &= F(v^2)4\pi v^2 dv \\ &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv \end{aligned} \quad (1-18)$$

称上式为麦克斯韦速度分布公式。

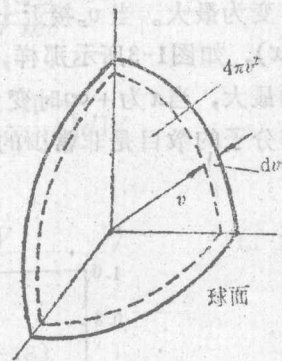


图 1-2 球坐标的微小体积

1-4 分布函数的性质

为了表示式 (1-17) 和 (1-18) 的形状, 设

$$x = \left(\frac{m}{2kT}\right)^{1/2} v$$

于是

$$dx = \left(\frac{m}{2kT}\right)^{1/2} dv$$

因此，有

$$v^2 = \left(\frac{2kT}{m}\right)x^2$$

以及

$$dv = \left(\frac{m}{2kT}\right)^{-1/2} dx$$

式 (1-18) 变为

$$\begin{aligned} \frac{dn}{n} &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} x^2 \left(\frac{2kT}{m}\right) \exp(-x^2) \left(\frac{m}{2kT}\right)^{-1/2} dx \\ &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} x^2 \exp(-x^2) dx = F_1(x) dx \end{aligned} \quad (1-19)$$

同样，设 $x = (m/2kT)^{1/2} v_x$ ，(1-17) 式可表示为

$$\frac{dn_x}{n} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) dx = f_1(x) dx \quad (1-20)$$

将式 (1-19) 和 (1-20) 用图表示时，如图1-3。如式 (1-20) 所示那样， $f_1(x)$ 对于 x 轴是左右对称的，这是因为 v_x 是以正负相同的几率存在的。因此，在 $v_x = 0$ ，即 $x = 0$ 处，变为最大。当 v_x 接近 $\pm\infty$ 时， x 变为 $\pm\infty$ ， $f_1(x)$ 接近于零。相反，式 (1-19) 的 $F_1(x)$ ，如图1-3所示那样，在 $x = 0$ 处变为零，然后随着 x 的增大而增大，在某一 x 值下变为最大，当 x 为 $+\infty$ 时变为零。可以知道，具有小的 x 和大的 x ，即小的速度和大的速度的分子的数目是非常少的。这种场合，因为不存在 $x < 0$ ，所以变为左右不对称的形状。

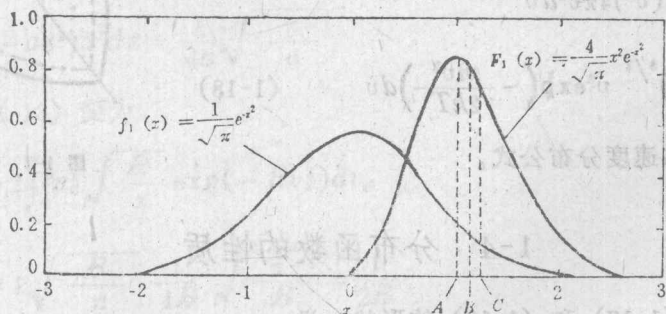


图 1-3 $F_1(x)$ 和 $f_1(x)$ 与 x 的关系

另外，当使用 x 作为变数时，具有在任何温度下都能用一条曲线表示的优点，曲线的扩展一定。可是，用 v_x 或 v 作为横轴时，温度越高曲线峰值高度就越低，宽度也变宽，同时，峰值位置的 v 也向 v 大的方向移动，微分式 (1-19)，并设

$$F_1'(x) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} [2x \exp(-x^2) + x^2(-2x) \exp(-x^2)] = 0$$

由此可得到 $x=1$, 所以在 $x=1$ 下 $F_1(x)$ 具有最大值。设此时的 v 为 v_p , 得到

$$v_p = \left(\frac{2kT}{m} \right)^{1/2} \quad (1-21)$$

称它为最可几速度 v_p 。使用 v_p 时, 式 (1-18) 变为

$$\frac{dn}{n} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{v_p^3} \exp\left(-\frac{v^2}{v_p^2}\right) dv \quad (1-22)$$

其次, 由 $W = 1/2 mv^2$, 得到

$$v^2 = \frac{2W}{m}$$

将其微分

$$\frac{1}{2} m \cdot 2v dv = mv dv = dW$$

$$\therefore dv = \frac{1}{mv} dW$$

将上式代入到式 (1-18) 中, 则得到

$$\begin{aligned} \frac{dn}{n} &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} \left(\frac{2W}{m} \right) \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) \frac{dW}{mv} \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \frac{W}{(1/2 mv^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) dW \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \sqrt{W} \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) dW \end{aligned} \quad (1-23)$$

导出了能量分布公式。

下面, 试求 v 的平均值 $\langle v \rangle$ 和均方值 $\langle v^2 \rangle$ 。利用式 (1-18)

$$\langle v \rangle = \frac{1}{n} \int_0^\infty v dn = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^\infty v^3 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv$$

这里, 利用积分公式

$$\int_0^\infty x^{2n+1} \exp(-ax^2) dx = \frac{n!}{2a^{n+1}} \quad (1-24)$$

当 $n=1$ 时, 为

$$\int_0^\infty x^3 \exp(-ax^2) dx = \frac{1}{2a^2}$$

所以

$$\langle v \rangle = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \frac{1}{2} \left(\frac{2kT}{m} \right)^2 = 2\sqrt{\frac{2kT}{m\pi}} = \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}} \quad (1-25)$$

对于求解 $\langle v^2 \rangle$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{1}{n} \int_0^\infty v^2 dn = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^\infty v^4 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv$$

在式 (1-14) 中, 设 $n=2$ 时, 变为

$$\int_0^\infty \exp(-ax^2) x^4 dx = \frac{3}{8a^2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

因此

$$\begin{aligned} \langle v^2 \rangle &= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \frac{3}{8} \left(\frac{2kT}{m} \right)^2 \left(\frac{2\pi kT}{m} \right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{2kT}{m} \right) \frac{3}{2} = \frac{3kT}{m} \end{aligned} \quad (1-26)$$

由于热运动速度 v 是由式 (1-6) 给出的, 与此相等, 所以 $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ 简单地写成 v 也可以将相当于 v_p , $\langle v \rangle$, 和 $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ 的 x , 用 A , B , C 表示于图 1-3 中。按照这一顺序 x 稍稍变大。三种速度的比为 $\sqrt{2kT/m} : \sqrt{8kT/m\pi} : \sqrt{3kT/m} = 1:1.128:1.225$ 。

上面讨论的是麦克斯韦分布时的分布函数的性质, 所说的都是稳定状态的分布。具有这种之外分布的分子, 只要处于没有外力的状态下, 经过充分的时间后将变为稳定状态, 并达到这一分布。在放电现象中, 电子和离子受到外力, 即电磁场的影响, 所以通常是偏离麦克斯韦分布, 但将外力去掉, 作为最终状态将变为麦克斯韦分布。这时, 由于粒子间的碰撞而具有无规则的速度, 并称这一状态被热化了。

在呈麦克斯韦分布的分子中, 试求具有其速度 v 大于 v_0 的分子的数目。设 $v=v_0$ 时, $x=x_0$, 这时

$$x_0 = \left(\frac{m}{2kT} \right)^{1/2} v_0$$

所以

$$x_0 = \frac{v_0}{\sqrt{2kT/m}} = \frac{v_0}{v_p}$$

x_0 表示 v_0 是 v_p 的倍数。利用式 (1-19) 求得分子数为

$$\begin{aligned} \int_{v_0}^\infty \frac{dn}{n} &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{x_0}^\infty x^2 \exp(-x^2) dx \\ &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[\int_0^\infty x^2 \exp(-x^2) dx - \int_0^{x_0} x^2 \exp(-x^2) dx \right] \\ &= 1 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x_0} x^2 \exp(-x^2) dx \end{aligned}$$

利用积分公式

$$\int_0^{x_0} x^2 \exp(-x^2) dx = \frac{1}{2} \left[\int_0^{x_0} \exp(-x^2) dx - x \exp(-x^2) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} \phi(x_0) - x_0 \exp(-x_0^2) \right]$$

而

$$\phi(x_0) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x_0} \exp(-t^2) dt$$

为误差函数。因此

$$\int_{v_0}^{\infty} \frac{dn}{n} = 1 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \times \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} \phi(x_0) - x_0 \exp(-x_0^2) \right]$$

$$= 1 - \phi(x_0) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} x_0 \exp(-x_0^2)$$

为了取代 $\phi(x_0)$ ，使用如下定义的 $\Phi(x_0)$ 更好。此时， $2\phi = \Phi$ ， $x_0 = X_0 \sqrt{2}$ 。 $\Phi(x_0)$ 表示的方法是一般的。表1-1中给出了对应于 x_0 的 $\int_{v_0}^{\infty} dn/n$ 的数值。图1-4的阴影部分相当于 x_0 以上的分布函数的面积。可知随着 x_0 的增大急剧地减小。

表 1-1 误差函数 $\phi(x_0)$ 和 $\int_{v_0}^{\infty} dn/n$ 的数值

x_0	$\phi(x_0)$	$\int_{v_0}^{\infty} \frac{dn}{n}$
0	0	1.0
0.2	0.223	0.993
0.5	0.520	0.918
0.8	0.742	0.74
1.0	0.843	0.575
1.2	0.910	0.268
3.0	1.000	0

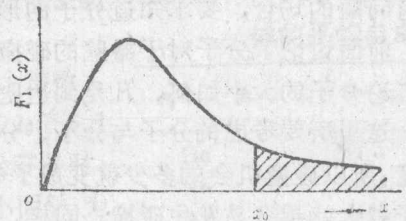


图 1-4 大于 x_0 的粒子的数目

1-5 横穿单位截面积的粒子数

1 秒中穿过单位截面积的粒子的数目 n_r 可按如下方法计算。考虑 1cm^2 截面积的圆筒，由于具有 v_x 和 $v_x + dv_x$ 之间速度的粒子数 dn_r 是呈分布的，在式

$$n_r = \int_0^{\infty} v_x f(v_x) n dv_x$$

中， $f(v_x) dv_x$ 对于麦克斯韦分布是用式 (1-17) 给出的，所以