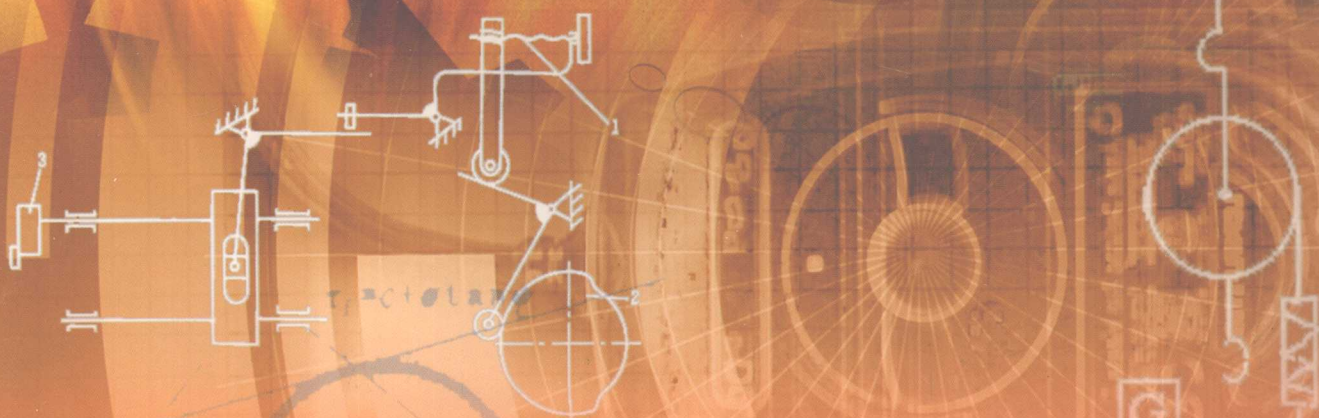




高职高专规划教材

工程力学

吕维愈 徐志铎 主编



石油工业出版社
Petroleum Industry Press

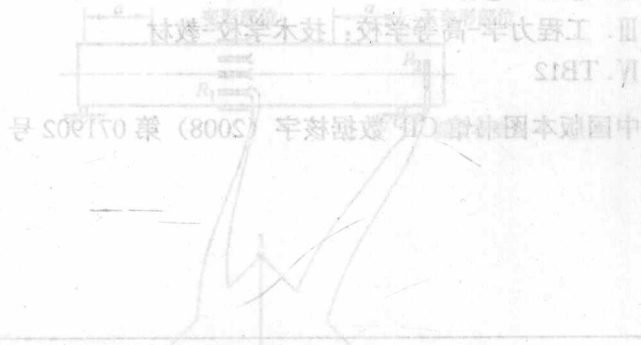
当测量电桥四臂均接应变片时，称为全桥接法。

3. 温度补偿

应变片电阻值随温度变化而变化，而且当温度变化时，试件材料也会发生热胀冷缩而产生附加应变。因此，在测量时，必须设法消除温度变化对测量结果的影响。温度补偿就是为了消除温度变化对测量结果的影响而采取的措施。如图 1-18 所示，半桥接法中， R_1 为工作应变片， R_2 为补偿应变片，但贴在同一试件上，且处于同一温度场中。当试件受力而变形时， R_1 和 R_2 的电阻值都会发生变化，但 R_2 不受载荷作用，只受温度变化的影响。这种连接方式称为半桥温度补偿。测量时，若温度发生变化， R_1 和 R_2 的电阻值变化量相等，它们的总应变量为零。

工程力学

吕维愈 徐志锋 主编



中国标准出版社 (2008) 第 071905 号

出版发行：石油工业出版社
(北京安民门内大街 25 号 100011)
网址：www.petropub.com.cn
编辑室：(010) 64253246 发行部：(010) 64253650
经销：全国新华书店
印刷：中国石化出版社印刷厂

3008 年 8 月第 1 次印刷
787×1092 毫米 32 开 1/16 印张：16.75
字数：430 千字

石油工业出版社

(如出现质量问题，本社负责调换)

定价：24.00 元

内 容 提 要

工程力学是一门研究物体机械运动规律以及构件强度、刚度和稳定性计算原理和实验方法的学科。本书主要介绍了静力学、材料力学和运动力学三部分内容,其特点内容讲述深入浅出、结合实际,注重分析能力的培养。为巩固所学知识,每章后附有习题。

本教材适用石油、机械等工科类专业在校学生以及职工的基础理论培训,同时可作为有关工程人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/吕维愈,徐志锋主编.

北京:石油工业出版社,2008.8

高职高专规划教材

ISBN 978-7-5021-6599-4

I. 工…

II. ①吕…②徐…

III. 工程力学-高等学校:技术学校-教材

IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 071902 号

出版发行:石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址: www.petropub.com.cn

编辑部: (010) 64523546 发行部: (010) 64523620

经 销: 全国新华书店

印 刷: 中国石油报社印刷厂

2008 年 8 月第 1 版 2008 年 8 月第 1 次印刷

787×1092 毫米 开本: 1/16 印张: 16.75

字数: 426 千字

定价: 24.00 元

(如出现印装质量问题,我社发行部负责调换)

版权所有,翻印必究

前 言

本教材为高职高专规划教材,结合当前高职高专教学改革要求,精选内容,恰当组合,着重贯彻“以应用为目的”,以“必需、够用”为度的原则,尽可能体现石油、机械等工科类专业的特色,同时反映各参编院校长期教学所累积的经验与体会。

本教材共分十章,内容涉及静力学、材料力学和运动力学,材料力学实验;涉及型钢表的使用,参阅了热轧等边角钢(GB 9787—1988),热轧不等边角钢(GB 9788—1988),热轧槽钢(GB 707—1988),热轧工字钢(GB 706—1988)。

参加本教材编写的有山东胜利职业学院吕维愈、袁冬、李晓丽、张芳,克拉玛依职业技术学院刘海川、王新梅,河北石油职业技术学院徐志锋,渤海石油职业学院纪武瑜、孟海军,辽河石油职业技术学院尤洁,天津工程职业技术学院杨贵田,天津石油职业技术学院苑喜军、张国林。其中吕维愈编写绪论,刘海川编写第一章,徐志锋编写第二章,袁冬编写第三章,纪武瑜、孟海军编写第四章,尤洁编写第五章,杨贵田编写第六章,苑喜军编写第七章,张国林编写第八章,王新梅编写第九章,李晓丽、张芳编写第十章、附录。吕维愈、徐志锋任主编,纪武瑜、刘海川、张国林任副主编。

本教材适用于石油、机械等工科类各专业在校学生,以及职工的基础理论培训,同时可作为工程人员的参考书。

由于编者水平有限,难免存在不足之处,诚望读者批评指正。

编者
2008年3月

目 录

绪论	(1)
第一节 工程力学的基本内容	(1)
第二节 工程力学的基本任务	(1)
第三节 工程力学的研究方法	(2)
第四节 工程力学与其他学科的关系	(3)
第一章 静力学基础	(4)
第一节 静力学基本概念	(4)
第二节 约束与约束力及受力图	(13)
本章小结	(21)
习题	(22)
第二章 平面力系	(28)
第一节 平面汇交力系的合成	(28)
第二节 平面力偶系的合成	(31)
第三节 平面一般力系的合成	(35)
第四节 平面力系的平衡方程及应用	(39)
第五节 物体系统的平衡	(45)
第六节 考虑摩擦的平衡问题	(50)
本章小结	(57)
习题	(59)
第三章 空间力系	(65)
第一节 力在空间坐标轴上的投影与分解	(65)
第二节 力对轴之矩	(66)
第三节 空间力系的平衡方程及其应用	(67)
第四节 物体的重心	(70)
本章小结	(72)
习题	(73)
第四章 材料力学基础	(76)
第一节 理想变形固体和载荷	(76)
第二节 简单应力、应变及强度计算	(79)
本章小结	(99)
习题	(100)
第五章 构件的内力计算	(104)
第一节 扭转变形的内力计算	(104)
第二节 弯曲变形的基本概念	(108)
第三节 弯曲变形的内力计算	(110)

本章小结·····	(122)
习题·····	(123)
第六章 构件的强度计算 ·····	(125)
第一节 圆轴扭转时横截面上的应力和强度计算·····	(125)
第二节 梁的横截面上的应力和强度计算·····	(130)
第三节 应力状态分析·····	(140)
第四节 强度理论·····	(143)
第五节 弯曲与拉伸(压缩)组合变形的强度计算·····	(145)
第六节 弯曲与扭转组合变形的强度计算·····	(148)
本章小结·····	(152)
习题·····	(154)
第七章 杆件的刚度计算 ·····	(159)
第一节 圆轴扭转时的变形及刚度计算·····	(159)
第二节 梁的变形及刚度计算·····	(161)
第三节 提高构件抵抗变形能力和强度能力的主要措施·····	(166)
本章小结·····	(169)
习题·····	(169)
第八章 压杆稳定 ·····	(172)
第一节 压杆稳定的概念·····	(172)
第二节 细长杆的临界压力公式·····	(173)
第三节 欧拉公式的适用范围及经验公式·····	(174)
第四节 压杆稳定性校核·····	(176)
第五节 提高压杆承载能力的措施·····	(178)
本章小结·····	(179)
习题·····	(180)
第九章 质点运动力学 ·····	(182)
第一节 质点动力学基本方程·····	(182)
第二节 质点动力学普遍定理·····	(192)
第三节 质点动静法·····	(196)
本章小结·····	(198)
习题·····	(200)
第十章 质点系运动力学 ·····	(201)
第一节 刚体的运动分析·····	(201)
第二节 质点系动量定理·····	(213)
第三节 质点系动量矩定理·····	(217)
第四节 质点系动能定理·····	(224)
第五节 质点系动静法·····	(230)
本章小结·····	(236)
习题·····	(238)

附录 材料力学实验.....	(243)
实验一 金属材料的拉伸实验.....	(243)
实验二 金属材料拉伸时弹性模量 E 的测定	(247)
实验三 金属材料的压缩实验.....	(249)
实验四 扭转实验.....	(251)
实验五 矩形截面梁的纯弯曲实验.....	(254)
参考文献.....	(260)

绪 论

第一节 工程力学的基本内容

工程力学是一门研究物体机械运动规律以及构件强度、刚度和稳定性计算原理和实验方法的学科。

研究的基本内容包括静力学、材料力学和运动力学三部分。

所谓的机械运动,是指物体在空间随时间的变化。机械运动是物质运动形式中最简单的一种。所谓物体间的机械相互作用,是指能够改变物体的机械运动状态或物体形态的各种作用,力就是机械相互作用的物理量度。

本书的静力学、运动力学部分属古典力学范围。古典力学的基本定律由伽利略和牛顿加以归纳,古典力学最能成功地把来自经验的物理理论,系统地表达成数学抽象的简明形式。它是才智和技术史上的伟大里程碑。实践表明,古典力学的基本定律有着极其广泛的适用性。

材料力学的主要内容是研究构件在外力作用下的变形、受力和破坏规律的基本理论和实验方法。

材料力学以杆件为主要研究对象,要保证构件或机械能正常工作,必须首先保证组成它的每一构件能正常工作,即构件在受到外力作用时,能同时满足以下三方面要求:

- (1) 不发生破坏,构件必须具有足够的强度。
- (2) 发生的变形能限制在正常工作容许的范围内,即构件必须具有足够的刚度。
- (3) 能保持在原有形状下的平衡,即构件必须具有足够的稳定性。

材料力学实验不仅测得各种材料的力学性能,也可解决复杂构件的设计问题。

第二节 工程力学的基本任务

工程力学的基本任务是研究物体的平衡规律;研究物体受力与运动间的关系;在保证构件的强度、刚度、稳定性的前提下,解决安全与经济的矛盾。

一、静力学的基本任务

静力学是关于物体平衡的科学,研究物体在力作用下的平衡规律及其应用。具体地讲,静力学的任务是:力系的简化、力系的等效、力系的平衡条件及其应用。

二、材料力学的基本任务

材料力学是研究构件的强度、刚度和稳定性的科学及有关基本理论、计算方法和实验技术;能合理地确定构件的材料和形状尺寸,以达到安全与经济的设计要求。

一般来说,只要为构件选用较好的材料和较大的截面尺寸,安全总是可保证的,但这样可能造成财力、人力和物力上的浪费,不符合经济的原则。而过分片面地追求经济也可能会使设计不安全。这样,安全与经济就成为材料力学中的基本矛盾,材料力学正是在这种基本矛盾中不断发展。

三、运动力学的基本任务

运动力学是研究质点和刚体的运动,以及在这些运动中受力物体与作用力之间的关系学科。具体地讲,运动力学的任务是对物体进行受力分析、运动分析;用定律或定理将运动与受力联系起来,解决实际问题。

第三节 工程力学的研究方法

工程力学和其他任何一门科学一样,都离不开认识过程的客观规律。工程力学的研究方法是:从实践出发或实验观察,通过抽象、归纳,建立公理或提出基本假设,再用数学演绎或逻辑推理得到定理和理论,然后再通过实践来证实理论的正确性。

一、观察和实验

观察和实验是理论发展的基础。

在力学的萌芽时期,建立力学的基本概念和基本定律,都是以对自然的直接观察以及从生活和生产劳动取得的经验作为出发点的。人们为了生活和灌溉的需要,制造了辘轳;为了建筑上搬运重物的需要,使用了杠杆、斜面和滑轮;为了长距离运输需要车子等。制造和使用这些生活和生产工具,使人们对机械运动有了初步认识,并逐渐形成了“力”和“力矩”等基本概念,以及“二力平衡”、“杠杆原理”和“力的平行四边形法则”等力学基本规律。系统地组织实验就成了科学研究的重要手段。实验可以抓住事物和现象的内部联系,突出最主要的因素和特征。因此,实验是形成理论的主要基础。例如,伽利略对自由落体和物体在斜面上的运动做了大量实验,提出了“加速度”概念;又如摩擦定律,材料力学中的平面假设都是以实验作为基础的。

二、建立力学模型

在观察和实验的基础上,用抽象化的方法建立力学模型。

抽象化的方法是在客观事物复杂现象中,抓住最主要的因素和特征,而抛开其余次要的东西,深入现象的本质,明确事物间的内在联系,如抛开物体的变形就得到了刚体的力学模型,抛开物体的尺寸大小则得到质点的力学模型等。但是,抽象化的方法是有条件的、相对的,当研究问题的条件改变了,所抽象简化的力学模型也就不再适用了,如在研究物体受力与变形时,显然刚体的力学模型就不适用了。因此,在研究物体受力与变形时,就将物体抽象简化为理想变形固体的力学模型。

总之,抽象化的方法应是由简到繁、由粗到精。一方面使所研究的问题大为简化,另一方面深刻地反映事物的本质和内在联系。

三、借助数学工具

在建立力学模型的基础上,根据公理、定律和基本理论,借助数学工具,通过演绎推理方法,考虑问题的具体条件而得到各种形式的正确的具有物理意义和实用价值的定理和理论。

通过抽象化的方法将人们长期从直接观察、实验以及生活生产活动获得的经验和认识得到的个别特殊规律加以分析、综合、归纳,找出事物的普遍性规律,从而建立起一些最基本的普遍公理(或定律、原理)作为整个工程力学的基础。

建立起整个工程力学的基础,就可以通过推理而得出力学规律的各个侧面的普遍定理和各种运用特殊情形的新理论。工程力学中的推理工作广泛地使用数学这种有效工具。利用数

第一章 静力学基础

静力学主要研究的是力系的简化及物体在力系作用下的平衡规律。它包括确定研究对象、进行受力分析、简化力系、建立平衡条件、求解未知量等内容。

在研究物体平衡时，当物体在力的作用下变形很小且并不影响研究的主题，此时变形可以忽略不计，这样的物体被称为刚体，否则称为变形体。当然，变形是绝对的，刚体实际上是不存在的，它只是为了方便研讨而被抽象的结果。

物体在空间的位置随时间的变化而变化，称为物体的机械运动。它是人们在日常生活和生产实践中最常见的一种运动形式。工程中，平衡是指物体相对于地球处于静止或匀速直线运动状态（惯性），是物体机械运动中的一种特殊状态。物体的运动是绝对的，而平衡总是相对的、有条件的。研究物体的平衡条件是工程技术中具有实际意义的问题。

力系是指作用于被研究物体上的一组力，可分为空间力系和平面力系。平面力系是指所有的力均在同一平面内，可分为平面任意力系、平面汇交力系、平面平行力系和平面力偶系。如果力系可使物体处于平衡状态，则称该力系为平衡力系；若两个力系分别作用于同一物体而效应相同，则两者互称为等效力系；若力系与一个力等效，则称此力为该力系的合力，而力系中的各个力都是此合力的分力。把各分力代换成合力的过程，称为力系的合成；把合力改换成几个分力的过程，称为力的分解。所谓力系的简化就是用简单的力（力系）等效替代复杂的力系。

第一节 静力学基本概念

一、力的概念

人们在长期的生活与生产实践中，逐渐获得了力的概念。当人们提水、推车、搬动重物时，由于肌肉紧张而感觉到力的存在和力的作用。随着人们在实践中感觉与观察的不断积累，对力的认识逐渐由感性上升到理性，认识到力是物体间的相互机械作用。尽管它看不见也摸不着，但人们能够感觉并度量到它。

力对物体的作用效应应有两个方面：其一，人推车时，车由静止转为运动；行驶中的汽车刹车时，摩擦力能使它停下来；自由下落的物体，由于地球引力作用，其速度越来越快，这些效应说明力可以使物体的机械运动状态发生改变，力对物体的这种作用效应称为运动效应或外效应；其二，抽油机的抽油杆受拉后会伸长；抽油机的游梁在力的作用下会弯曲等，说明力可以使物体的形状发生变化，力对物体的这种作用效应称为变形效应或内效应。静力学和运动力学主要研究的是运动效应或外效应问题，材料力学主要研究的是变形效应或内效应问题。

力对物体的作用效应，取决于力的大小、力的方向和力的作用点三个因素。这三个因素称为力的三要素。当力的三要素中任何一个有所改变时，力对物体的作用效应就会发生改变。

为了度量力的大小，必须选择一个标准单位，本书采用法定计量单位 N（牛）或 kN（千牛）。

在力学中有两类量：标量和矢量。只考虑大小的量，如长度、时间、质量等，都是标量；既考虑大小又考虑方向的量称为矢量，如速度、加速度。力是矢量，常用有向线段 $\vec{F}$ 来表示。如图 1-1 所示，线段的长短（按一定的比例尺）表示力的大小（模），箭头的指向表示力的方向，A 点表示力的作用点。书写时用黑体字母，如 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{S}$ 等表示力矢量，并以普通字母 F 、 P 、 S 等表示力的大小；也可在普通字母上画一箭头来表示力矢量，如 $\vec{F}$ 、 $\vec{P}$ 、 $\vec{S}$ 等。

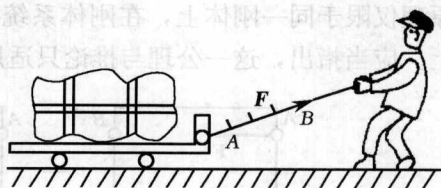


图 1-1

二、静力学公理

1. 作用力与反作用力定律

两个物体间相互作用的力，即作用力与反作用力，总是大小相等、方向相反、作用线重合，且分别作用在这两个物体上。如图 1-2 所示的滑轮组中，B 轮受到绳索的拉力 F_1 、 F_2 作用，则 B 轮也以等值、反向的反作用力 F_1' 、 F_2' 作用于绳索。这一定律说明了力的产生来源是物体间的相互作用，力总是成对地出现，并通过作用与反作用相互传递。这一定律是分析物体受力情况的依据。

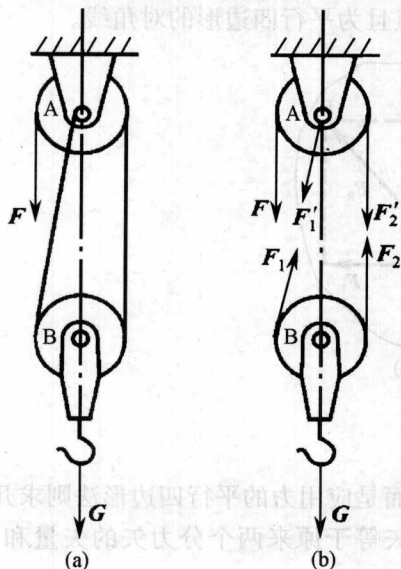


图 1-2

2. 二力平衡公理

作用于某刚体上的两个力，使该刚体保持平衡的必要与充分条件是：这两个力大小相等、方向相反，且作用在同一直线上。如图 1-3 所示杆件的 AB 两端，分别受 F_1 与 F_2 的作用，要使此杆件处于平衡状态，则这两个力必须等值、反向、共线。这一公理说明了一个刚体受两个力作用时的平衡条件，称为二力平衡条件。它是研究力系平衡的依据。在两个力作用下处于平衡的构件，称为二力构件或二力杆。这里应注意，此公理与作用力和反作用力定律是有本质区别的。它叙述了作用于同一刚体上的二力平衡条件，而作用力与反作用力定律是描述两个物体之间的相互作用关系。该公理只适用于刚体而不适用于变形体。

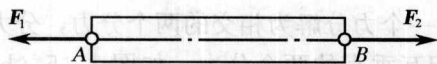


图 1-3

3. 加减平衡力系公理

对于作用在刚体上的任何一个力系，若增加或去掉任一平衡力系，并不改变原力系对于刚体的作用效应。

推论 1：作用于刚体上的力，可以沿其作用线移动到该刚体上的任一点，而不改变它对刚体的作用效应。

如图 1-4 (a) 所示，力 F 作用在小车的 A 点上，在此力的作用线上任一点 B，加上等值、反向、共线的二力 F_1 、 F_2 ，并使 $F_1 = -F_2 = F$ 。根据加减平衡力系公理可知， F_1 与 F_2 是一对平衡力系。因此，加上这一对平衡力系并不影响原力 F 对小车的的作用效果，力 F 与力系 F_1 、 F_2 、 F 等效。由于 F 与 F_2 也是一对平衡力系，可以把它们去掉，因此力 F_1 与原

力 F 等效, 相当于力的作用点由 A 移到 B 点。在实践中, 人们有这样的体会, 以等量的力推车与拉车, 其效果是一样的。力的这一滑移等效的性质称为力的可传性原理。力的可传性原理仅限于同一刚体上, 在刚体系统中, 力不能沿其作用线从一个刚体转移到另一个刚体上。应当指出, 这一公理与推论只适用于刚体而不适用于变形体。

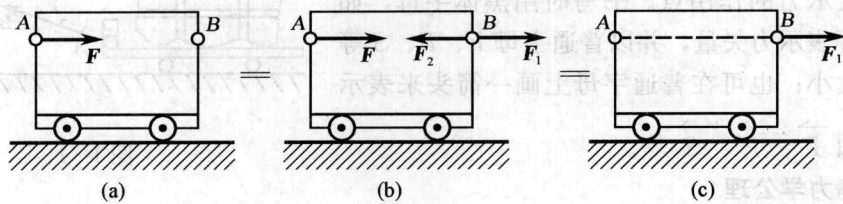


图 1-4

4. 力的平行四边形法则

作用于物体上某一点的两个力, 可以合成为一个合力, 合力的作用线必通过该点, 合力的大小与方向可由以这两个力矢为邻边所作的平行四边形的对角线来表示, 如图 1-5 (a) 所示。两个分力 F_1 、 F_2 作用于 A 点, 合力 F_R 也通过 A 点且为平行四边形的对角线。

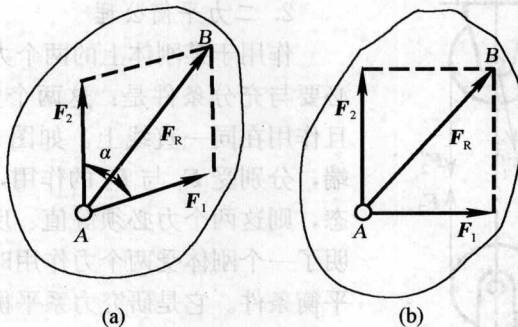


图 1-5

此法则指出, 两个力矢相加不能简单地求其算术和, 而是应用力的平行四边形法则求几何和, 这种求合力的方法, 称为矢量法 (几何法)。合力矢等于原来两个分力矢的矢量和, 可用公式表示为:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

力的平行四边形法则是力系简化的重要理论依据。

利用力的平行四边形法则, 还可把作用于物体上的一个力分解为相交的两个分力, 分力与合力的作用点相同。通常是将力分解为方向已知、相互垂直的两个分力, 如图 1-5 (b) 所示, 这种分解称为正交分解。

由力的平行四边形法则还可派生出力的三角形法则来。读者可自行推演。

推论 2 (三力平衡汇交定理): 刚体受三个共面但互不平行的力作用而平衡时, 三力必汇交于一点 (成为平面汇交力系)。

证明: 设刚体上 A_1 、 A_2 、 A_3 三点受共面且平衡的三力 F_1 、 F_2 、 F_3 作用 (图 1-6), 根据力的可传性原理将力 F_1 、 F_2 沿其作用线移至作用线的交点 B , 并根据力的平行四边形法则, 将其合成为 F_R , 则刚体上仅有 F_3 和 F_R 作用。根据二力平衡公理, F_3 和 F_R 必在同一直

线上, 所以 F_3 一定通过 B 点, 于是得证力 F_1 、 F_2 、 F_3 均通过点 B 。此定理说明了不平行的三力平衡的必要条件, 当两个力的作用线相交时, 可用来确定第三个力作用线的方位。

三、平面汇交力系的合力

1. 力在坐标轴上的投影

在研究平面力系的合成时, 可用矢量法 (几何法) 和解析法 (投影法) 进行。矢量法虽较直观, 但误差较大, 使用不方便, 一般用于定性分析和理论研究; 解析法易理解, 一般用于定量分析。矢量法从理论上推证了力系合成 (简化) 的可行性, 而解析法使得力系的合成 (简化) 具有可操作性, 工程计算中常用此种方法。解析法的核心是让力矢先暂时失去方向性, 只考虑力的大小, 然后再还原力的方向。解析法是以力在坐标轴上的投影为基础进行的, 为此先介绍力在坐标轴上的投影。

设一力 F 作用于物体上的 A 点, 在力作用线所在平面内取一直角坐标系 Oxy , 如图 1-7 所示。从力 F 的两端 A 和 B 分别向 x 轴作垂线, 则得线段 ab , 称为力 F 在 x 轴上的投影, 用 F_x 表示。同样, 从 A 和 B 分别向 y 轴作垂线, 则得线段 a_1b_1 , 称为力 F 在 y 轴上的投影, 用 F_y 表示。力的投影是代数量, 它的正负符号规定如下: 由投影的起点 a (a_1) 到终点 b (b_1) 的方向与 x (y) 轴的正向一致时, 则力的投影为正, 反之为负。

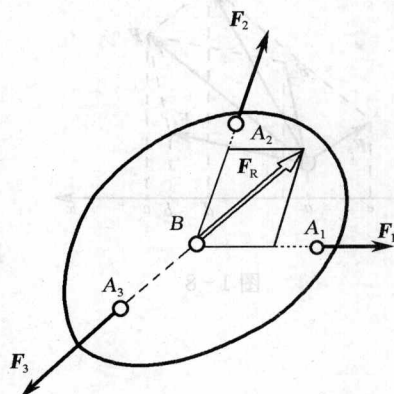


图 1-6

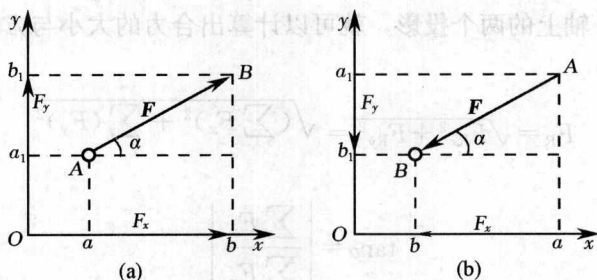


图 1-7

若已知力 F 的大小和它与 x 轴的夹角为 α , 则力在坐标轴上的投影 F_x 、 F_y 可按下式计算:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \pm F \cos \alpha \\ F_y &= \pm F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

如果把力 F 沿 x 、 y 坐标轴分解, 得两正交分力 F_x 、 F_y 。显然, 投影 F_x 、 F_y 的绝对值等于分力的大小。但须注意, 力在坐标轴上的投影是代数量, 而分力是矢量, 切不可把它们混为一谈。

2. 合力投影定理

设物体上受一平面汇交力系 F_1 、 F_2 、 F_3 作用, 如图 1-8 所示, 应用力的平行四边形法则求出其合力为 F_R 。取坐标系 Oxy , 将合力 F_R 与各力 F_1 、 F_2 、 F_3 向 x 轴投影则得:

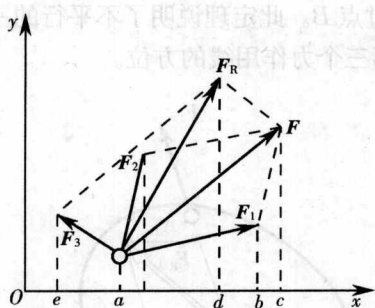


图 1-8

$$F_{Rx} = ad$$

$$F_{1x} = ab$$

$$F_{2x} = bc$$

$$F_{3x} = -cd$$

由图可知 $ad = ab + bc - cd$

$$\text{所以 } F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$$

$$\text{同理 } F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$$

显然, 上述关系可以推广到由 n 个力 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 组成的平面汇交力系。从而得

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum F_x \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum F_y \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

即合力在任意轴上的投影, 等于诸分力在同一轴上投影的代数和。这一关系称为合力投影定理。

3. 求合力的方法

用矢量法求合力的思想已直观地反映在图 1-8 中, 这里主要介绍解析法。用解析法求平面汇交力系 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 的合力时, 首先应选定坐标系 Oxy , 然后将力系中的各力向坐标轴上投影, 求得 $F_{1x}, F_{2x}, \dots, F_{nx}$ 和 $F_{1y}, F_{2y}, \dots, F_{ny}$, 由合力投影定理得

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum F_x \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum F_y \end{aligned} \right\}$$

根据合力在 x, y 轴上的两个投影, 就可以计算出合力的大小与方向 (图 1-9)。

合力的大小:

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \quad (1-3)$$

合力的方向:

$$\tan \alpha = \left| \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \right| \quad (1-4)$$

式 (1-4) 中, α 是合力 F_R 与 x 轴所夹的锐角称为方向角。合力所在象限可由 $\sum F_x$ 与 $\sum F_y$ 的正负来确定。至此, 还原了力的方向, 使力仍具有完整的矢量性。

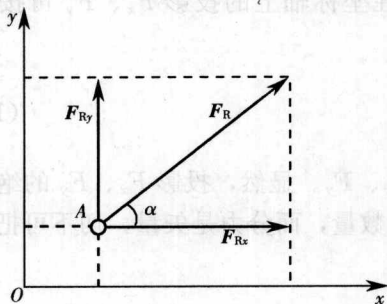


图 1-9

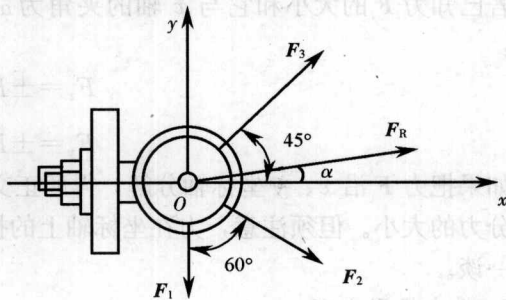


图 1-10

(2) 力 F 对于任一点之矩, 不因该力的作用点沿其作用线移动而改变。

(3) 力的大小等于零或力的作用线通过矩心时, 力矩等于零。

[例 1-2] 如图 1-12 所示, 数值相同的三个力按不同方式分别施加在同一扳手的 A 端。若 $F=200\text{ N}$, 试求三种情况下力对 O 点之矩。

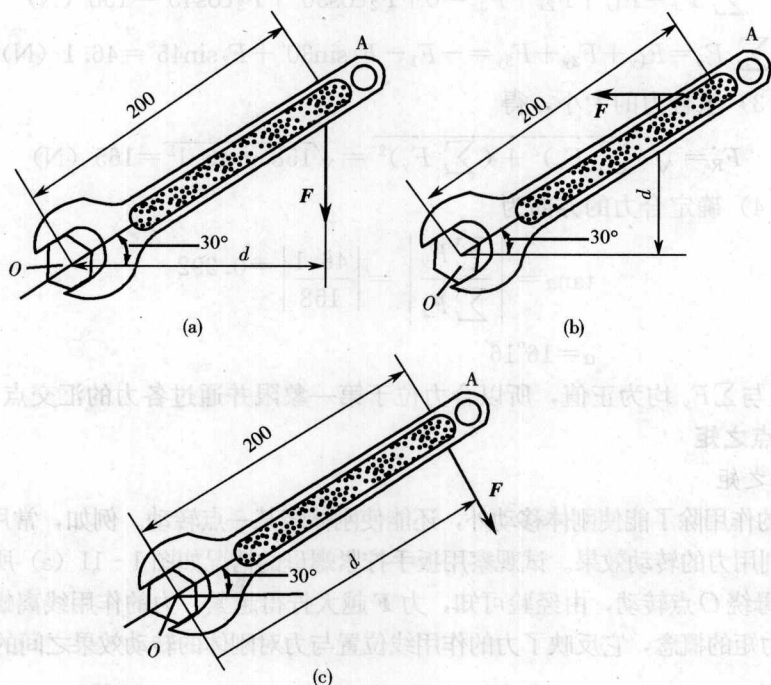


图 1-12

解: 图示三种情况下, 虽然力的大小、作用点和矩心均相同, 但力的作用线各异, 致使力臂均不相同, 因而三种情况下, 力对点 O 之矩不同。根据力矩的定义式可求出力对点 O 之矩分别为

图 1-12 (a) 中, $M_O(F) = -Fd = -200 \times 200 \times 10^{-3} \times \cos 30^\circ = -34.64 (\text{N} \cdot \text{m})$

图 1-12 (b) 中, $M_O(F) = Fd = 200 \times 200 \times 10^{-3} \times \sin 30^\circ = 20.00 (\text{N} \cdot \text{m})$

图 1-12 (c) 中, $M_O(F) = -Fd = -200 \times 200 \times 10^{-3} = -40.00 (\text{N} \cdot \text{m})$

由计算结果看出, 第三种情况下力矩值为最大 (力臂最大)。

2. 合力矩定理

平面力系的合力对作用面内任一点之矩等于力系中各分力对该点之矩的代数和, 即

$$M_O(F_R) = M_O(F_1) + M_O(F_2) + \cdots + M_O(F_n) = \sum M_O(F_i) \quad (1-6)$$

从物理意义上讲, 合力与其各分力对刚体的作用效果应当是等效的。因此, 两者使刚体绕某点转动的效果 (用力矩度量) 必然是相等的。

合力矩定理为求力对点之矩提供了另一种方法, 在很多情况下可以避免复杂的几何分析。当力矩的力臂不易求出时, 常将力分解为两个易确定力臂的分力 (通常是正交分解), 然后应用合力矩定理计算力矩, 比较方便。

[例 1-3] 作用于齿轮的啮合力 $F_n = 1000\text{ N}$, 齿轮节圆直径 $D = 160\text{ mm}$, 压力角 $\alpha =$

20°, 如图 1-13 所示。求啮合力 F_n 对于轮心点 O 之矩。

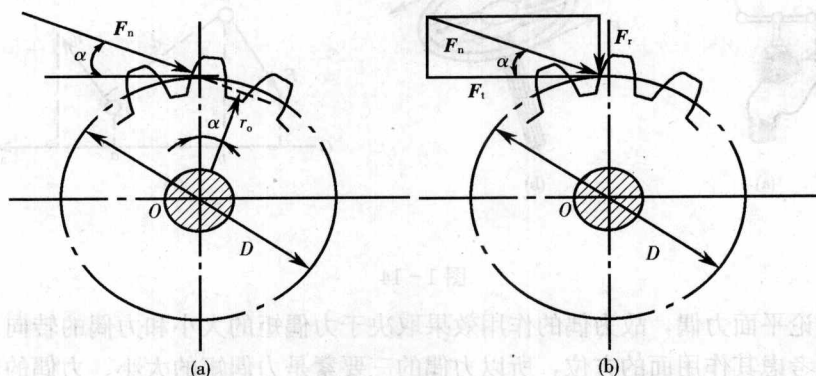


图 1-13

解:

解法一: 用力矩定义式计算

$$M_o(F_n) = -F_n r_o = -F_n \frac{D}{2} \cos \alpha = -1000 \times \frac{160 \times 10^{-3}}{2} \cos 20^\circ = -75.2 \text{ (N} \cdot \text{m)}$$

解法二: 用合力矩定理计算

如图 1-13 (b) 所示, 将啮合力 F_n 在齿轮啮合点处分解为圆周力 F_t 和径向力 F_r , 则

$$F_t = F_n \cos \alpha$$

$$F_r = F_n \sin \alpha$$

由合力矩定理可得

$$\begin{aligned} M_o(F_n) &= M_o(F_t) + M_o(F_r) = -F_t \frac{D}{2} + 0 = -(F_n \cos \alpha) \frac{D}{2} \\ &= -1000 \times \cos 20^\circ \times \frac{160 \times 10^{-3}}{2} = -75.2 \text{ (N} \cdot \text{m)} \end{aligned}$$

五、力偶和力偶矩

1. 力偶

在日常生活与生产实践中, 往往同时施加两个大小相等、方向相反、作用线平行而不重合的力来使刚体转动。例如, 用双手转动水阀柄, 如图 1-14 (a) 所示或转动汽车的方向盘, 如图 1-14 (b) 所示等。实践经验表明, 大小相等、方向相反、作用线平行而不重合的两个力所组成的特殊力系, 可使刚体发生纯转动, 这一特殊力系称为力偶, 记作 (F, F') 。

2. 力偶矩

力偶使刚体的转动效应取决于这两个力的大小和两力之间的垂直距离, 即力偶臂 d , 如图 1-14 (c) 所示。因此, 把力偶中的一个力的大小与力臂的乘积 Fd 加上适当的正负符号, 称为力偶矩, 用 M 表示, 即

$$M = \pm Fd \quad (1-7)$$

式中, 正负号表示力偶的转动方向, 通常规定: 逆时针转向为正, 顺时针转向为负。力偶矩是力偶使刚体转动效应的度量。力偶矩的单位是 $\text{N} \cdot \text{m}$ (牛·米) 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ (千牛·米)。力和力偶是力学中的两个基本物理量。

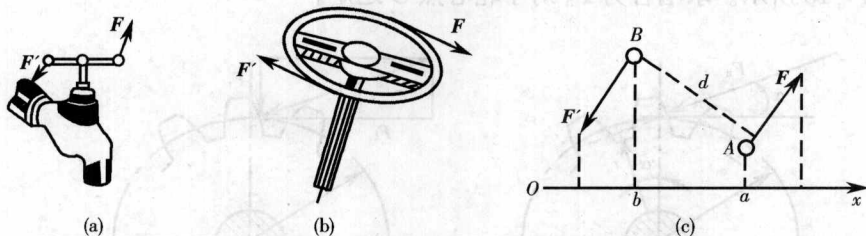


图 1-14

这里只讨论平面力偶，故力偶的作用效果取决于力偶矩的大小和力偶的转向。对于空间力系，则必须考虑其作用面的方位，所以力偶的三要素是力偶矩的大小、力偶的转向和力偶作用面的方位。

3. 力偶的基本性质

性质 1 力偶在任一轴上投影的代数和为零（图 1-15），故力偶无合力，即力偶不能与一个力等效，也不能简化为一个力。力偶对刚体的移动不会产生任何影响，即力偶不能使刚体移动，只能使刚体纯转动。

性质 2 力偶对于其作用面内任意一点之矩与该点（矩心）的位置无关，它恒等于力偶矩。

如图 1-16 所示，已知力偶 (F, F') 的力偶矩为 $M = Fd$ ，在其作用面内任意取点 O 作为矩心，设点 O 到力 F 的垂直距离为 d ，则力偶 (F, F') 对点 O 之矩为

$$M_O(F) + M_O(F') = F(x+d) - F'x = Fd$$

力偶与矩心的位置无关，换言之，力偶可以在其作用面内任意移动。

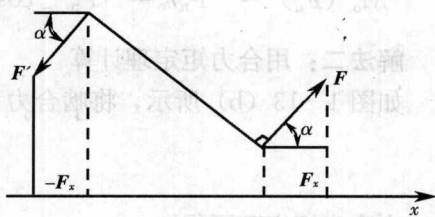


图 1-15

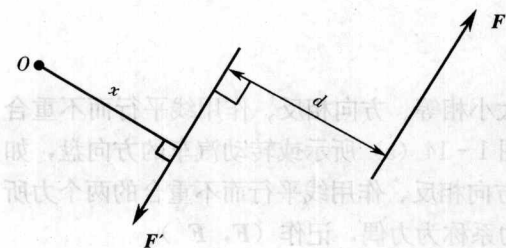


图 1-16

性质 3 力偶可以被改装。由上述力偶的三要素和力偶的性质，可以对力偶做以下等效处理：只要保持力偶矩的大小和转向不变，可同时改变力偶中力的大小和力偶臂的长短，而不会改变其对刚体的作用效应，即力偶可以被改装。

力偶可以用带箭头的弧、线表示（图 1-17）。

4. 平面力偶系的合成与平衡条件

若在物体的同一平面内仅有一些力偶的作用，这样的力系称为平面力偶系，这些力偶称为分力偶。显然，平面力偶系合成的结果仍是一个力偶，称为合力偶，其合力偶矩等于各分力偶矩的代数和，即

$$M = \sum M_i \quad (1-8)$$

既然平面力偶系合成的结果是一个合力偶，那么欲使力偶系平衡，就必须使合力偶矩等于零，即 $M=0$ 。因此，平面力偶系平衡的必要和充分条件是力偶系中各分力偶矩的代数和