

算 术

四则应用题解答法

陆 玕 云 編 著

新 知 識 出 版 社

算術四則應用題解答法

陸磯云編著

新知識出版社

一九五七年·上海

算術四則应用題解答法

陸磯云編著

*

新知識出版社出版

(上海湖南路9号)

上海市書刊出版業營業許可証出015号

上海集成印制厂印刷 新華書店上海發行所总經售

*

开本：787×1092 1/32 印張：3 1/4 字數：75,000

1957年6月第1版 1957年6月第1次印刷

印數：1—110,000本

統一書号：13076·80

定 价：(7)0.30元

序 言

算術应用題是算術課程中的重要部分之一。學習解答算術应用題，能够幫助發展我們的抽象思維和想象力，能够鍛鍊我們的意志和毅力，并可培養我們应用这种知識解決实际問題的技能和技巧。

但是，在學習算術的過程中，許多同學都感到解答算術应用題困難最多，有的甚至影响到不願意進一步學習代數、幾何、三角等課程，从而影响到學生的全面發展。

解答算術应用題，並不是只有少數人能够學好的。只要注意循序解答的方法，不管多么複雜的应用題，都可以一步一步地分析，化成幾個簡單应用題就能够很容易地解答出來。要知道，解答方法懂了熟了，對任何複雜的应用題只要反復思考，經過分析后必定能解出的。懂了熟了解答方法，並不是指會做幾道題，而是指懂得解答過程和掌握其中的關鍵。

這本書以整數和分數的四則应用題為限。所舉的例題，特別把解答過程和解答關鍵詳細說明，目的在於幫助初中同學掌握解答方法，從而能獨立地解答其他应用題。但是這本書是學習輔導書，不能在一、兩星期內就看完，必須在幾個月內有耐心的按步就班地仔細閱讀。更不要憑一時熱情，開始時學得很多，這樣會厭倦，要妨礙繼續學習的。因此，在學習本書前，必須根據自己的課餘時間和算術程度，訂出學習計劃，每周鑽研幾個例題，做幾個習題，並且不要集中在一天學習，這樣效果要好些。每學習一個例題時，必須仔細閱讀和思考，不僅要懂得它是怎樣解答

的,而且要徹底明白它的解答過程和方法,弄清楚它為什麼要這樣解,並且還必須認真做練習。只有通過練習,才能掌握應用題的解答過程和方法。因此,本書每種解法後面都附有練習,目的在鞏固同學已獲得的解答方法。只有仔細鑽研例題,認真做好練習,才真正算懂了熟了,這樣所獲得的知識就不會遺忘了。並且它將為你繼續學習代數、幾何、三角、高等數學以及其他科學服務。因此學會了算術應用題的解答方法,不單是可以提高算術成績,更重要的是幫助培養我們的邏輯思維。

最後,要求讀者先訂出學習本書的計劃,嚴格執行這個計劃,耐心地認真地研究每一個例題,並演算每一個習題。

編者 1957年2月

目 錄

第一部分 解答应用题的基本方法	1
(一)綜合法	1
練習一	12
(二)分析法	13
練習二	26
(三)分析綜合連用法	27
練習三	42
復習一	44
第二部分 典型应用题解法举例	46
(一)求兩数的应用題	46
(1) 从兩数的和与差求兩数	46
(2) 从兩数的和与倍比求兩数	52
(3) 从兩数的差与倍比求兩数	59
練習四	63
(二)用“任意假定法”解答的应用題	65
練習五	74
(三)用“消去未知数法”解答的应用題	75
(1) 用“加法或減法”解答的問題	75
(2) 用“使一种未知数相等法”解答的問題	81
(3) 用“代替法”解答的問題	85
練習六	96
復習二	97
总復習	99

第一部分 解答应用题的基本方法

解答四则应用题的基本方法有：(一)綜合法；(二)分析法。但它們都运用分析和綜合两个过程，不过綜合法以綜合为主，分析法以分析为主而已。因此兩者的关系相当密切。有些很复雜的应用题先后运用分析、綜合两种方法，所以基本方法中另有第三种为分析綜合連用法。为了便于掌握解答应用题的方法，根据难易程度把这三种方法分別介紹如下。

(一) 綜 合 法

例一 列車每小时行 36 公里，自行車每小时行 12 公里，列車速度是自行車速度的几倍？自行車速度是列車速度的几分之几？

[解]

一 明白題意，找出解答路綫 首先閱讀应用题兩遍，弄懂它的意思；然后把应用题的条件要点摘錄下來：

已經知道的：列 車——36 公里/小时，

自行車——12 公里/小时。

要求知道的：(1) 列車速度是自行車速度的几倍？

(2) 自行車速度是列車速度的几分之几？

怎样求出列車速度是自行車速度的几倍呢？要解决这个問題，應該把列車速度和自行車速度比較一下，看一看列車速度里有几个自行車速度。这就是除法的运算。

怎样求出自行車速度是列車速度的几分之几呢？要解决这

个問題,也應該把自行車速度和列車速度比較一下,看一看自行車速度等于几分之几的列車速度.这也是除法的运算.

二 訂出解答計劃

1. 求出列車速度是自行車速度的倍数.
2. 求出自行車速度等于列車速度的几分之几.

三 着手解答

1. $36 \div 12 = 3(\text{倍})$;
2. $12 \div 36 = \frac{1}{3}$.

答: 列車速度是自行車速度的 3 倍; 自行車速度是列車速度的 $\frac{1}{3}$.

四 驗算一下, 看看答案是不是正确 現在把任何一个答案当作应用題的已知条件, 原來的任何一个已知条件改作要求知道的未知条件, 得出两个新应用題:

(1) 自行車速度每小时 12 公里, 列車速度是自行車速度的 3 倍, 求列車每小时的速度.

$12 \times 3 = 36(\text{公里})$. 答: 列車每小时的速度是 36 公里.

(2) 列車速度每小时 36 公里, 自行車速度是列車速度的 $\frac{1}{3}$, 求自行車每小时的速度.

$36 \times \frac{1}{3} = 12(\text{公里})$. 答: 自行車速度每小时是 12 公里.

这两个答案和原应用題的已知条件相同, 所以原应用題的解法是对的.

說明 这个应用題的解答路綫是从列車速度和自行車速度相比較進行的. 列車速度和自行車速度是已知条件. 解答时, 根据两个已知条件得出所要求的問題, 这种从已知条件出發, 解答

問題的方法叫做綜合法。

例二 掘土机掘土, 1台 10 天可掘土 25,000 立方公尺。从前人工掘土, 5 人一天僅能掘土 5 立方公尺。一台掘土机一天的工作量是一个人一天工作量的多少倍?

这題比例一較為复雜, 它的做法也是从已知条件出發解答問題的, 所以它运用的也是綜合法。不过在解法上略为复雜一些而已。

〔解〕

一 明白題意, 找出解答路綫

已知: 1 台掘土机——10 天——25,000 立方公尺;

5 人 —— 1 天 —— 5 立方公尺。

要求: 掘土机的工作量是人工的几倍?

題里所問的是掘土机一天的工作量是一个人一天工作量的多少倍。从这个問題上, 我們應該全面考慮一下: 什么叫做一天的工作量? 掘土机和人工應該怎样比較? 我們知道一天的工作量就是一天所掘出的多少立方公尺土; 一台掘土机工作一天應該和一个人工作一天相比較。所以必須知道掘土机一天的工作量和一个人一天的工作量, 然后才能比較。怎样知道这两个条件呢? 虽然应用題里沒有直接說出这两个条件, 可是已告訴我們: 一台掘土机 10 天掘土 25,000 立方公尺, 就不难求出一天的工作量了; 又有 5 人一天掘土 5 立方公尺, 也可以求出一个人一天的工作量。

二 訂出解答計劃

1. 一台掘土机 10 天掘土 25,000 立方公尺, 它一天掘土多少?

2. 五人一天掘土 5 立方公尺, 一人一天掘土多少?

3. 掘土机的工作量是人工的几倍?

三 着手解答

1. $25,000 \div 10 = 2,500$ (立方公尺);

2. $5 \div 5 = 1$ (立方公尺);

3. $2,500 \div 1 = 2,500$ (倍).

答：一台掘土机的工作量是一个人工作量的 2,500 倍。

四 驗算 把这个答案当作应用題的已知条件，原来的一個已知条件改做問題，得出一个新应用題：

5 个人一天掘土 5 立方公尺，一台掘土机的工作量是一个人工作量的 2,500 倍，問一台掘土机 10 天可以掘土多少？

1. 一个人一天的工作量是多少？

$$5 \div 5 = 1 \text{ (立方公尺).}$$

2. 一台掘土机一天的工作量是多少？

$$1 \times 2,500 = 2,500 \text{ (立方公尺).}$$

3. 一台掘土机 10 天可以掘土多少？

$$2,500 \times 10 = 25,000 \text{ (立方公尺).}$$

这答案和原題的已知条件相符，所以这解答法是对的。

說明 “掘土机的工作量是人工的多少倍？” 这是这个应用題的主要問題。找出解答路綫时，要先求出掘土机和人工的一天工作量，这是两个次要問題，都可以按照已知条件求出的。这两个次要問題解决以后，再把两个得数进行比较，求出主要問題的答案。所以找出它的解答路綫是按照已知条件，从两个次要問題到主要問題的，这种解答法也叫做綜合法。

下面的例三、四、五和例二的解法有些相似，都是从已知条件出發，由次要問題到主要問題的；都运用綜合法。但具体解法上有些小差别，因此分別介紹一下：

例三 一台拖拉机 1 小时耕田 4 畝，用一头牛來耕要三天。32 畝田用一台拖拉机來耕需要多少小时？用一头牛來耕需要多

少天?

〔解〕

一 明白題意, 找出解答路綫

已知: 拖拉机——1 小时——4 畝,

牛——3 天——4 畝.

要求: (1) 32 畝田拖拉机耕要几小时?

(2) 32 畝田牛耕要几天?

这个应用題有两个主要問題: (1) 32 畝田用拖拉机來耕, 需要多少小时? (2) 32 畝田用牛來耕需要多少天? 这两个問題應該分別解答. 我們知道, 拖拉机一小时耕田 4 畝, 那末 32 畝田要耕多少小时呢? 只要看 32 畝田里有多少个 4 畝, 就知道所需要的时数. 这是除法的运算. 題目又告訴我們: 牛三天耕田 4 畝. 那末 32 畝田要耕多少天呢? 只要看 32 畝田里有多少个 4 畝, 就是需要多少个三天. 这是除法和乘法的运算.

二 解答計劃及解法

1. 32 畝田一台拖拉机要耕多少小时?

$$32 \div 4 = 8 \text{ (小时)}.$$

2. 32 畝田一头牛要耕多少天?

(1) 32 畝田是 4 畝田的多少倍?

$$32 \div 4 = 8 \text{ (倍)}.$$

(2) 三天耕田 4 畝, 有 8 个 4 畝田要耕多少天?

$$3 \times 8 = 24 \text{ (天)}.$$

答: 拖拉机要耕 8 小时, 牛要耕 24 天.

三 驗算

$$1. 4 \times 8 = 32 \text{ (畝)};$$

$$2. 24 \div 3 = 8 \text{ (倍)}, \quad 4 \times 8 = 32 \text{ (畝)}.$$

这两个答案和应用題已知条件相同, 所以这解法是对的.

說明 第一個問題是根據兩個已知數(32畝和4畝)來解答的,這是綜合法;第二個主要問題,是根據兩個已知數(32畝和4畝)先求出次要問題(32畝田是4畝田的多少倍),再解決主要問題,這也是綜合法。

例四 某主婦向國營商店購買一架縫紉機,總價135元,分四期付款。第一次要付總價的 $\frac{1}{3}$,第二次付其餘的 $\frac{1}{3}$,第三次又付所餘的 $\frac{1}{3}$,第四次全部付清。問每次各付多少元?

〔解〕

一 明白題意,找出解答路綫

已知:第一次付——135元的 $\frac{1}{3}$,

第二次付——第一次余下的 $\frac{1}{3}$,

第三次付——第二次余下的 $\frac{1}{3}$,

第四次付——第三次余下的部分。

要求:每次各付多少元?

這個應用題有四個問題:(1)第一次要付多少?(2)第二次要付多少?(3)第三次要付多少?(4)第四次要付多少?應該依次逐一解決。怎樣求出第一次所付的呢?條件中已告訴我們:第一次要付總價的 $\frac{1}{3}$,就是 $135 \times \frac{1}{3} = 45$ (元)。怎樣求出第二次要付的呢?因為第二次要付第一次余下的 $\frac{1}{3}$,第一次余下 $135 - 45 = 90$ (元),所以第二次付 $90 \times \frac{1}{3} = 30$ (元)。怎樣求出第三次要付的呢?條件中也告訴我們:第三次要付第二次余下的 $\frac{1}{3}$,它余下 $90 - 30 = 60$ (元),所以第三次付 $60 \times \frac{1}{3} = 20$ (元)。怎樣求出第四次要付的呢?因為第四次要付清,就是要付第三次余下的部分,即 $60 - 20 = 40$ (元)。

二 解答計劃

1. 第一次要付总价135元的 $\frac{1}{3}$, 应付多少? 还剩多少?
2. 第二次要付所余的 $\frac{1}{3}$, 应付多少? 还剩多少?
3. 第三次要付所余的 $\frac{1}{3}$, 应付多少?
4. 第四次全部付清, 应付多少?

三 解法

1. $135 \times \frac{1}{3} = 45$ (元), (应付的)

$135 - 45 = 90$ (元); (剩下的)

2. $90 \times \frac{1}{3} = 30$ (元), (应付的)

$90 - 30 = 60$ (元); (剩下的)

3. $60 \times \frac{1}{3} = 20$ (元);

4. $60 - 20 = 40$ (元).

答: 第一次要付 45 元, 第二次要付 30 元, 第三次要付 20 元, 第四次要付 40 元.

四 驗算

一般的 $45 + 30 + 20 + 40 = 135$ (元).

精細的 把答案当作条件, 已知条件改作問題, 得出一个新应用題: 購買一架縫紉机, 总价 135 元, 分四期付款. 第一次应付 45 元, 它占总价的几分之几? 第二次应付 30 元, 它占所余的几分之几? 第三次应付 20 元, 它占所余的几分之几? 第四次应付 40 元, 是不是全部付清?

1. 第一次应付的是总价的几分之几?

$$45 \div 135 = \frac{45}{135} = \frac{1}{3}.$$

2. 第二次应付的是余下的几分之几?

(1) $135 - 45 = 90$ (元), (余下的)

(2) $30 \div 90 = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$.

3. 第三次应付的是余下的几分之几?

(1) $90 - 30 = 60$ (元), (余下的)

(2) $20 \div 60 = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$.

4. 第四次是不是全部付清?

(1) $60 - 20 = 40$ (元), (余下的)

(2) $40 - 40 = 0$. (全部付清)

上面的这些答案和原应用题已知条件相同, 所以这解法是对的.

说明 这题里有四个问题:(1)第一次要付多少?(2)第二次要付多少?(3)第三次要付多少?(4)第四次要付多少?它是依次逐一解答的.根据两个已知数(135 和 $\frac{1}{3}$)解答第一个问题;解答第二个问题时,根据已知数总价及第一个问题答案先求所余的,然后再根据这个余数及已知数 $\frac{1}{3}$ 求出答案;解答第三个问题时,根据第一次余数及第二个问题答案先求所余的,后再根据这个余数及已知数 $\frac{1}{3}$ 求出答案;最后根据第二次余数及第三个问题答案求出余数,就是第四个问题的答案.第一个问题的解答是根据已知数进行的.第二、三两个问题的解答,都是按照已知数从次要问题(所余的)到主要问题.第四个问题的解答是根据新已知数进行的.所以这个应用题是利用已知数及新已知数求出答案的.这是综合法.

例五 建筑一所厂房,按计划用 200 个工人,8 个月完工.

但工作了三个月后,要提前三个月完成,需要添工人多少?

〔解〕

一 明白題意,找出解答路綫 条件摘要:

	工 人 数	完 成 期 限 (以月为單位)
按 原 計 划	200	8
实 际 完 成	第一階段——200	3
	第二階段——200	$8-3-3=2$
	增 加 人 数 x	$8-3-3=2$

这个应用題的主要問題是:“工作了三个月后,要提前三个月完成,需要添工人多少?”要解决这个問題必須知道什么?必須知道提前三个月所需的工作量.現在把一个人工作一个月为一个工作量.那末提前三个月應該增加多少工作量呢?根据条件知道每个月要 200 个工作量,三个月就是 600 个(200×3)工作量.这 600 个工作量要在几个月內做完呢?条件告訴我們,原來 8 个月完成,現在工作了三个月后,要提前三个月完成,應該再工作 2 个月($8-3-3$);这就是 600 个工作量平均增加在两个月內.即后两个月內每月必須增加 300 个工作量($600 \div 2$),就是要增加 300 个工人.

二 訂出解答計劃

1. 原計劃每月有 200 个工人工作,提前三个月所需的工作量是多少?

2. 原計劃 8 个月完工,現在工作了三个月后,要提前三个月完工,應該再工作几个月?

3. 这三个月的工作量平均增加在两个月內,每个月

要增加多少工人？

三 着手解答

1. $200 \times 3 = 600$ (月工作量),

2. $8 - 3 - 3 = 2$ (月),

3. $600 \div 2 = 300$ (人).

答：需要添工人 300 名。

四 驗算

1. 这件工程共計有多少个月工作量？

$$200 \times 8 = 1600 \text{ (月工作量).}$$

2. 前三个月有 200 人工作,共計有多少个月工作量？

$$200 \times 3 = 600 \text{ (月工作量).}$$

3. 后两个月有 500 人工作,共計有多少个月工作量？

$$500 \times 2 = 1000 \text{ (月工作量).}$$

4. 前后五个月共有多少个月工作量？

$$600 + 1000 = 1600 \text{ (月工作量).}$$

第一和第四两个答案相同,可見这解法是对的。

說明 “工作了三个月后,要提前三个月完成,需要添工人多少？”是这个应用題的主要問題.找出解答路綫是从两个已知数(200 人和 3 月)出發,先求出提前三个月所需的月工作量,再根据三个已知数(8 月、3 月和 3 月)求出最后應該工作的月数.所求的月工作量和月数都是次要問題.最后根据这两个得数解决了主要問題.由此可知,找出它的解答路綫是按照已知数从次要問題到主要問題,这种解答法叫做綜合法。

总 說 明

从上面五个应用題的解答中,可以看出它的解答步驟有的是四步;有的把第二、三步併为一步,变成三步.現在分別說明

一下：

第一步，明白題意，找出解答路綫：首先把應用題閱讀兩、三遍，要完全懂得它的意思。有些較長或較難的應用題，不僅要通讀應用題全文，也要分段閱讀或着重閱讀困難的地方。題意明白以後，把應用題的條件要點摘錄下來。這樣，一方面可以很好地理解應用題；同時，根據摘錄下來的條件去找尋解答路綫比較方便得多。為了使摘要更加清楚而且便于找出解答路綫起見，最好利用圖解或表格。以上是第一步中的重要過程。做得好，解答起來就順利多了。如果不這樣好好地做，解答起來不僅費時，而且容易發生錯誤。所以仔細閱讀應用題全文，把條件要點摘錄下來，是解題步驟中重要的一環。接着，根據摘要用綜合法找出解答路綫。

第二、三步，解答計劃和解法：根據第一步中所找出的解答路綫，依次訂出解答計劃，然後按照計劃逐一解答。這樣解答起來，有条不紊，又簡易又周密。或者一面訂計劃，接着就解答也可以。

第四步，驗算：答案是不是正確，應該進行檢查。這種檢查叫做驗算。在進行驗算時，如果發現錯誤，立即糾正。這不僅是檢查有無錯誤，而且是養成一種對工作負責的態度。它的方法有二：（1）普通驗算法，根據解法次序，從末到頭用逆運算進行；（2）變換應用題條件的方法，把所得的答案當作條件的已知數，把原來的一個已知條件當作要求的問題，得出一個新應用題；然後演算新題，所得的結果和原應用題已知條件相同時，那就證明這種解法是對的。上面例題里所運用的是後一種驗算法，至於前一種驗算法在以後的例題里才運用到。

從上面五個應用題的解答里可以看出：在找出解答路綫的過程中，都是從已知數轉向未知數的。具體說來，例一是根據已