中职中专公共基础课“十一五”规划教材

数学练习册 Ⅱ

杨丽 主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

ISBN 978-7-111-25224-5
策划编辑：宋学敏
封面设计：王伟光

MATHEMATICS

定价：30.00元（Ⅰ、Ⅱ）

编辑热线 (010)88379199

地 址：北京市百万庄大街22号　邮政编码：100037
联系电话：(010)68326294　网址：http://www.cmpedu.com(机工教材网)
(010)68993821　E-mail:cmp@cmpedu.com
购书热线：(010)88379639　网址：http://www.cmpbook.com(机工门户网)
(010)88379641　E-mail:cmp@cmpbook.com
(010)88379643

ISBN 978-7-111-25224-5

9 787111 252245 >

中职中专公共基础课“十一五”规划教材

数学练习册

（Ⅱ）

主　编　杨　丽

副主编　杨文娟　王　新　郑秀秀

参　编　王春艳　于晓泳　邹茹梅　张　蕾

王　清　赫　毅　张玉军　杨　磊

主　审　于守魁

机械工业出版社

为了加强中职中专公共基础课“十一五”规划教材《数学》（以后称“主教材”）上册（基础模块部分）的学习，满足学习各类专业课程和专业技能的基本要求，我们编写了数学练习册（Ⅰ、Ⅱ）. 本书是学生用书，与主教材构成了一套完整的数学教材.

本书通过“知识提要”内容帮助学生梳理课堂所学知识，形成对知识点的二次提炼. 通过“典型例题”的讲解，帮助学生明了学习重点和基本要求；通过每节的巩固训练做到与教材同步，及时强化. 另外，还为学有余力和有进一步升学要求的学生设置了“能力拓展”内容，增加了学习梯度，满足不同层次的学习需求. 建议读者与主教材相配合使用本书.

本书为数学练习册（Ⅱ），对应主教材《数学（上册）》的第5～7章. 内容包括：数列，直线、平面、简单几何体和解析几何.

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）
策划编辑：宋学敏　责任编辑：宋学敏　责任校对：张晓蓉
封面设计：王伟光　责任印制：洪汉军
北京振兴源印务有限公司印刷
2009年1月第1版第1次印刷
169mm×239mm · 18.5印张 · 327千字
0001—3000册
标准书号：ISBN 978-7-111-25224-5
定价：30.00元（Ⅰ、Ⅱ）

前　言

本套书是根据《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》的文件精神，并结合《中等职业学校数学教学大纲》而编写的. 本套书包括主教材《数学(上、下册)》和与《数学(上册)》内容相对应的《数学练习册(Ⅰ、Ⅱ)》. 分为上、下两册，上册主要以基础知识为主，下册的内容可根据不同的专业进行选学. 本套书整个编写过程紧密围绕中等职业教育的培养目标，以就业为导向，根据教学的实际需要"从宽从简"，以"必需，够用"为度，以培养高素质的劳动者为宗旨，对教学内容进行重组和构建，力求适用于多层次、多类别职业教育的需要.

本套书具有以下特点：

1. 注重基础知识

针对当前职业学校学生的基础现状，由一线教师根据大纲要求，对中等职业学校的数学教学内容进行精选，把在现实生产、生活及各类专业学习中广泛应用的基础知识作为必学内容，以保证必要的、基本的教学水平.

2. 教学内容富有弹性

整套书采用模块化编写. 上册为基础模块部分，包含了各专业对人才的职业素质的基本要求，属于必学部分. 通过基础模块的学习，可以使学生获得必要的数学基础知识和基本技能，提高学生的数学基本素养，满足学习各类专业课程和专业技能的基本需求.《数学练习册(Ⅰ、Ⅱ)》是针对上册内容,为提高学生的数学学习能力而编写的.

下册属选学部分,不同专业可根据自身专业需要选学其中的部分内容.如计算机、电工类等专业可选学第8、9、10、12章内容,财经类专业可选学第11、13章内容,建筑类专业可选学第9、10章内容,等等.

3. 深入浅出,易教易学

针对中等职业学校学生的数学基础和实际水平,在编写中力求做到降低知识起点.在上册的开始部分编写有预备知识,通过这部分内容的学习,可以帮助初中基础较差的学生很好地衔接新旧知识,为学好本课程打下坚实的基础.

4. 突出应用,注意培养学生应用数学的意识和能力

本书努力体现中等职业技术教育特点,力求兼顾不同产业部门的需要,用较多的实例反映数学应用,引导学生运用所学的数学知识解决日常生产、生活中的实际

问题.

本书由杨丽主编,杨文娟、王新、郑秀秀任副主编,由于守魁主审.

参加本书编写的还有杨磊、王春艳、于晓泳、邹茹梅、张蕾、王清、赫毅、张玉军.

本套书是在参阅国内外大量资料,并集编者多年教学、教研经验的基础上,吸取同类教材的优点编写而成的.

由于编者水平有限,不妥之处在所难免,敬请广大读者批评指正.

编　者

目　　录

前言

第 5 章　数列 …… 1

5.1　数列 …… 1
5.2　等差数列及其通项公式 …… 4
5.3　等差数列的前 n 项的和 …… 10
5.4　等比数列及其通项公式 …… 13
5.5　等比数列前 n 项的和 …… 18
章末测试 …… 21

第 6 章　直线、平面和简单几何体 …… 24

6.1　平面的概念及基本性质 …… 24
6.2　空间两条直线 …… 32
6.3　空间直线和平面 …… 41
6.4　空间两个平面 …… 59
章末测试 …… 72

第 7 章　解析几何 …… 75

7.1　曲线和方程 …… 75
7.2　直线的方程 …… 80
7.3　两条直线的位置关系 …… 89
7.4　圆 …… 96
7.5　椭圆 …… 103
7.6　双曲线 …… 112
7.7　抛物线 …… 120
章末测试 …… 127

参考答案 …… 130

第 5 章　数　　列

5.1　数列

【知识提要】

1. 有关概念

(1)"数列定义"　按一定次序排列的一列数叫做数列.

(2) 项　数列中的每一个数都叫这个数列的项.

(3) 通项　数列中的第 n 项 a_n 就叫这个数列的通项.

(4) 通项公式　数列中的第 n 项 a_n 与项数 n 之间的关系式叫数列的通项公式.

以上注意区别：项、通项及通项公式.

2. 常见基本数列的通项公式：

自然数列：$1,2,3,4,5,\cdots$　$a_n=n$；

正奇数列：$1,3,5,7,9,\cdots$　$a_n=2n-1$；

正偶数列：$2,4,6,8,10,\cdots$　$a_n=2n$；

摆动数列：$1,-1,1,-1,1,\cdots$　$a_n=(-1)^{n+1}$；

$-1,1,-1,1,-1\cdots$　$a_n=(-1)^n$.

【典型例题】

例 1　已知某数列的通项公式 $a_n=\dfrac{2n-1}{2n+1}$，写出它的第 5 项和第 9 项.

解　在通项公式中取 $n=5$ 和 9，可得到

$$a_5=\frac{9}{11},\ a_9=\frac{17}{19}.$$

例 2　写出数列的通项公式，使它的前五项为 $2,\dfrac{3}{2},\dfrac{4}{3},\dfrac{5}{4},\dfrac{6}{5},\cdots$.

解　数列的前 5 项分子都是序号加 1，分母都是与序号相等，所以通项公式是 $a_n=\dfrac{n+1}{n}$.

【基础巩固】

一、选择题

已知数列的前五项，写出它的一个通项公式：

1. $0,1,2,3,4,\cdots$ ( ).

A. $a_n=n$; B. $a_n=n+1$; C. $a_n=n-1$; D. $a_n=n+2$.

2. $1,3,5,7,9,\cdots$ ( ).

A. $a_n=2n$; B. $a_n=2n-1$; C. $a_n=2n+1$; D. $a_n=2n-2$.

3. $2,-4,6,-8,10,\cdots$ ( ).

A. $a_n=2n$; B. $a_n=2n-2$; C. $a_n=2-2n$; D. $a_n=(-1)^{n+1}2n$.

4. $2,4,8,16,32,\cdots$ ( ).

A. $a_n=2n$; B. $a_n=2^n$; C. $a_n=2n+2$; D. $a_n=n+2$.

5. $-3,-6,-9,-12,-15,\cdots$ ( ).

A. $a_n=-3n$; B. $a_n=-2n$;

C. $a_n=(-1)^n\cdot 3n$; D. $a_n=(-1)^{n+1}\cdot 3n$.

二、填空题

观察下列数列的特点，用适当的数填空：

1. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},(\quad),\frac{1}{6},\cdots$.

2. $6,8,10,12,14,(\quad),18,\cdots$.

3. $1,-1,1,-1,1,-1,(\quad),-1,\cdots$.

4. $-10,9,-8,7,-6,5,-4,3,(\quad),1,\cdots$.

5. $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},(\quad),\frac{5}{6},\frac{6}{7},\cdots$.

三、解答题

1. 根据数列定义判断，下面数的排列是数列吗？

(1) 1，0，1，0，1，0.

(2) 0，0，0，0.

(3) $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\cdots$.

2. 根据数列定义，判断下面各题中的两个数列是否是相同的数列：

(1) $0,1,2,3,\cdots$和$1,2,3,\cdots$.

(2) $1,2,3,4,5.$ 和$1,2,3,4,5,\cdots$.

(3) $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$和$\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{3},\frac{1}{2},1$.

3. 请写出下面各数列的一个通项公式：

（1）2,3,4,5,6,7,…，$a_n=$________.

（2）10,11,12,13,14,…，$a_n=$________.

（3）$-1,-2,-3,-4,-5,\cdots$，$a_n=$________.

（4）$1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\cdots$，$a_n=$________.

（5）$1,-\frac{1}{2},\frac{1}{3},-\frac{1}{4},\frac{1}{5},\cdots$，$a_n=$________.

（6）$-1,\frac{1}{2},-\frac{1}{3},\frac{1}{4},-\frac{1}{5},\cdots$，$a_n=$________.

（7）$\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\cdots$，$a_n=$________.

（8）$\frac{1}{1\cdot 2},-\frac{1}{2\cdot 3},\frac{1}{3\cdot 4},-\frac{1}{4\cdot 5},\cdots$，$a_n=$________.

4. 已知数列的通项公式 $a_n=5n-2$，求数列的前 5 项.

5. 已知数列的通项公式为 $a_n=3\cdot(-1)^{n+1}$，求数列的前 5 项.

6. 已知数列的通项公式为 $a_n=\frac{1}{n+1}$，求此数列的第 4 项到第 8 项.

7. 已知数列的通项公式为 $a_n=1+(-1)^n$，求此数列的第 5 项到第 10 项.

8. 已知数列的通项公式为 $a_n=10n$，求此数列的前 5 项和第 10 项.

【能力拓展】

1. 根据数列的已知数据，填出未知数据：

1，$\sqrt{2},\sqrt{3},2,\sqrt{5},\sqrt{6},(\quad),2\sqrt{2},\cdots$.

2. 由数列中的已知数据，写出它的一个通项公式 $0,2,0,2,0,2,0,\cdots$(　　).

A. $a_n=(-1)^n+(-1)^{n+1}$；　　B. $a_n=(-1)^n+1$；

C. $a_n=(-2)^{n+1}$；　　D. $a_n=(-2)^n$.

3. 已知数列的通项公式 $a_n=n^2$，求此数列的前 4 项和第 9 项.

5.2　等差数列及其通项公式

【知识提要】

1. 等差数列概念

一般地，如果一个数列 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n,\cdots$ 从第 2 项起，每一项与它前一项的差等于同一个常数 d，即 $a_2-a_1=a_3-a_2=\cdots=a_n-a_{n-1}=d(d\in\mathbf{R},n\in\mathbf{N}_+,n\geqslant 2)$，则称这个数列为等差数列，常数 d 叫做等差数列的公差，由定义 $a_n-a_{n-1}=d$. 当 d 为 0 时，此数列成常数列，即 $a_1,a_1,a_1,a_1,a_1,\cdots$.

2. 等差数列的通项

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot d.$$

这个公式中共有四个量：a_n，a_1，n 和 d，只需知道了其中的任意三个量，就可以求出另外的一个量.

3. 等差中项概念

一般地，如果在 a，b 之间插入一个数 A，使 a，A，b 成等差数列，则称 A 是 a 与 b 的等差中项，即由定义可得 $A=\dfrac{a+b}{2}$.

由定义可得等差数列中，从第 2 项起，每一项都是它前后两项的等差中项；类推可得，等差数列中，从第 2 项起，每一项都是它前后等距离那两项的等差中项.

【典型例题】

例 1 指出下列数列中的等差数列，并求其公差和通项公式：

（1）$1,5,9,13,17,\cdots$；（2）$1,4,16,64,256,\cdots$；

（3）$2,2,2,2,2,\cdots$；（4）$1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\cdots$；

（5）$1\frac{1}{2},2\frac{1}{3},3\frac{1}{4},4\frac{1}{5},5\frac{1}{6},\cdots$；

（6）$-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2},1,1\frac{1}{2},\cdots$.

解 由等差数列的定义可知(1)(3)(6)是等差数列.

（1）中数列的公差 $d=4$，通项公式是 $a_n=1+(n-1)\cdot 4$，即 $a_n=4n-3$；

（3）中数列的公差 $d=0$，通项公式是 $a_n=2$；

（6）中数列的公差 $d=\frac{1}{2}$，通项公式是 $a_n=-\frac{1}{2}+(n-1)\cdot\frac{1}{2}$，即 $a_n=\frac{1}{2}n-1$.

说明： 以上数列如果是等差数列，必须满足等差数列的定义，即从第 2 项起每一项与它前一项的差等于同一个常数.

例 2 求等差数列 $7,4,1,\cdots$ 的公差 d，通项公式及第 9 项.

解 由已知 $a_1=7$，$a_2=4$，则 $d=4-7=-3$，

所以 $a_n=a_1+(n-1)\cdot d=7+(n-1)\times(-3)$

$a_n=-3n+10$

则 $a_9=-3\times 9+10=-17$.

说明： 可以先通过 a_2-a_1 求出公差 d，有了 a_1 和 d 就可以写出等差数列的通项公式，另由已知知道了 n 的数值，这样有了 a_1，d 和 n，就可以利用通项公式求得 a_n.

例 3 等差数列 $-5,-7,-9,\cdots$ 中 -21 是第几项？

解 由已知 $a_1=-5$，$d=-7-(-5)=-2$，$a_n=-21$，由 $-21=-5+(n-1)\times(-2)$ 得 $n=9$，

所以这个数列的第 9 项是 -21.

说明： 同上例先求出 d，-21 就是 a_n 的数值. 本题是知道 a_1，d 和 a_n 求 n，

代入通项公式即可求得，注意 n 必须是正整数.

例 4 已知等差数列的第 4 项是 7，第 9 项是 22，求第 20 项.

解 设等差数列的首项为 a_1，公差为 d，根据通项公式得：

$$\begin{cases} a_1+(4-1)\cdot d=7 \\ a_1+(9-1)\cdot d=22 \end{cases} \quad 整理得 \quad \begin{cases} a_1+3d=7 \\ a_1+8d=22 \end{cases},$$

解得 $a_1=-2$，$d=3$，

所以 $a_{20}=-2+(20-1)\times 3=55$.

说明： 本题应首先求出这个等差数列，才能求第 10 项，即应先求出 a_1 和 d. 可以采用列方程组的方法求出，但需要两个独立条件，而 $a_4=7$，$a_9=22$ 恰好是两个独立的条件.

例 5 （1）在 -2 与 98 之间插入一个数 A，使得 A 与这两个数成等差数列，求这个数 A.

（2）若在 -2 与 98 之间插入三个数，使它们与这两个数成等差数列，求这三个数.

解 （1）由等差中项的定义得 $A=\dfrac{-2+98}{2}=48$.

（2）设插入的三个数为 x，y，z，则 -2，x，y，z，98 成等差数列，则 y 是 -2 和 98 的等差中项，所以 $y=\dfrac{-2+98}{2}=48$.

同理 x 是 -2 和 48 的等差中项，z 是 48 和 98 的等差中项，所以

$$x=\frac{-2+48}{2}=23,\ z=\frac{48+98}{2}=73.$$

【基础巩固】

一、选择题

1. 选出下列数列中的等差数列（　　）.

A. 1,3,6,10,15,21,…;　　B. 1,2,4,8,16,32,…;

C. 5,5,5,5,5,…;　　D. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{6},\frac{1}{12},\frac{1}{20},\cdots$.

2. 等差数列 1.8,2.1,2.4,…的公差 $d=$（　　）.

A. 0;　　B. 0.3;　　C. -0.3;　　D. 0.5.

3. 等差数列 15,8,1,…的通项公式 $a_n=$（　　）.

A. $a_n=15-7n$;　　B. $a_n=22-7n$;

C. $a_n=15+7n$;　　D. $a_n=22+7n$.

4. 已知三个数2，x，$18\frac{1}{2}$成等差数列，则 $x=$(　　).

A. 10；　　B. 9；　　C. 8；　　D. $\frac{41}{4}$.

5. 已知等差数列 1,4,7,10,⋯，则 4900 是它的第(　　)项.

A. 1634；　　B. 1635；　　C. 1633；　　D. 1636.

二、填空题

1. 已知下列每题都是等差数列，试填上括号内的数；并求其公差.

(1) 7,4,(　),(　),(　),⋯，$d=$________.

(2) 6,(　),2,(　),(　),⋯，$d=$________.

(3) 8,(　),(　),(　),24,⋯，$d=$________.

(4) (　),5,(　),15,(　),⋯，$d=$________.

2. 等差数列 3,8,13,⋯的公差 $d=$________，通项公式 $a_n=$________，$a_7=$________.

3. 等差数列 5,8,11,⋯的公差 $d=$________，通项公式 $a_n=$________，$a_7=$________.

4. 等差数列 14,8,2,⋯的公差 $d=$________，通项公式 $a_n=$________，$a_{13}=$________.

5. 等差数列中 $a_2=2$，$a_4=7$，那么这个数列的通项公式 $a_n=$________.

三、解答题

1. (1) 已知等差数列 1,4,7,⋯，求 4891 是它的第几项？

(2) 已知等差数列 10,8,6,⋯，求 -10 是它的第几项？

2. (1) 一个等差数列的第 2 项是 5，第 6 项是 21，求它的第 51 项.

（2）一个等差数列的第 5 项是 12，第 12 项是 5，求它的第 17 项.

（3）一个等差数列的第 3 项是 6，第 6 项是 3，求它的第 9 项.

（4）一个等差数列的第 4 项是 7，第 7 项是 4，求它的第 11 项.

3. 在等差数列中，（1）$a_1=7$，$d=2$，试求 a_8；

（2）$a_1=2$，$d=\frac{1}{3}$，试求 a_{100}.

4. 在等差数列中，（1）$a_1=-7$，$d=3$，求第几项是 32？

（2）$a_1=-5$，$d=2$，求第几项是 81？

5. 在等差数列中，（1）$a_1=-42$，$a_{18}=9$，求公差 d；

（2）$a_1=-1$，$a_8=48$，求公差 d.

6. 在等差数列$\{a_n\}$中，（1）$d=\frac{2}{3}$，$a_{10}=2$，求a_1；

（2）$d=2$，$a_{15}=-10$，求a_1.

7. 在1与21之间插入一个数，使它们与1和21成等差数列，求这个数.

8. 在8与20之间插入三个数，使它们与8和20成等差数列，求插入的三个数.

9. 求下列各组数的等差中项：

（1）-23与15；（2）2与-2；（3）$1-\sqrt{5}$与$1+\sqrt{5}$；

（4）4与7；（5）$-\frac{2}{3}$与$\frac{3}{4}$；（6）$\sqrt{3}+1$与$\sqrt{3}-1$；

（7）45与80；（8）6与2；（9）-23与-25.

【能力拓展】

1. 三个数成等差数列，它们的和为12，积为-132，求这三个数.

2. 已知等差数列$a_n=5n-2$，则$a_5+a_8=$________，$a_3+a_{10}=$________，$a_9+a_4=$________.

3. 已知三个数成等差数列，其和为15，首末两项的积为9，求这三个数.

4. 等差数列中，已知 $a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=35$，求 a_2+a_8.

5. 已知等差数列$\{a_n\}$的第 7 项是 8，第 11 项是 -20，求它的第 15 项.

5.3　等差数列的前 n 项的和

【知识提要】

设有等差数列 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n,\cdots$，它的前 n 项和是 S_n，

则
$$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2} \tag{1}$$

又可推得
$$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}\cdot d \tag{2}$$

在式(1)中含有 4 个量 S_n，n，a_1 与 a_n，已知其中任意三个量，可求得第四个量.

在式(2)中含有 4 个量 S_n，n，a_1 与 d，已知其中任意三个量，可求得第四个量.

【典型例题】

例 1　求前 1000 个正整数的和.

解　此数列 $a_1=1$，$a_{1000}=1000$，

所以
$$S_{1000}=\frac{1000\times(1+1000)}{2}=500500.$$

例 2　已知一个等差数列 $a_1=-5$，公差 $d=3$，求它的前 20 项的和.

解
$$S_{20}=20\times(-5)+\frac{20\times(20-1)}{2}\times3=470.$$