

普通高等院校“十一五”规划教材

工程力学

理论与仿真

(第2版)

GONGCHENG LIXUE LILUN YU FANGZHEN

主编 李鸿 杨丽红 周博

本书特色：

1. 突出工程实用性；
2. 加入部分最新考研题的分析和讲解；
3. 结合力学技术的最新发展，更改了部分例题、习题；
4. 利用经典力学理论结合计算机的数值求解和MATLAB软件进行动态仿真。



国防工业出版社

National Defense Industry Press

内容简介

本书以工程力学的基本概念、基本理论和基本方法为基础，结合工程实际，系统地介绍了工程力学的基本理论和基本方法。全书共分五章，第一章介绍工程力学的基本概念、基本理论和基本方法；第二章介绍工程力学的基本概念、基本理论和基本方法；第三章介绍工程力学的基本概念、基本理论和基本方法；第四章介绍工程力学的基本概念、基本理论和基本方法；第五章介绍工程力学的基本概念、基本理论和基本方法。

工程力学理论与仿真

(第2版)

主 编 李 鸿 杨丽红 周 博
副主编 杨在林 李宏亮
主 审 欧贵宝 韩广才

本书在编写过程中，参考了国内外有关文献，力求做到概念清晰、重点突出、由浅入深、循序渐进。本书可作为高等院校工程力学专业及相关专业的教材，也可供从事工程力学工作的工程技术人员参考。

国防工业出版社

(北京·清华大学·北京)

定价：45.00元
ISBN 7-309-04112-2
(010) 68432132
(010) 68432133
(010) 68411474

内 容 简 介

本书包括静力学、材料力学、运动学及动力学三部分,适用于70学时至100学时高等学校的工程力学课程。全书共分三篇:上篇静力学,中篇材料力学,下篇运动学及动力学。静力学主要研究作用于物体系统的各种力系的简化及力系的平衡问题;材料力学主要研究杆件发生拉、压、剪、扭、弯等基本变形时的强度和刚度计算及压杆的稳定性问题并对其作了计算机模拟分析;运动学主要研究点和刚体作各种运动时的速度和加速度;动力学主要研究质点及质点系的动力学普遍方程、动量定理及动量矩定理。

本书适合船舶工程、动力工程、自动控制、惯性制导、材料工程、建筑工程、电气工程、化学工程等专业的大学本科及专科院校学生使用,也可供其它专业及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学理论与仿真 / 李鸿, 杨丽红, 周博主编. —2
版. —北京: 国防工业出版社, 2008. 8
ISBN 978-7-118-05839-0

I. 工... II. ①李...②杨...③周... III. 工程力学—高等
学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 098963 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 26 $\frac{3}{4}$ 字数 672 千字

2008 年 8 月第 2 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 42.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

第2版前言

本书第1版自2005年8月出版以来,被许多院校选用为教材,受到了同行和广大读者的欢迎,同时他们也提出了不少宝贵的意见和建议,对此我们深表感谢。

修订时,注意到工科院校的特点,在本版中,在保持第1版系统和结构的前提下,我们对各章的内容、例题、习题做了必要的增删和修改。删去了不适合一般专业需要的原第18章刚体的定点运动和一般运动,精简了次要内容,在中篇材料力学里增加了“10.4 弯曲剪应力及其强度条件”一节,在下篇运动学及动力学里增加了动能定理和达朗伯原理两章,使得动力学部分成为一个完整的体系,也更正了第1版中的印刷错误。

本版的修改工作由李鸿、杨丽红、周博、杨在林、李宏亮共同完成,各自修改和增删了在第1版中所编写的部分,新增加的第21章动能定理由李宏亮编写,第22章达朗伯原理由李鸿编写。李鸿对全书进行了校阅。

本书虽经修改,但由于编者水平有限,书中仍可能存在不妥之处,恳请读者批评指正,以期日后作修订。

编著者

2008年6月

第1版前言

在日前进行的全国高等教育、教学改革中,特别强调全面提高学生素质、培养学生的创新精神,这就要求力学这门基础课的教学内容和理论体系也要进行改革和调整。本书本着以提高能力为主的教学指导思想,使学生掌握必要的专业知识,力求教材内容理论联系实际,突出工程实用性。随着力学的发展及在工程实际中的广泛应用,要求学生在掌握一定力学知识的基础上,才能进一步学习新出现的工程专业及原有老专业之间的交叉专业,因此,原有教材需要进行知识更新和增加新内容。本书力图强化力学概念,突出力学在工程领域的最新发展和成果。在本书中,把经典力学理论和计算机的数值求解功能结合起来,用计算机软件来完成传统结构在各种约束条件下的内力计算及内力图展现,对于提高学生学习的积极性、加深对所学知识的理解和掌握有很大的帮助。同时,全书结构安排紧凑,希望在有限的学时里编写较多的教学内容。

本书采用国际单位制,图中尺寸单位未注明时均为 mm。

本书由哈尔滨工程大学李鸿、杨丽红、周博、杨在林、李宏亮编著。第1章至第3章内容由杨在林编写;第4章至第8章内容由杨丽红编写;第9章至第13章内容由周博编写;第14章至第18章内容由李鸿编写;第19章至第21章内容由李宏亮编写。全书由李鸿统稿。

哈尔滨工程大学欧贵宝教授和韩广才副教授详细审阅了本书的初稿,提出了宝贵的修改意见,编者在此表示诚挚的谢意。由于编者水平所限,书中难免存在一些不妥之处,恳请读者批评指正。

编著者

2005年4月

目 录

上篇 静力学

中篇 材料力学

第1章 静力学基础	1	第5章 绪论	63
1.1 静力学的基本概念	1	5.1 材料力学的任务	63
1.2 力的基本性质	2	5.2 工程构件的简化	64
1.3 约束和约束反力	5	5.3 内力与应力	66
1.4 物体的受力分析及受力图	9	5.4 位移与应变	68
习题	11	5.5 杆件变形的基本形式	69
第2章 平面力系	13	第6章 轴向拉伸与压缩	70
2.1 平面汇交力系	13	6.1 轴向拉伸与压缩的概念	70
2.2 力对点的矩及合力矩定理	17	6.2 轴向拉伸与压缩时的内力	71
2.3 平面力偶系	18	6.3 轴向拉伸与压缩时的应力	73
2.4 平面一般力系	21	6.4 轴向拉伸与压缩时的变形	75
2.5 物体系的平衡	27	6.5 材料在拉伸与压缩时的 力学性能	79
2.6 静定与静不定问题的概念	30	6.6 轴向拉伸与压缩时的 强度计算	84
习题	30	6.7 应力集中的概念	88
第3章 空间力系	36	习题	89
3.1 空间汇交力系的合成与 平衡	36	第7章 剪切	94
3.2 力对点的矩与力对轴的矩	39	7.1 剪切的概念	94
3.3 空间一般力系的平衡条件和 平衡方程	41	7.2 剪切的实用计算	95
3.4 物体的重心与形心	42	7.3 挤压的实用计算	97
习题	48	习题	101
第4章 摩擦	52	第8章 扭转	104
4.1 滑动摩擦	52	8.1 扭转的概念	104
4.2 考虑滑动摩擦时物体的平衡 问题	55	8.2 扭转外力和内力	105
4.3 滚动摩擦阻简介	58	8.3 薄壁圆筒的扭转	107
习题	60	8.4 圆轴扭转时的应力及 变形	109

8.5 圆轴扭转时的强度和刚度 计算	115
习题	120
第9章 弯曲内力	124
9.1 平面弯曲的概念及梁的计算 简图	124
9.2 剪力和弯矩	126
9.3 剪力方程和弯矩方程、剪力图和 弯矩图	132
9.4 弯矩、剪力和分布载荷集度 的关系	136
习题	141
第10章 弯曲应力	144
10.1 梁横截面的几何性质	144
10.2 弯曲正应力	151
10.3 弯曲正应力强度计算	156
10.4 弯曲剪应力及其强度 条件	159
10.5 提高梁弯曲强度的措施	163
习题	165
第11章 弯曲变形	167
11.1 弯曲变形的概念	167
11.2 挠曲线近似微分方程	168
11.3 积分法求梁的变形	169
11.4 叠加法求梁的变形	172
11.5 弯曲刚度计算	175
11.6 提高弯曲刚度的措施	177
习题	179
第12章 压杆的稳定性	181
12.1 压杆稳定性的概念	181
12.2 细长压杆的临界压力	182
12.3 压杆的临界应力	185
12.4 压杆的稳定性计算	188
12.5 提高压杆稳定性的 措施	191
习题	192

第13章 材料力学的计算机模拟 分析	195
13.1 简支梁内力的计算机分析 程序	195
13.2 各种静定梁内力计算机模拟 分析	201
13.3 组合截面形心的计算机 分析	206
13.4 组合截面对形心轴惯性矩的计算 机分析	208

下篇 运动学及动力学

第14章 点的运动学	214
14.1 点的运动方程及点的轨迹	214
14.2 用矢量法确定点的速度和 加速度	220
14.3 用直角坐标法确定点的速度 和加速度	221
14.4 用自然法确定点的速度 和加速度	226
习题	232
第15章 刚体的简单运动	235
15.1 刚体的平动	235
15.2 刚体绕固定轴的转动·角速度 矢量及角加速度矢量	238
15.3 转动刚体上各点的速度和 加速度	243
15.4 轮系的传动比	249
习题	251
第16章 点的复合运动	255
16.1 复合运动的基本概念	255
16.2 点的速度合成定理	258
16.3 点的速度合成定理的解析 证明	262
16.4 牵连运动为平动时点的加速度 合成定理	264

16.5 牵连运动为平动时点的加速度合成定理的解析证明	270	20.2 刚体的转动惯量·平行移轴定理	340
16.6 牵连运动为转动时点的加速度合成定理	271	20.3 质点和质点系的动量矩定理	342
习题	282	20.4 刚体绕定轴转动微分方程	348
第 17 章 刚体的平面运动	289	20.5 质点系相对质心的动量矩定理	349
17.1 刚体平面运动的基本概念及运动的分解	289	20.6 刚体平面运动的微分方程	352
17.2 平面图形内各点的速度	292	习题	356
17.3 平面图形内各点的加速度	299	第 21 章 动能定理	363
习题	304	21.1 力的功	363
第 18 章 质点动力学	311	21.2 质点动能定理	366
18.1 动力学基本定律	311	21.3 质点系动能定理	368
18.2 质点的运动微分方程	313	21.4 势力场、势能、机械能守恒定律	371
18.3 质点动力学的两类基本问题	314	21.5 功率、功率方程、机械效率	375
习题	319	习题	376
第 19 章 动量定理	323	第 22 章 达朗伯原理	381
19.1 质点及质点系的动量	323	22.1 质点的达朗伯原理	381
19.2 力的冲量	325	22.2 质点系的达朗伯原理	383
19.3 质点和质点系的动量定理	326	22.3 惯性力系的简化	384
19.4 质心运动定理	330	习题	391
习题	333	附录 A 仿真程序	394
第 20 章 动量矩定理	338	附录 B 型钢表	409
20.1 质点及质点系的动量矩	338	附录 C 主要符号表	419
		参考文献	420

上篇 静力学

第1章 静力学基础

静力学主要研究物体在力作用下的平衡问题。平衡是机械运动的一种特殊情况,即物体相对惯性坐标系处于静止或匀速直线运动的状态。在工程技术中,平衡是指物体相对于地球静止或作匀速直线运动。例如,静止在地面上的厂房、桥梁、水坝等建筑物,以及在直线轨道上作匀速行驶的火车,都处于平衡状态。实践证明,对于这些问题,应用静力学的理论来解答,得到的结果是足够精确的。通常,作用于物体的力都不是一个,而是若干个,同时作用在物体或物体系统上的一组力称为一个力系。当物体处于平衡状态时,作用于物体上的力系必须满足一定的条件,这个条件称为力系的平衡条件。研究物体的平衡问题,实际上就是研究作用于物体上的力系的平衡条件及其应用。作用在物体上的力系往往比较复杂。在研究物体的运动或平衡问题时,需要将复杂的力系加以简化,即把作用在物体上的复杂力系用另一个与它的作用效果相同的简单力系代替,简化后就比较容易推出该力系的平衡条件。

具体地说,静力学研究三个问题:

- (1) 物体及物体系统的受力分析及受力图的画法;
- (2) 力系的简化,即如何将作用在物体上的力系用另一等效力系替代;
- (3) 力系的平衡条件,以及应用平衡条件求作用在物体上的未知力。

在工程技术中,静力学有着广泛的应用。例如:用塔吊起吊重物时,必须根据力学的平衡条件确定塔吊不致翻倒的最大起重量;设计屋架时,必须将所受的重力、风力、水压力等加以简化,然后根据平衡条件求出各杆所受的力,从而确定各杆截面的尺寸。其它如桥梁、水坝等建筑物,设计时都必须进行受力分析,以便得到既安全又经济的设计方案,而静力学则是进行受力分析的基础。在机械工程中,进行机械设计时,也往往要应用静力学理论分析机械零部件的受力情况,作为强度计算的依据。除此以外,静力学中关于力系的简化理论,将直接应用于动力学中,而且动力学问题也可以在形式上变换为平衡问题而用静力学理论求解。

1.1 静力学的基本概念

1.1.1 力的概念

人们在长期的生活和生产实践中逐步形成了力的概念。用手推小车,由于手臂肌肉的紧张而感觉到用了“力”,小车受了力由静止开始运动;物体受地球引力作用而自由下落时,速度将愈来愈大;用汽锤锻打工件,工件在锻锤打击力作用下会发生变形;等等。人们就从这大量的实践中,由感性认识上升到理性认识,形成了力的科学概念:力是物体间相互的机械作用。

物体间相互机械作用的形式多种多样,可以归纳为两类:一类是物体直接接触的作用,如压力、摩擦力等;另一类是通过场的作用,如万有引力、电场对物体作用的电磁力等。尽管物体间相互作用的形式和物理本质不同,但机械作用的效应是相同的。力使物体运动状态发生变化的效应称为力的外效应,而力使物体产生变形的效应称为力的内效应。静力学、运动学、动力学研究力的外效应,材料力学研究力的内效应。

实践表明,力对于物体作用的效应取决于力的大小、方向和作用点三个要素。三要素中有任何一个改变时,力的作用效应也随之改变。力的大小表示物体之间的相互机械作用的强弱程度,在国际单位制中,力的常用单位是牛(N)或千牛(kN)。力的方向包含力的方位和指向两个含义。例如,说某力的方向是水平向右,水平是指力的方位,向右是指力的指向。一般说,力的作用位置并不是一个点,而具有一定的面积。当作用面积很小时可抽象为一个点,认为力作用在这个点上,这种力称为集中力,这个点称为力的作用点。如果接触面比较大,力在整个接触面上分布作用,这时作用的力称为分布力。

力既具有大小和方向,又服从矢量的平行四边形法则,所以力是矢量。画图时用带箭头的直线段表示矢量,直线段的长度代表力的大小,也就是矢量的模,直线段的方位和指向代表力的方向,即矢量的方向。矢量的起始点表示力的作用点。如图1-1所示,带箭头的直线段表示力 F ,其长度代表 F 的大小,点 A 为 F 的作用点,直线 KL 是 F 的作用线。

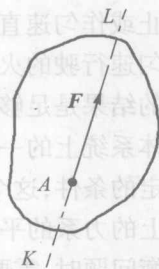


图1-1

1.1.2 刚体的概念

任何物体在力的作用下都会发生不同程度的变形。但是工程实际中一般构件的变形通常都极为微小,这种微小的变形对研究力的外效应影响很小,可以忽略不计。这样,物体就被看成是不变形的,从而使问题的研究得到简化。这种受力后大小和形状都保持不变的物体称为刚体。

如果研究的问题中物体的变形成为主要因素,例如在材料力学中,就不能再将物体看做刚体,而必须把物体看做是变形体。

1.1.3 力系的概念

在工程上,往往有几个力同时作用在一个物体上的情况。作用在物体上的力是一组力,则称为一个力系。力系中各力的作用线位于同一平面,这样的力系称为平面力系。否则为空间力系。如果力系中各力作用线交于一点则称为汇交力系;若各力作用线相互平行,称为平行力系;既不是汇交力系又不是平行力系则称为一般力系。

若物体在一力系作用下处于平衡状态,这个力系叫做平衡力系。平衡力系必须满足的条件叫做平衡条件。

若一力系用另一力系代替时,对物体产生的效应相同,这两个力系互为等效力系。

1.2 力的基本性质

这节以公理或定理的形式给出力的最基本性质。主要涉及两个力的合成和平衡,以及两个物体间相互作用等最基本的力学规律。静力学的定理、公式和结论基本上都是在这些公理的基础上推导出来的。

1.2.1 二力平衡公理

作用在刚体上的两个力,使刚体处于平衡的必要和充分条件是:这两个力大小相等,方向相反,且作用在同一直线上。如图1-2所示, $F_1 = -F_2$ 。此公理只适用于刚体而不适用于变形体。在工程实际中,我们把在两个力作用下处于平衡的构件称为二力构件,如构件的几何形状是杆,则称为二力杆,如图1-3所示的 AB 杆(忽略其自重)即为二力杆。根据二力平衡条件可知:二力构件不论其形状如何,其所受两个力的作用线必沿两力作用点的连线。

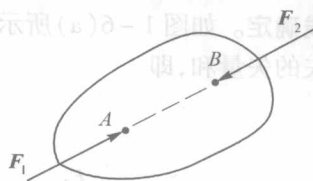


图 1-2

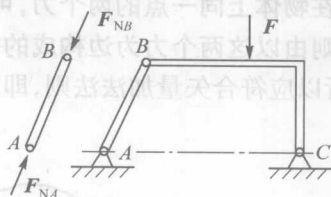


图 1-3

1.2.2 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任意一个力系中,加上或减去任何一个平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效果。此公理只适用于刚体,它经常被用于力系的简化中。由此公理可得出如下推论。

推论(力的可传性原理) 作用在刚体上某点的力,可沿着它的作用线移动到刚体内的任意一点,并不改变它对刚体的作用效果。因此,通常称作用于刚体上的力矢量为滑移矢量。

证明 设力 F 作用于刚体的 A 点,如图1-4(a)所示。在力 F 的作用线上任取一点 B ,根据加减平衡力系公理,在 B 点加上一对平衡力 F' 、 F'' ,使得 $F = -F'' = F'$,则对刚体的作用效果不变,如图1-4(b)所示。显然力 F 和 F'' 也构成一对平衡力,再根据加减平衡力系公理减去一对平衡力 F 、 F'' ,同样不改变对刚体的作用效果,如图1-4(c)所示。这样就相当于力 F 的作用点沿其作用线移动到任意一点 B 了。

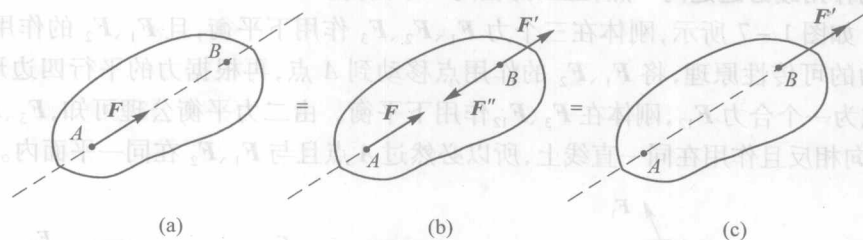


图 1-4

例如,一力 F 作用在料车的前面拉车或作用在料车的后面推车,对料车的作用效果是一样的。但应注意,力的可传性原理只适用于刚体,而不适用于变形体。例如一根变形杆 AB 的两端受一对平衡力 $F_1 = -F_2$ 的作用,使杆受拉而伸长,如图1-5(a)所示。如果按力的可传性原理把力 F_1 和 F_2 的作用点分别移动到杆的另一端,则杆受压而缩短,如图1-5(b)所示,这就改变了原力系对杆 AB 的作用效果。此外还应注意,力的可传性原理只适用于力在一个刚体上传递,而不能把作用在一个刚体上的力传递到另外的刚体上去。

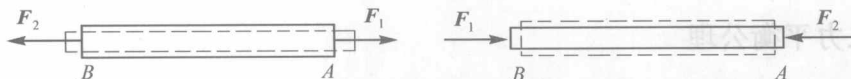


图 1-5

1.2.3 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点,合力的大小和方向则由以这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定。如图 1-6(a)所示。因为力是矢量,所以应符合矢量加法法则,即合力矢等于两分力矢的矢量和,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

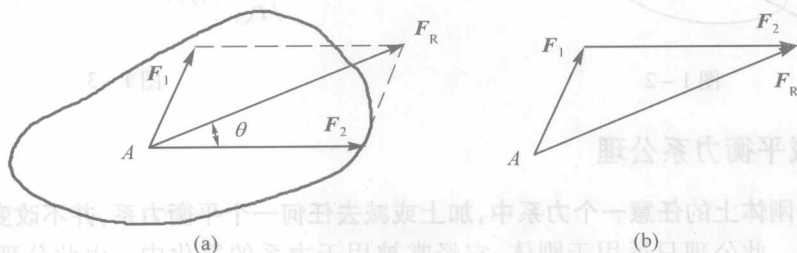


图 1-6

注意 式(1-1)是矢量和,不能同代数和相混淆。在用矢量加法求和时,也可将两个分力矢量首尾相接,然后从第一个矢量的始端到第二个矢量的末端连一矢量即为合力矢量,如图 1-6(b)所示。这种求合力的方法称为力的三角形法则。力的平行四边形法则既适用于刚体又适用于变形体,它给出了最简单力系的简化规律,是复杂力系简化的基础和依据。由此公理和二力平衡公理可得如下定理:

三力平衡汇交定理 若刚体在三个力的作用下处于平衡,其中二力作用线相交于一点,则第三个力的作用线必通过同一点,且三力在同一平面内。

证明 如图 1-7 所示,刚体在三个力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ 作用下平衡,且 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 的作用线交于 A 点。根据力的可传性原理,将 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 的作用点移动到 A 点,再根据力的平行四边形法则,将 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 合成为一个合力 $\mathbf{F}_{12}$,刚体在 $\mathbf{F}_3$ 、 $\mathbf{F}_{12}$ 作用下平衡。由二力平衡公理可知, $\mathbf{F}_3$ 、 $\mathbf{F}_{12}$ 必定大小相等、方向相反且作用在同一直线上,所以必然过 A 点且与 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 在同一平面内。

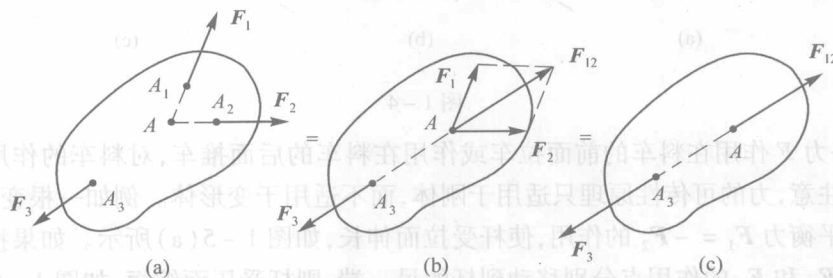


图 1-7

1.2.4 作用与反作用定律

两个物体间的相互作用力,即作用力和反作用力总是同时存在,两力的大小相等、方向相反,沿着同一直线分别作用在两个相互作用的物体上,这就是作用与反作用定律。

作用力和反作用力总是成对出现的,有作用力必然有反作用力。有施力体必然有受力体,有受力体必然有施力体,二者相互依存。如图1-8所示的简易滑轮提升系统,绳索给重物一个拉力 F_T ,那么重物同样给绳索一个反作用力 F'_T 。应该注意,作用力与反作用力虽然大小相等、方向相反,但是分别作用在两个物体上,所以不是一对平衡力,不要与二力平衡公理相混淆。如上例,力 F_T 和 F'_T 是一对作用力和反作用力,而力 F_T 和 P 是一对平衡力。

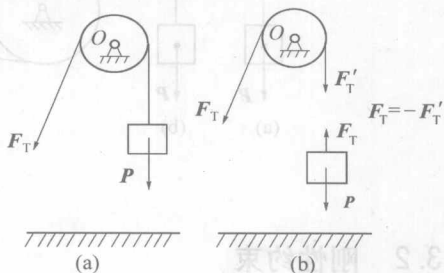


图1-8

无论物体是刚体还是变形体,是处于静止状态还是运动状态,作用与反作用定律均适用。此定律是对物体系统进行受力分析的重要依据。

1.3 约束和约束反力

在进行受力分析之前,引入约束的概念和约束反力的性质。为此先介绍自由体和非自由体的概念。能在空间任意移动的物体,称为自由体。例如,在空中飞行的飞机,在太空中飞行的飞船、卫星等。在空间中某些运动或位移受到限制的物体称为非自由体。例如,在铁轨上运行的机车只能在轨道上运行,其运动受到限制,故为非自由体。工程中大多数结构、构件或机械零部件都是非自由体。

很显然,非自由体之所以不能在空间任意运动,是因为它的某些运动或位移受到限制,我们将这种限制称为约束。约束的作用总是通过某物体来实现的,因此也将约束定义为:对非自由体的某些运动或位移起限制作用的物体。例如,铁轨是机车的约束,车床中轴承是主轴的约束等。约束与非自由体相接触产生了相互作用力,约束作用于非自由体上的力称为约束力。约束力由作用于非自由体上、能使其运动或有运动趋势的主动力(如重力、弹性力、风力、水压力等)而产生,因此是被动力,称为约束反力,简称反力。约束反力一般是未知的。

约束反力与约束的性质有关,但经大量的实际观察发现,无论是何种约束,约束反力均作用在被约束物体与约束物体相接触的点或面上,其方向必与该约束所能阻碍的位移方向相反。这是判断约束反力方向的一般原则。约束反力的大小在静力学中可以根据作用在刚体上的主动力与约束反力满足平衡条件来确定。

约束反力是通过约束和被约束物体相互接触而产生的,这种接触力的特征与接触面的物理性质和约束的结构形式有关。对于工程中常见的约束形式,按约束的物理性质可分为柔性约束和刚性约束两大类。

1.3.1 柔性约束

柔性约束通常指不能承受压缩和弯曲而只能承受拉伸的细长柔软体,如不可伸长的绳索、皮带、链条等约束均属这类约束。如图1-9(a)、(c)所示的绳和皮带就是柔性约束,其约束反

力如图 1-9(b)、(d) 所示。可以看出:柔性约束反力的作用点在接触点,方向沿柔性体的轴线背离被约束的物体,只能是拉力,不能是压力。

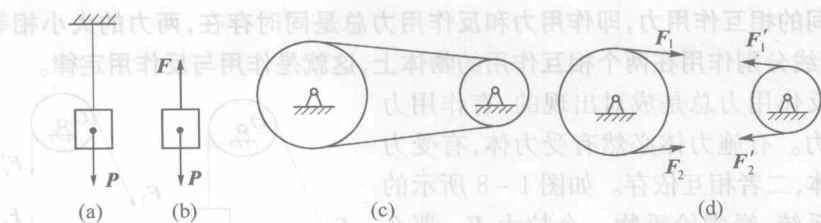


图 1-9

1.3.2 刚性约束

刚性约束指被约束物体与约束之间的接触为刚性接触。工程中常分为以下几种。

一、光滑面约束

当被约束物体与约束之间的摩擦可以忽略不计时,它们之间的约束为光滑面约束。光滑面约束不能限制物体在接触点切面上的任何位移,如图 1-10 所示,而只能限制沿接触点公法线方向指向支承面的位移。光滑面刚性约束反力的特点是:约束反力作用在接触点处,沿两物体接触表面的公法线方向指向被约束物体。由于约束反力总是沿公法线方向,故也称为法向反力。

图 1-11(a)、(b) 为杆和圆柱的受力,约束反力的方向均沿接触处公法线方向指向被约束物体。应注意,对于图 1-11(a) 中的直线边与尖点接触的光滑面约束,尖端处的切线方位不定,但接触点的公切线只有一条,也就是直线边,与之垂直的直线即为公法线,因此约束反力均垂直于直线边。

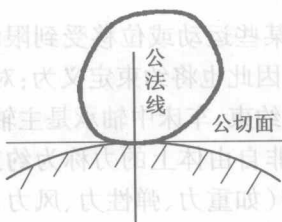


图 1-10

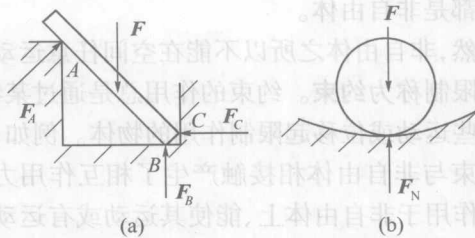


图 1-11

二、光滑圆柱形铰链约束

光滑圆柱形铰链约束包含圆柱形铰链、固定铰支座、滚动支座和向心轴承等。它们在工程中常见。

1. 圆柱形铰链和固定铰支座

工程中常在两个构件 A、B 上加工相同直径的柱孔,并用一圆柱形销钉 C 将两构件连接在一起,这种连接称为铰链,如图 1-12(a) 所示。拆开三部分如图 1-12(b) 所示。铰链所连接的两个构件互为约束,其特点是限制构件的任意径向的相对位移,而不限制构件绕轴销的相对转动和平行于轴销轴线的位移。由于柱孔与柱销光滑接触,约束反力通过接触点垂直于销钉并指向销钉中心。与向心轴承类似,销钉与构件的接触点的位置不易找到,故约束反力用两个正交分力来表示。构件 A、B 与销钉 C 的约束力如图 1-12(c) 所示。图中, F_{Ax} 与 F'_{Ax} 、 F_{Ay} 与

F'_{Ay} 、 F_{Bx} 与 F'_{Bx} 、 F_{By} 与 F'_{By} 是作用力与反作用力。若在销钉上不受其它力或不单独研究销钉受力时,可将销钉与其中一构件合为一体,构件A、B的约束反力如图1-12(d)所示。

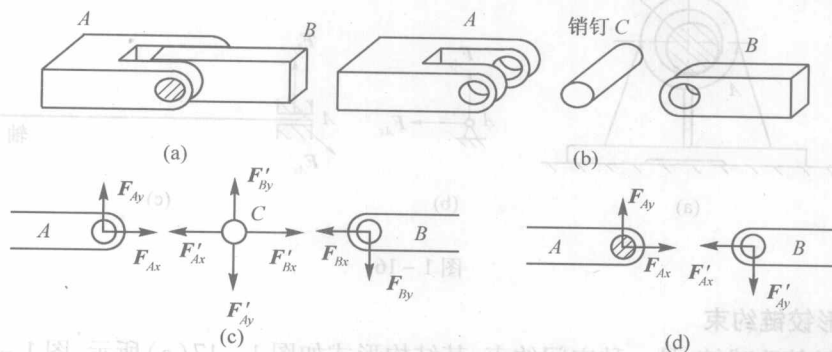


图 1-12

若将铰链约束中的某一构件固定,如图1-13(a)所示,则称为固定铰支座。它限制构件在固定铰支座处的任何位移,但不限制其转动。固定铰支座力学模型的几种形式如图1-13所示,约束反力如图1-14所示。

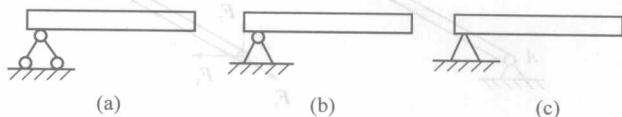


图 1-13

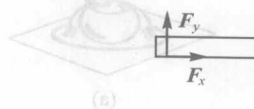


图 1-14

2. 滚动支座(滚轴支座)

若上述固定铰支座底部不固定,而是放在辊轴上,如图1-15(a)所示,称为滚动支座或辊轴支座。其力学模型如图1-15(b)所示。辊轴支座可以沿支承面移动,对被约束构件只在垂直于支承面方向有约束,因此与光滑面约束的性质相同,其约束反力的方向垂直于支承面,并通过铰链中心指向被约束构件。如图1-15(c)所示。工程中桥梁、屋架等结构中常使用滚动支座。

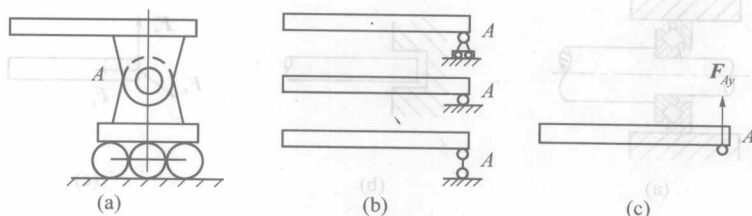


图 1-15

3. 向心轴承

向心轴承如图1-16(a)所示,它在机器中是转轴的约束,它允许轴在孔内任意转动,但它限制转轴在垂直于轴线任意方向的位移。不计摩擦,其约束性质与光滑面约束相同。当轴与轴承在点A接触时,约束反力过接触点A沿公法线指向轴心,如图1-16(a)所示。实际上,由于接触点的位置与作用在轴上的其它力有关,很难预先确定,故约束反力的方向也无法确定。这时可应用平行四边形法则将约束反力用相互正交的分力来代替。向心轴承的力学模型如图

1-16(b)、(c)所示。

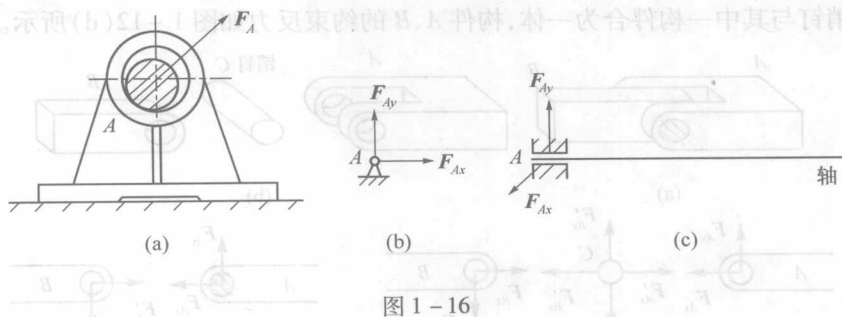


图 1-16

三、球形铰链约束

球形铰链简称球铰,是一种空间约束,其结构形式如图 1-17(a)所示,图 1-17(b)为其力学模型。构件的一段为球形,它被约束在固定的球窝中。球铰使球心不能有任何的位移,但可绕球心任意转动。若不计摩擦,其约束性质与光滑面约束相同,约束反力通过球心,因接触点的位置一般不易确定,常将约束反力分解为互相垂直的三个力,如图 1-17(c)所示。

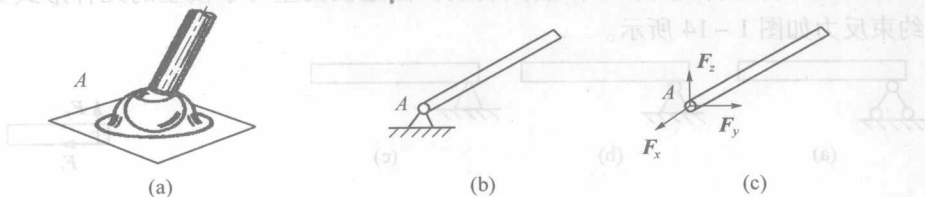


图 1-17

四、止推轴承

止推轴承是机器中常用的约束,其结构如图 1-18(a)所示,也是一种空间约束。它与向心轴承的不同之处在于,它不仅限制轴在垂直于轴线平面内的任意运动,而且限制沿轴向的位移,因此增加了沿轴向的约束分力。力学模型如图 1-18(b)所示,约束反力如图 1-18(c)所示。

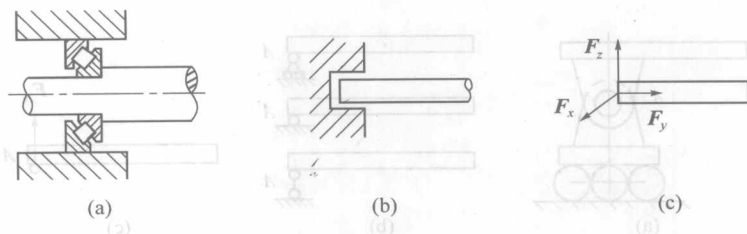


图 1-18

五、固定端约束

固定端约束是常见的约束形式。例如,固定在房屋墙内的雨篷、阳台,固定在地面上的电线杆,夹持在车床上的车刀等都是固定端约束。它的特点是构件在固定端处不能有任何移动和转动,因此有限制构件移动的约束反力和限制转动的约束反力偶,如图 1-19 所示。平面固定端约束的约束反力用两个正交分力来表示,反力偶用平面力偶表示,如图 1-19(c)所示。空间固定端约束的约束反力用沿坐标轴的三个正交分力表示,反力偶矩用沿坐标轴的三个分力偶矩表示,如图 1-19(e)所示。

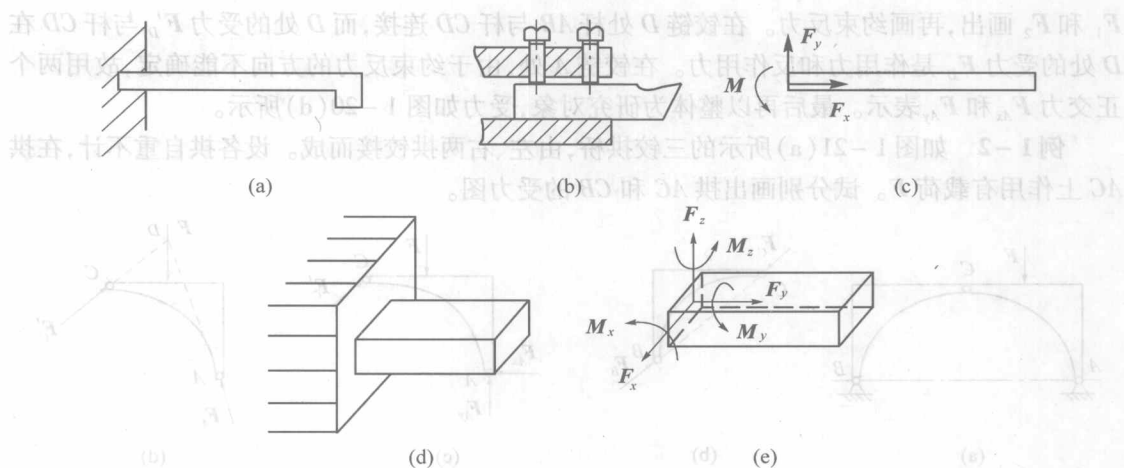


图 1-19

1.4 物体的受力分析及受力图

作用在物体上的力有主动力和约束力,一般主动力为已知力,而约束力是未知力,需要通过物体的平衡条件求出。为了应用物体的平衡条件,必须了解物体受哪些力作用,以及这些力的作用点和方向,这个分析过程叫物体的受力分析。

通常所研究的物体都与其它物体相联系,或者说受到其它物体的约束。为了分析物体的受力情况,必须把这个物体从与它联系的物体中分离出来,称分离出来的物体为隔离体或研究对象,分离的过程就是解除物体所受约束的过程。在解除约束的同时要代之以相应的约束力,这样才与所研究的物体在未分离出来时的受力情况相同。在隔离体上画出它所受到的全部主动力和约束力后所得到的受力分析的示意图叫物体的受力图。

画受力图是求解力学问题的关键,不能省略,更不能有任何错误,如受力图有错,计算结果必定不对。因此,对受力图要反复练习,熟练掌握。下面举例说明受力图的画法。

例 1-1 三角形支架简图如图 1-20(a) 所示。杆 AB 在 A 端与一固定铰支座连接, D 点处由铰链与杆 CD 相连接, CD 杆在 C 端与固定铰支座连接。在杆 AB 上作用有外力 F_1 和 F_2 , 不计杆件自重,试画出杆 CD、AB 及整体的受力图。

解 根据题意,以杆 CD 为研究对象,将其从三角架中取出,如图 1-20(b) 所示。由于不计杆重, CD 杆只在有约束的 C 和 D 两点处受力,故为二力杆。二力 F_C 和 F_D 大小相等,方向相反,沿杆轴线。再取 AB 杆为研究对象并取出单独画出,如图 1-20(c) 所示。先将已知力

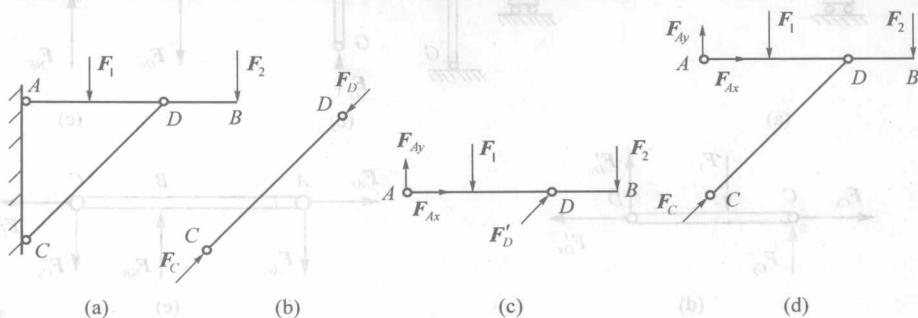


图 1-20