



人教A版

# 鼎尖教案

数学

上

延边教育出版社

● 新课标·高中总复习·鼎尖学案（个性化化学案）

● 新课标·高中总复习·鼎尖教案（通用型教案）

丛书主编/严治理  
姜山峰

黄俊葵  
刘芳芳

**责任编辑:**陈长玉

**法律顾问:**北京陈鹰律师事务所(010-64970501)

#### 图书在版编目 (C I P) 数据

高中新课标总复习: 人教 A 版. 数学/梁景义主编.

延吉: 延边教育出版社, 2008. 3

(鼎尖教案)

ISBN 978-7-5437-7054-6

I. 高… II. ①梁… III. 数学课—高中—升学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 023199 号

#### 《鼎尖教案》数学总复习 人教 A 版

**出版发行:**延边教育出版社

**地    址:**吉林省延吉市友谊路 363 号 (133000)

北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003 (100080)

**网    址:**http://www. topedu. net. cn

**电    话:**0433-2913975 010-82608550

**传    真:**0433-2913971 010-82608856

**排    版:**北京鼎尖雷射图文设计有限公司

**印    刷:**益利印刷有限公司印装

**开    本:**890×1240 16 开本

**印    张:**42.5

**字    数:**1 360 千字

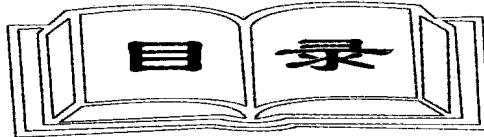
**版    次:**2008 年 4 月第 1 版

**印    次:**2008 年 4 月第 1 次印刷

**书    号:**ISBN 978-7-5437-7054-6

**定    价:**66.00 元

如印装质量有问题, 本社负责调换



<b>第一章 集合与常用逻辑用语</b>	.....	(1)
知识网络梳理	.....	(1)
高考目标聚焦	.....	(1)
1.1 集合	.....	(2)
课前夯实基础	.....	(2)
课堂讲练互动	.....	(3)
教学案例一:考点各个击破	.....	(3)
教学案例二:知能整体提升	.....	(7)
课后巩固提高	.....	(9)
1.2 命题与简易逻辑	.....	(10)
课前夯实基础	.....	(10)
课堂讲练互动	.....	(12)
教学案例一:考点各个击破	.....	(12)
教学案例二:知能整体提升	.....	(14)
课后巩固提高	.....	(16)
1.3 充要条件	.....	(18)
课前夯实基础	.....	(18)
课堂讲练互动	.....	(19)
教学案例一:考点各个击破	.....	(19)
教学案例二:知能整体提升	.....	(20)
课后巩固提高	.....	(22)
1.4 推理与证明	.....	(23)
课前夯实基础	.....	(23)
课堂讲练互动	.....	(24)
教学案例一:考点各个击破	.....	(24)
教学案例二:知能整体提升	.....	(28)
课后巩固提高	.....	(33)
高考热点预测	.....	(34)
章末综合检测	.....	(35)
<b>第二章 函数</b>	.....	(39)
知识网络梳理	.....	(39)
高考目标聚焦	.....	(39)
2.1 函数的概念及其表示方法	.....	(40)
课前夯实基础	.....	(40)
课堂讲练互动	.....	(41)
教学案例一:考点各个击破	.....	(41)
教学案例二:知能整体提升	.....	(43)
课后巩固提高	.....	(45)
2.2 函数的定义域与解析式	.....	(47)
课前夯实基础	.....	(47)
课堂讲练互动	.....	(48)
教学案例一:考点各个击破	.....	(48)
教学案例二:知能整体提升	.....	(50)
课后巩固提高	.....	(52)
2.3 函数的值域与最值	.....	(53)
课前夯实基础	.....	(53)
课堂讲练互动	.....	(55)
教学案例一:考点各个击破	.....	(55)
教学案例二:知能整体提升	.....	(58)
课后巩固提高	.....	(60)
2.4 函数的图象及其对称性	.....	(62)
课前夯实基础	.....	(62)
课堂讲练互动	.....	(63)
教学案例一:考点各个击破	.....	(63)
教学案例二:知能整体提升	.....	(65)
课后巩固提高	.....	(68)
2.5 函数的奇偶性与周期性	.....	(70)
课前夯实基础	.....	(70)
课堂讲练互动	.....	(71)
教学案例一:考点各个击破	.....	(71)
教学案例二:知能整体提升	.....	(73)
课后巩固提高	.....	(74)
2.6 函数的单调性	.....	(76)
课前夯实基础	.....	(76)
课堂讲练互动	.....	(78)
教学案例一:考点各个击破	.....	(78)
教学案例二:知能整体提升	.....	(81)
课后巩固提高	.....	(84)
2.7 一次函数与二次函数	.....	(86)
课前夯实基础	.....	(86)
课堂讲练互动	.....	(88)
教学案例一:考点各个击破	.....	(88)

教学案例二:知能整体提升	(91)
课后巩固提高	(95)
<b>2.8 函数与方程</b>	(97)
课前夯实基础	(97)
课堂讲练互动	(98)
教学案例一:考点各个击破	(98)
教学案例二:知能整体提升	(99)
课后巩固提高	(102)
<b>2.9 指数与指数函数</b>	(104)
课前夯实基础	(104)
课堂讲练互动	(105)
教学案例一:考点各个击破	(105)
教学案例二:知能整体提升	(107)
课后巩固提高	(110)
<b>2.10 对数与对数函数</b>	(112)
课前夯实基础	(112)
课堂讲练互动	(113)
教学案例一:考点各个击破	(113)
教学案例二:知能整体提升	(115)
课后巩固提高	(119)
<b>2.11 幂函数</b>	(121)
课前夯实基础	(121)
课堂讲练互动	(122)
教学案例一:考点各个击破	(122)
教学案例二:知能整体提升	(123)
课后巩固提高	(125)
<b>2.12 函数的应用</b>	(126)
课前夯实基础	(126)
课堂讲练互动	(128)
教学案例一:考点各个击破	(128)
教学案例二:知能整体提升	(130)
课后巩固提高	(133)
高考热点预测	(135)
章末综合检测	(137)
<b>第三章 导数及其应用</b>	(141)
知识网络梳理	(141)
高考目标聚焦	(141)
<b>3.1 导数的概念与运算</b>	(142)
课前夯实基础	(142)
课堂讲练互动	(143)
教学案例一:考点各个击破	(143)
教学案例二:知能整体提升	(145)
课后巩固提高	(148)
<b>3.2 导数的应用</b>	(150)
课前夯实基础	(150)

课堂讲练互动	(151)
教学案例一:考点各个击破	(151)
教学案例二:知能整体提升	(154)
课后巩固提高	(158)
<b>3.3 定积分与微积分基本定理(理)</b>	(160)
课前夯实基础	(160)
课堂讲练互动	(161)
教学案例一:考点各个击破	(161)
教学案例二:知能整体提升	(163)
课后巩固提高	(165)
高考热点预测	(167)
章末综合检测	(169)
<b>第四章 三角函数</b>	(173)
知识网络梳理	(173)
高考目标聚焦	(173)
<b>4.1 任意角的三角函数</b>	(174)
课前夯实基础	(174)
课堂讲练互动	(175)
教学案例一:考点各个击破	(175)
教学案例二:知能整体提升	(178)
课后巩固提高	(179)
<b>4.2 同角三角函数的基本关系及诱导公式</b>	(181)
课前夯实基础	(181)
课堂讲练互动	(182)
教学案例一:考点各个击破	(182)
教学案例二:知能整体提升	(185)
课后巩固提高	(186)
<b>4.3 两角和与差的三角函数</b>	(188)
课前夯实基础	(188)
课堂讲练互动	(189)
教学案例一:考点各个击破	(189)
教学案例二:知能整体提升	(192)
课后巩固提高	(193)
<b>4.4 三角恒等变换</b>	(195)
课前夯实基础	(195)
课堂讲练互动	(196)
教学案例一:考点各个击破	(196)
教学案例二:知能整体提升	(198)
课后巩固提高	(200)
<b>4.5 三角函数的图象</b>	(202)
课前夯实基础	(202)
课堂讲练互动	(203)
教学案例一:考点各个击破	(203)
教学案例二:知能整体提升	(205)



课后巩固提高	.....	(206)
<b>4.6 三角函数的性质</b>	.....	(208)
课前夯实基础	.....	(208)
课堂讲练互动	.....	(209)
教学案例一:考点各个击破	.....	(209)
教学案例二:知能整体提升	.....	(214)
课后巩固提高	.....	(216)
<b>4.7 函数 <math>y = A\sin(\omega x + \varphi)</math> 的图象与性质</b>	.....	(218)
课前夯实基础	.....	(218)
课堂讲练互动	.....	(220)
教学案例一:考点各个击破	.....	(220)
教学案例二:知能整体提升	.....	(225)
课后巩固提高	.....	(228)
<b>4.8 解三角形</b>	.....	(230)
课前夯实基础	.....	(230)
课堂讲练互动	.....	(231)
教学案例一:考点各个击破	.....	(231)
教学案例二:知能整体提升	.....	(235)
课后巩固提高	.....	(238)
高考热点预测	.....	(239)
章末综合检测	.....	(240)
<b>第五章 平面向量</b>	.....	(245)
知识网络梳理	.....	(245)
高考目标聚焦	.....	(245)
<b>5.1 平面向量的线性运算</b>	.....	(246)
课前夯实基础	.....	(246)
课堂讲练互动	.....	(247)
教学案例一:考点各个击破	.....	(247)
教学案例二:知能整体提升	.....	(250)
课后巩固提高	.....	(252)
<b>5.2 平面向量基本定理与向量的坐标运算</b>	.....	(254)
课前夯实基础	.....	(254)
课堂讲练互动	.....	(255)
教学案例一:考点各个击破	.....	(255)
教学案例二:知能整体提升	.....	(257)
课后巩固提高	.....	(260)
<b>5.3 平面向量的数量积及应用</b>	.....	(262)
课前夯实基础	.....	(262)
课堂讲练互动	.....	(263)
教学案例一:考点各个击破	.....	(263)
教学案例二:知能整体提升	.....	(269)
课后巩固提高	.....	(271)
高考热点预测	.....	(273)
章末综合检测	.....	(274)
<b>第六章 数列</b>	.....	(278)
知识网络梳理	.....	(278)
高考目标聚焦	.....	(278)
<b>6.1 数列的概念及递推关系</b>	.....	(279)
课前夯实基础	.....	(279)
课堂讲练互动	.....	(280)
教学案例一:考点各个击破	.....	(280)
教学案例二:知能整体提升	.....	(284)
课后巩固提高	.....	(287)
<b>6.2 等差数列</b>	.....	(289)
课前夯实基础	.....	(289)
课堂讲练互动	.....	(290)
教学案例一:考点各个击破	.....	(290)
教学案例二:知能整体提升	.....	(294)
课后巩固提高	.....	(297)
<b>6.3 等比数列</b>	.....	(299)
课前夯实基础	.....	(299)
课堂讲练互动	.....	(300)
教学案例一:考点各个击破	.....	(300)
教学案例二:知能整体提升	.....	(303)
课后巩固提高	.....	(306)
<b>6.4 数列求和</b>	.....	(308)
课前夯实基础	.....	(308)
课堂讲练互动	.....	(309)
教学案例一:考点各个击破	.....	(309)
教学案例二:知能整体提升	.....	(313)
课后巩固提高	.....	(315)
<b>6.5 数列的综合应用</b>	.....	(317)
课前夯实基础	.....	(317)
课堂讲练互动	.....	(318)
教学案例一:考点各个击破	.....	(318)
教学案例二:知能整体提升	.....	(321)
课后巩固提高	.....	(323)
高考热点预测	.....	(325)
章末综合检测	.....	(327)
<b>第七章 不等式</b>	.....	(331)
知识网络梳理	.....	(331)
高考目标聚焦	.....	(331)
<b>7.1 不等关系与不等式</b>	.....	(332)
课前夯实基础	.....	(332)
课堂讲练互动	.....	(333)
教学案例一:考点各个击破	.....	(333)
教学案例二:知能整体提升	.....	(334)
课后巩固提高	.....	(337)
<b>7.2 一元二次不等式及其解法</b>	.....	(338)

课前夯实基础	.....	(338)
课堂讲练互动	.....	(339)
教学案例一:考点各个击破	.....	(339)
教学案例二:知能整体提升	.....	(341)
课后巩固提高	.....	(343)
<b>7.3 均值不等式</b>	.....	(345)
课前夯实基础	.....	(345)
课堂讲练互动	.....	(347)
教学案例一:考点各个击破	.....	(347)
教学案例二:知能整体提升	.....	(348)
课后巩固提高	.....	(351)
<b>7.4 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题</b>	.....	(353)
课前夯实基础	.....	(353)
课堂讲练互动	.....	(354)
教学案例一:考点各个击破	.....	(354)
教学案例二:知能整体提升	.....	(356)
课后巩固提高	.....	(359)
<b>7.5 数学归纳法(理)</b>	.....	(362)
课前夯实基础	.....	(362)
课堂讲练互动	.....	(363)
教学案例一:考点各个击破	.....	(363)
教学案例二:知能整体提升	.....	(366)
课后巩固提高	.....	(369)
<b>7.6 不等式的综合应用</b>	.....	(370)
课前夯实基础	.....	(370)
课堂讲练互动	.....	(371)
教学案例一:考点各个击破	.....	(371)
教学案例二:知能整体提升	.....	(373)
课后巩固提高	.....	(376)
高考热点预测	.....	(378)
章末综合检测	.....	(380)
<b>第八章 立体几何与空间向量</b>	.....	(383)
知识网络梳理	.....	(383)
高考目标聚焦	.....	(383)
<b>8.1 空间几何体</b>	.....	(384)
课前夯实基础	.....	(384)
课堂讲练互动	.....	(386)
教学案例一:考点各个击破	.....	(386)
教学案例二:知能整体提升	.....	(390)
课后巩固提高	.....	(392)
<b>8.2 投影、直观图与三视图</b>	.....	(392)
课前夯实基础	.....	(392)
课堂讲练互动	.....	(395)
教学案例一:考点各个击破	.....	(395)

教学案例二:知能整体提升	.....	(397)
课后巩固提高	.....	(399)
<b>8.3 柱、锥、台、球的表面积与体积</b>	.....	(401)
课前夯实基础	.....	(401)
课堂讲练互动	.....	(402)
教学案例一:考点各个击破	.....	(402)
教学案例二:知能整体提升	.....	(404)
课后巩固提高	.....	(406)
<b>8.4 空间中的平行关系</b>	.....	(408)
课前夯实基础	.....	(408)
课堂讲练互动	.....	(409)
教学案例一:考点各个击破	.....	(409)
教学案例二:知能整体提升	.....	(412)
课后巩固提高	.....	(415)
<b>8.5 空间中的垂直关系</b>	.....	(417)
课前夯实基础	.....	(417)
课堂讲练互动	.....	(418)
教学案例一:考点各个击破	.....	(418)
教学案例二:知能整体提升	.....	(421)
课后巩固提高	.....	(425)
<b>8.6 空间向量及其运算</b>	.....	(427)
课前夯实基础	.....	(427)
课堂讲练互动	.....	(429)
教学案例一:考点各个击破	.....	(429)
教学案例二:知能整体提升	.....	(433)
课后巩固提高	.....	(435)
<b>8.7 空间向量与立体几何(理)</b>	.....	(437)
课前夯实基础	.....	(437)
课堂讲练互动	.....	(438)
教学案例一:考点各个击破	.....	(438)
教学案例二:知能整体提升	.....	(449)
课后巩固提高	.....	(453)
高考热点预测	.....	(455)
章末综合检测	.....	(455)
<b>第九章 直线、圆及圆锥曲线</b>	.....	(461)
知识网络梳理	.....	(461)
高考目标聚焦	.....	(461)
<b>9.1 基本公式及直线斜率</b>	.....	(462)
课前夯实基础	.....	(462)
课堂讲练互动	.....	(463)
教学案例一:考点各个击破	.....	(463)
教学案例二:知能整体提升	.....	(464)
课后巩固提高	.....	(466)
<b>9.2 两直线的位置关系</b>	.....	(467)
课前夯实基础	.....	(467)

课堂讲练互动	(468)
教学案例一:考点各个击破	(468)
教学案例二:知能整体提升	(470)
课后巩固提高	(472)
<b>9.3 圆的方程</b>	(473)
课前夯实基础	(473)
课堂讲练互动	(474)
教学案例一:考点各个击破	(474)
教学案例二:知能整体提升	(476)
课后巩固提高	(478)
<b>9.4 直线与圆、圆与圆的位置关系</b>	(479)
课前夯实基础	(479)
课堂讲练互动	(480)
教学案例一:考点各个击破	(480)
教学案例二:知能整体提升	(482)
课后巩固提高	(484)
<b>9.5 椭圆</b>	(486)
课前夯实基础	(486)
课堂讲练互动	(487)
教学案例一:考点各个击破	(487)
教学案例二:知能整体提升	(490)
课后巩固提高	(492)
<b>9.6 双曲线与抛物线</b>	(494)
课前夯实基础	(494)
课堂讲练互动	(496)
教学案例一:考点各个击破	(496)
教学案例二:知能整体提升	(499)
课后巩固提高	(501)
<b>9.7 直线与圆锥曲线的位置关系</b>	(503)
课前夯实基础	(503)
课堂讲练互动	(504)
教学案例一:考点各个击破	(504)
教学案例二:知能整体提升	(506)
课后巩固提高	(509)
<b>9.8 曲线与方程</b>	(511)
课前夯实基础	(511)
课堂讲练互动	(512)
教学案例一:考点各个击破	(512)
教学案例二:知能整体提升	(514)
课后巩固提高	(519)
<b>9.9 圆锥曲线的综合应用</b>	(521)
课前夯实基础	(521)
课堂讲练互动	(521)
教学案例一:考点各个击破	(521)
课后巩固提高	(524)

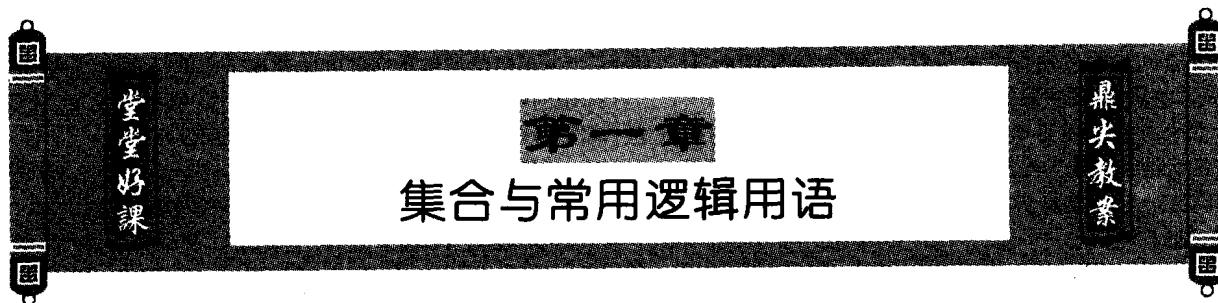
高考热点预测	(526)
章末综合检测	(528)
<b>第十章 计数原理(理)</b>	(532)
知识网络梳理	(532)
高考目标聚焦	(532)
<b>10.1 基本计数原理</b>	(533)
课前夯实基础	(533)
课堂讲练互动	(533)
教学案例一:考点各个击破	(533)
教学案例二:知能整体提升	(535)
课后巩固提高	(536)
<b>10.2 排列与组合</b>	(537)
课前夯实基础	(537)
课堂讲练互动	(538)
教学案例一:考点各个击破	(538)
教学案例二:知能整体提升	(540)
课后巩固提高	(543)
<b>10.3 二项式定理</b>	(544)
课前夯实基础	(544)
课堂讲练互动	(545)
教学案例一:考点各个击破	(545)
教学案例二:知能整体提升	(547)
课后巩固提高	(549)
高考热点预测	(550)
章末综合检测	(553)
<b>第十一章 概率与统计</b>	(556)
知识网络梳理	(556)
高考目标聚焦	(556)
<b>11.1 事件与概率</b>	(557)
课前夯实基础	(557)
课堂讲练互动	(558)
教学案例一:考点各个击破	(558)
教学案例二:知能整体提升	(561)
课后巩固提高	(563)
<b>11.2 古典概型</b>	(565)
课前夯实基础	(565)
课堂讲练互动	(566)
教学案例一:考点各个击破	(566)
教学案例二:知能整体提升	(567)
课后巩固提高	(569)
<b>11.3 几何概型、随机数及概率的应用</b>	(570)
课前夯实基础	(570)
课堂讲练互动	(571)
教学案例一:考点各个击破	(571)
教学案例二:知能整体提升	(573)

课后巩固提高	(574)
<b>11.4 离散型随机变量及其分布列</b>	(575)
课前夯实基础	(575)
课堂讲练互动	(576)
教学案例一:考点各个击破	(576)
教学案例二:知能整体提升	(579)
课后巩固提高	(581)
<b>11.5 条件概率与事件的独立性</b>	(582)
课前夯实基础	(582)
课堂讲练互动	(583)
教学案例一:考点各个击破	(583)
教学案例二:知能整体提升	(587)
课后巩固提高	(589)
<b>11.6 离散型随机变量的期望与方差(理)</b>	(590)
课前夯实基础	(590)
课堂讲练互动	(591)
教学案例一:考点各个击破	(591)
教学案例二:知能整体提升	(593)
课后巩固提高	(595)
<b>11.7 正态分布</b>	(597)
课前夯实基础	(597)
课堂讲练互动	(598)
教学案例一:考点各个击破	(598)
课后巩固提高	(599)
<b>11.8 随机抽样与统计</b>	(600)
课前夯实基础	(600)
课堂讲练互动	(601)
教学案例一:考点各个击破	(601)
教学案例二:知能整体提升	(604)
课后巩固提高	(607)
<b>11.9 统计案例</b>	(608)
课前夯实基础	(608)
课堂讲练互动	(610)
教学案例一:考点各个击破	(610)
教学案例二:知能整体提升	(611)
课后巩固提高	(613)

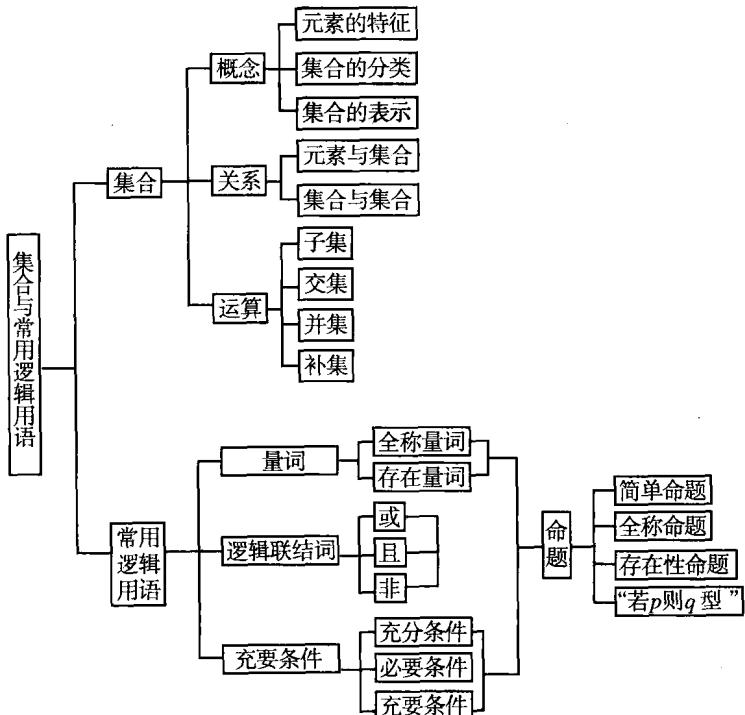
高考热点预测	(615)
章末综合检测	(617)
<b>第十二章 算法初步与框图</b>	(620)
知识网络梳理	(620)
高考目标聚焦	(620)
<b>12.1 算法与程序框图</b>	(620)
课前夯实基础	(620)
课堂讲练互动	(622)
教学案例一:考点各个击破	(622)
教学案例二:知能整体提升	(624)
课后巩固提高	(627)
<b>12.2 基本算法语句</b>	(629)
课前夯实基础	(629)
课堂讲练互动	(630)
教学案例一:考点各个击破	(630)
教学案例二:知能整体提升	(633)
课后巩固提高	(635)
<b>12.3 流程图与结构图(文)</b>	(636)
课前夯实基础	(636)
课堂讲练互动	(637)
教学案例一:考点各个击破	(637)
教学案例二:知能整体提升	(638)
课后巩固提高	(639)
高考热点预测	(641)
章末综合检测	(642)
<b>第十三章 数系的扩充与复数</b>	(646)
知识网络梳理	(646)
高考目标聚焦	(646)
课前夯实基础	(646)
课堂讲练互动	(647)
教学案例一:考点各个击破	(647)
教学案例二:知能整体提升	(648)
课后巩固提高	(650)
高考热点预测	(652)
章末综合检测	(652)

## 附录 个性化学案的三种模式

学案模式一	(656)
学案模式二	(662)
学案模式三	(667)



## 第一章 知识网络梳理



## 高考目标聚焦

### 课程标准要求

#### 1. 集合

##### (1) 集合的含义与表示

- ①了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系.
- ②能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

##### (2) 集合间的基本关系

- ①理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.

- ②在具体情境中,了解全集与空集的含义.

##### (3) 集合的基本运算

- ①理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.

- ②理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.

- ③能使用韦恩图(Venn)表达集合的关系及运算.

#### 2. 常用逻辑用语

##### (1) 命题及其关系

- ①了解命题及其逆命题、否命题与逆否命题.
- ②理解必要条件、充分条件与充要条件的意义,会分析四种命题的相互关系.

##### (2) 简单的逻辑联结词

了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义.

##### (3) 全称量词与存在量词

①理解全称量词与存在量词的意义.

②能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

### 高考命题预测

1. 集合作为高中数学的一种基本语言工具,几乎为全国高考的必考内容,多以选择题的形式出现,分值约占总分的3.3%~8%.

2. (1)集合的基本概念是解决集合问题的基础,求解集合问题的关键是确定集合的元素,并注意根据集合元素的性质进行

检验,特别是集合元素的互异性,常常作为检验的标准和依据.

(2)集合间的关系是高考的热点,一般是直接判断.对于用描述法表示的集合,要紧紧抓住代表元素及其属性.

(3)集合的运算是考查的重点,在进行本考点问题的求解时,应先把所给集合化为最简形式,再结合集合条件合理转化求解.必要时充分结合数轴、韦恩图、图像等工具,特别注意空集这一特殊的集合.

3. 常用逻辑用语作为学习数学知识的工具,在历年高考中多有体现,并且所占比重也会越来越大,在高考中多以选择题、填空题的形式出现,有时也隐含于解答题中,主要考查有关命题的概念、四种命题间的相互关系、充要条件、逻辑联结词的使用等.

4. (1)学习四种命题的关键在于了解命题的结构.掌握四种命题的组成及互为逆否命题的等价性.数学中定义、公式、公理都是命题,但命题有真假之分,而定理都是真的.

(2)充分条件、必要条件、充要条件是高考重点,常见的判断方法有三种:定义法、等价法、集合间的包含关系法.

(3)在集合部分中所学的“并集”“交集”“补集”与逻辑连接词“或、且、非”关系密切,对逻辑连结词“或、且、非”的理解很有益处.

(4)  $p \vee q$  一真必真,  $p \wedge q$  一假必假,  $\neg p$  真假相反.

## § 1.1 集合

### 课前夯实基础

#### 基础知识巩固

##### 1. 集合的含义与表示

(1)一般地,我们把研究对象统称为\_\_\_\_\_,把一些元素组成的总体叫做\_\_\_\_\_,简称\_\_\_\_\_.

(2)集合中的元素有三个特性:①\_\_\_\_\_;②\_\_\_\_\_;③\_\_\_\_\_.

(3)集合中元素与集合的关系分别为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_两种,分别用\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_来表示.

(4)几个常用集合的记法

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记法					

(5)集合有三种表示方法:\_\_\_\_\_,\_\_\_\_\_,\_\_\_\_\_,它们各有优点,用什么方法来表示集合,要具体问题具体分析.

##### 2. 集合间的基本关系

(1)一般地,对于两个集合A、B,如果\_\_\_\_\_,我们就说这两个集合有包含关系,称集合A为集合B的子集,记作\_\_\_\_\_.

(2)对于两个集合A、B,若\_\_\_\_\_,则称集合A与集合B相等.

(3)如果集合A $\subseteq$ B,但存在元素 $x \in B$ ,且 $x \notin A$ ,我们称集合A是集合B的\_\_\_\_\_,记作\_\_\_\_\_.

(4)不含任何元素的集合叫做\_\_\_\_\_,记作\_\_\_\_\_,并规定:空集是任何集合的子集.

(5)若A含有n个元素,则A的子集个数为\_\_\_\_\_,A的非空子集个数为\_\_\_\_\_,A的非空真子集个数为\_\_\_\_\_.个.

##### 3. 集合的基本运算

(1)一般地,由所有\_\_\_\_\_的元素所组成的集合,称为集合A与B的并集,记作 $A \cup B$ ,即: $A \cup B = \text{_____}$ .

(2)一般地,由属于\_\_\_\_\_的所有元素组成的集合,称为A与B的交集,记作 $A \cap B$ ,即: $A \cap B = \text{_____}$ .

(3)如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,那么就称这个集合为\_\_\_\_\_,通常记作\_\_\_\_\_.

(4)对于一个集合A,由全集U中\_\_\_\_\_的所有元素组成的集合称为集合A相对于全集U的补集,记作 $C_U A$ ,即 $C_U A = \text{_____}$ .

(5)  $A \cap B = A \Leftrightarrow \text{_____}$   
 $A \cup B = A \Leftrightarrow \text{_____}$

- 1. (1) 元素 集合 集
- (2) 确定性 互异性 无序性
- (3) 属于 不属于  $\in$   $\notin$
- (4)  $N$   $N^*$  或  $N_+$   $Z$   $Q$   $R$
- (5) 列举法 描述法 Venn图法

2. (1) 集合A中任意一个元素都是集合B中的元素  $A \subseteq B$  (或  $B \supseteq A$ )

(2)  $A \subseteq B$   $B \supseteq A$

(3) 真子集  $A \subsetneq B$  (或  $B \supsetneq A$ )

(4) 空集  $\emptyset$

(5)  $2^n$   $2^n - 1$   $2^n - 2$

3. (1) 属于集合A或属于集合B  $\{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

(2) 集合A且属于集合B  $\{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$

(3) 全集  $U$

(4) 不属于集合A  $\{x | x \in U, \text{ 且 } x \notin A\}$

(5)  $A \subseteq B$   $B \subseteq A$

#### 课前热身练习

1. (2006·重庆)已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A = \{2, 4, 5, 7\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ , 则 $(C_U A) \cup (C_U B) = \text{_____}$  ( )

- A. {1, 6}    B. {4, 5}    C. {2, 3, 4, 5, 7}    D. {1, 2, 3, 6, 7}

【解析】 $C_U A = \{1, 3, 6\}$ ,  $C_U B = \{1, 2, 6, 7\}$ ,

$$\therefore (C_U A) \cup (C_U B) = \{1, 2, 3, 6, 7\}$$

【答案】D

2. 设集合 $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$ ,  $N = \{y | y = -x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$ , 则 $M \cap N$ 是 ( )

- A. {0, 1}    B. {(0, 1)}    C. {1}    D. 非上述情况

【解析】 $\because y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}$ , 得 $y \geq 1$ ,

$$\therefore M = \{y | y \geq 1\}$$

在集合N中 $y = -x^2 + 1, x \in \mathbb{R}$ , 得 $y \leq 1$ ,



$$\therefore N = \{y | y \leq 1\}$$

$\therefore M \cap N = \{1\}$ , 故选 C.

【答案】C

3. 设集合  $A = \{x | 1 < x < 2\}$ ,  $B = \{x | x < a\}$ , 若  $A \subsetneq B$ , 则  $a$  的取值范围 ( )

- A.  $[2, +\infty)$       B.  $(-\infty, 2]$   
C.  $(2, +\infty)$       D.  $(-\infty, 2)$

【解析】运用数轴的方法

$\because B$  要包含  $A$ ,

$\therefore a \geq 2$ , 故选 A.

【答案】A

4. (2007·湖北重点中学高三联考)已知集合  $M = \{y | y = x + 1\}$ ,  $N = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$ , 则  $M \cap N$  中元素的个数是 ( )

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 多个

【解析】集合  $M$  是数集, 集合  $N$  是点集, 两者无公共元素.

【答案】A

5. (2007·广东)已知函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$  的定义域为  $M$ ,  $g(x) = \ln(1+x)$  的定义域为  $N$ , 则  $M \cap N$  = ( )

- A.  $\{x | x > -1\}$       B.  $\{x | x < 1\}$   
C.  $\{x | -1 < x < 1\}$       D.  $\emptyset$

【解析】 $M = \{x | x < 1\}$ ,  $N = \{x | x > -1\}$ ,

$\therefore M \cap N = \{x | -1 < x < 1\}$ , 故选 B.

【答案】B

6. (2007·重庆)设全集  $U = \{a, b, c, d\}$ ,  $A = \{a, c\}$ ,  $B = \{b\}$ , 则  $A \cap (\complement_U B)$  = ( )

- A.  $\emptyset$       B.  $\{a\}$       C.  $\{c\}$       D.  $\{a, c\}$

【解析】 $\because B = \{b\}$ ,  $\therefore \complement_U B = \{a, c, d\}$ ,  $\therefore A \cap (\complement_U B) = \{a, c\}$ , 故选 D.

【答案】D

7. (2007·安徽)若  $A = \{x \in \mathbb{Z} | 2 \leq 2^{2-x} < 8\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} | \log_2 x > 1\}$ , 则  $A \cap (\complement_R B)$  的元素个数为 ( )

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

【解析】 $A = \{0, 1\}$ ,  $B = \{x | x > 2$  或  $0 < x < \frac{1}{2}\}$ .

$\therefore A \cap (\complement_R B) = \{0, 1\}$ , 故选 C.

【答案】C

## 课 堂 讲 练 互 动

### 教学案例(一) 考点各个击破

#### 考点1 集合的含义与表示

##### ● 考点归纳

要注意集合元素的确定性、互异性、无序性的运用, 即分析问题, 要看能否用它找到解题的切入点; 最后再检验元素是否满足“三性”. 表示集合要选择适当的方法, 如: 列举法、描述法、区间法、图示法等. 由于空集较特殊, 即  $\emptyset \subseteq A$ , 又易被忽视, 应处处提高警惕.

##### ● 考点探究

【例1】设  $A = \{-4, 2a-1, a^2\}$ ,  $B = \{9, a-5, 1-a\}$ , 已知  $A \cap B = \{9\}$ , 求实数  $a$  的值. (2006·湖北省重点中学联考题)

【解析】 $\because A \cap B = \{9\}$ ,  $\therefore 9 \in A$ .

若  $2a-1=9$ , 则  $a=5$ .

此时  $A = \{-4, 9, 25\}$ ,  $B = \{9, 0, -4\}$ ,

$A \cap B = \{9, -4\}$ , 与已知矛盾, 舍去.

若  $a^2=9$ , 则  $a=\pm 3$ .

当  $a=3$  时,  $A = \{-4, 5, 9\}$ ,  $B = \{-2, -2, 9\}$ .

$B$  中有 2 个元素均为 -2, 与集合中元素的互异性矛盾, 应舍去.

当  $a=-3$  时,  $A = \{-4, -7, 9\}$ ,  $B = \{9, -8, 4\}$ , 符合题意.

综上所述,  $a=-3$ .

【点评】本题考查集合元素的基本特征——确定性、互异性、无序性, 切入点是分类讨论思想, 由于集合中元素用字母表示, 检验结果必不可少.

【例2】给定集合  $A, B$ , 定义  $A * B = \{x | x = m - n, m \in A, n \in B\}$ , 若  $A = \{4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ , 则集合  $A * B$  中的所有元素之和为 ( )

- A. 15      B. 14      C. 27      D. -14

【解析】由于  $A = \{4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,

$\therefore A * B = \{5, 4, 3, 2, 1\}$ , 故其所有元素和为  $5+4+3+2+1=15$ , 故选 A.

【点评】这是一个综合创新题, 吃透新定义是此题的关键. 解答这类信息迁移题, 要注意紧扣题目中给出的新定义, 将新旧知识联系起来, 并用已有的解题方法来分析、解决新的问题.

##### ● 考点拓展

1. 有关集合问题解决一要借助于概念, 二要借助于数轴, 三要借助于 Venn 图, 四要借助于函数图象.

2. 在集合的描述法中特别关注代表元素的形式, 如  $\{y | y = x^2\}$ ,  $\{x | y = x^2\}$ ,  $\{(x, y) | y = x^2\}$  均表示不同的集合.

##### ● 考点应用

1. 下列六种表示法

- |   |   |
|---|---|
| ① $\{x = -1, y = 2\}$<br>③ $\{-1, 2\}$<br>⑤ $\{(-1, 2)\}$ | ② $\{(x, y)   \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}\}$<br>④ $(-1, 2)$<br>⑥ $\{x, y   x = -1 \text{ 或 } y = 2\}$ |
|---|---|

能正确表示方程组  $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$  的解集的是 ( )

- A. ①②③④⑤⑥      B. ②③④⑤  
C. ②⑤      D. ②⑤⑥

【解析】方程组的解易求出为  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ .

写成集合时, 应表示成一对有序实数对 (-1, 2), 然后, 再分析题设六种表示方法, 即可得出结论.

$$\therefore \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \right\} = \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \right\}$$

∴ 应选 C.

【答案】C

2. (2006·山东) 定义集合运算  $A \odot B = \{z \mid z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$ . 设集合  $A = \{0, 1\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 则集合  $A \odot B$  的所有元素之和为 ( )

A. 0    B. 6    C. 12    D. 18

【解析】 $A \odot B = \{z \mid z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$ ,

∴ 当  $A = \{0, 1\}$ ,  $B = \{2, 3\}$  时,  $A \odot B = \{0, 6, 12\}$ , 于是  $A \odot B$  的所有元素之和为  $0+6+12=18$ .

故选 D.

【答案】D

3. 设集合  $M = \{x \mid x = 5 - 4a + a^2, a \in \mathbb{R}\}$ ,  $N = \{y \mid y = 4b^2 + 4b + 2, b \in \mathbb{R}\}$ , 则下列关系正确的是 ( )

A.  $M = N$     B.  $M \subsetneq N$     C.  $M \supsetneq N$     D.  $M \subseteq N$

【解析】集合  $M = \{x \mid x = 5 - 4a + a^2, a \in \mathbb{R}\} = \{x \mid x = (a-2)^2 + 1, a \in \mathbb{R}\} = \{x \mid x \geq 1\}$ ,  $N = \{y \mid y = 4b^2 + 4b + 2, b \in \mathbb{R}\} = \{y \mid y = (2b+1)^2 + 1, b \in \mathbb{R}\} = \{y \mid y \geq 1\}$ .

∴  $M = N$ .

【答案】A

## 考点2 集合间的基本关系

### 考点归纳

集合的交集、并集、补集运算是重点内容,在学习时要重视数形结合思想的运用,数集往往借助数轴进行;点集则借助平面直角坐标系;有时可以借助文氏图进行运算.

### 考点探究

【例3】已知集合  $A = \{x \mid 0 < ax + 1 \leq 5\}$ ,

集合  $B = \{x \mid -\frac{1}{2} < x \leq 2\}$ .

(1) 若  $A \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若  $B \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(3)  $A$ 、 $B$  能否相等? 若能, 求出  $a$  的值; 若不能, 试说明理由.

【点拨】利用数轴作工具,使问题得到解决.

【解析】 $A$  中不等式的解集应分三种情况讨论:

①若  $a = 0$ , 则  $A = \mathbb{R}$ ;

②若  $a < 0$ , 则  $A = \{x \mid \frac{4}{a} \leq x < -\frac{1}{a}\}$ ;

③若  $a > 0$ , 则  $A = \{x \mid -\frac{1}{a} < x \leq \frac{4}{a}\}$ .

(1) 当  $a = 0$  时, 若  $A \subseteq B$ , 此种情况不存在.

当  $a < 0$  时, 若  $A \subseteq B$ , 则  $\begin{cases} \frac{4}{a} > -\frac{1}{2}, \\ -\frac{1}{a} \leq 2, \end{cases}$ ,

$\therefore \begin{cases} a < -8 \\ a \leq -\frac{1}{2}, \end{cases} \therefore a < -8$ .

当  $a > 0$  时, 若  $A \subseteq B$ , 则  $\begin{cases} -\frac{1}{a} \geq -\frac{1}{2}, \\ \frac{4}{a} \leq 2, \end{cases}$ ,  $\therefore \begin{cases} a \geq 2 \\ a \geq 2, \end{cases}$ .

$\therefore a \geq 2$ . 综上知, 此时  $a$  的取值范围是  $a < -8$  或  $a \geq 2$ .

(2) 当  $a = 0$  时, 显然  $B \subseteq A$ ;

当  $a < 0$  时, 若  $B \subseteq A$ , 则  $\begin{cases} \frac{4}{a} \leq -\frac{1}{2}, \\ -\frac{1}{a} > 2, \end{cases} \therefore \begin{cases} a \geq -8 \\ a < -\frac{1}{2}, \end{cases}$ .

$\therefore -\frac{1}{2} < a < 0$ ;

当  $a > 0$  时, 若  $B \subseteq A$ , 则  $\begin{cases} -\frac{1}{a} \leq -\frac{1}{2}, \\ \frac{4}{a} \geq 2, \end{cases}$ ,

$\therefore \begin{cases} a \leq 2 \\ a \leq 2, \end{cases} \therefore 0 < a \leq 2$ .

综上知, 当  $B \subseteq A$  时,  $-\frac{1}{2} < a \leq 2$ .

(3) 当且仅当  $A$ 、 $B$  两个集合互相包含时,  $A = B$ , 由(1)、(2)知,  $a = 2$ .

【点评】在解决两个数集关系问题时,避免出错的一个有效手段是合理运用数轴帮助分析与求解,另外,在解含有参数的不等式(或方程)时,要对参数进行讨论. 分类时要遵循“不重不漏”的分类原则,然后对于每一类情况都要给出问题的解答. 分类讨论的一般步骤:①确定标准;②恰当分类;③逐类讨论;④归纳结论.

### 考点应用

4. (2006·中山) 已知集合  $P = \{1, 2\}$ , 那么满足  $Q \subseteq P$  的集合  $Q$  的个数是 ( )

A. 4    B. 3    C. 2    D. 1

【解析】 $Q = \{1\}$  或  $\{2\}$  或  $\{1, 2\}$  或  $\emptyset$ , 故共有 4 个, 总结结论: 若集合  $A$  中含有  $n$  个元素, 则其子集个数为  $2^n$  个, 真子集为  $2^n - 1$  个.

【答案】A

5.  $M = \{x \mid x^2 = 1\}$ ,  $N = \{x \mid ax = 1\}$ , 若  $N \not\subseteq M$ , 则  $a$  的值为 \_\_\_\_.

【解析】 $M = \{-1, 1\}$ ,  $N \not\subseteq M$ , ∴  $N = \emptyset$  或  $\{1\}$  或  $\{-1\}$ ,

①  $N = \emptyset$  时,  $a = 0$

②  $N = \{1\}$  时,  $a = 1$

③  $N = \{-1\}$  时,  $a = -1$

$\therefore a = 0$  或 1 或 -1.

【答案】0, ±1

6. 设集合  $P = \{m \mid -1 < m < 0\}$ ,  $Q = \{m \in \mathbb{R} \mid mx^2 + 4mx - 4 < 0\}$  对任意实数  $x$  恒成立}, 则下列关系中成立的是 ( )

A.  $P \not\subseteq Q$     B.  $Q \not\subseteq P$   
C.  $P = Q$     D.  $P \cap Q = \emptyset$

【解析】对集合  $Q$  中的元素, ①当  $m = 0$  时,  $-4 < 0$  恒成立;

②当  $m < 0$  时, 需  $\Delta = (4m)^2 - 4 \times m \times (-4) < 0$ , 解得  $-1 < m < 0$ , 综①②知  $-1 < m \leq 0$ ,

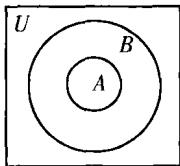
$\therefore Q = \{m \in \mathbb{R} \mid -1 < m \leq 0\}$ ,  $\therefore P \not\subseteq Q$ .

【答案】A

7. 设集合  $A, B$  是全集  $U$  的两个子集, 则  $A \not\subseteq B$  是  $(\complement_U A) \cup B = U$  的 ( )

A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件  
C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件

【解析】利用 Venn 图法, 选 A.



**【答案】A**

8. (2006·湖南)设 $f(x)=\frac{x-a}{x-1}$ ,集合 $M=\{x|f(x)<0\}$ , $P=\{x|f'(x)>0\}$ ,若 $M \subsetneq P$ ,则实数 $a$ 的取值范围是 ( )  
A.  $(-\infty, 1)$       B.  $(0, 1)$   
C.  $(1, +\infty)$       D.  $[1, +\infty)$

**【解析】** $\because f(x)=1+\frac{1-a}{x-1}$ ,

$$\therefore f'(x)=\frac{a-1}{(x-1)^2},$$

当 $f'(x)>0$ 时,有 $a>1$ .

$$\therefore M=\{x|1<x<a\}, P=\{x|x\neq 1\}, \text{又}\because M \subsetneq P,$$

$$\therefore a>1$$

故选 C

**【答案】C**

### 考点3 集合的运算

#### ● 考点归纳

集合的子交并补运算是重点内容,在学习时要重视数形结合思想的运用,数集往往借助数轴进行;点集则借助平面直角坐标系;有时可以借助文氏图进行运算.

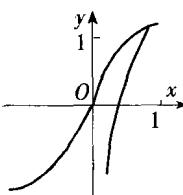
#### ● 考点探究

- 【例4】(2006·上海春招)若集合 $A=\{y|y=x^{\frac{1}{3}}, -1 \leq x \leq 1\}$ , $B=\{y|y=2-\frac{1}{x}, 0 < x \leq 1\}$ ,则 $A \cap B$ 等于 ( )  
A.  $(-\infty, 1]$       B.  $[-1, 1]$       C.  $\emptyset$       D.  $\{1\}$

**【解析】**根据题意求出集合 $A$ 和 $B$ 的元素,再求公共元素所组成的集合,便可得正确选项.也可画出图象,求函数值的公共部分.

方法一: $A=\{y|-1 \leq y \leq 1\}$ , $B=\{y|y \leq 1\}$ , $A \cap B=A=[-1, 1]$ .因此,选 B.

方法二:(数形结合法)如图,从两个函数图象上可以看出它们的函数值的交集是公共部分,即 $[-1, 1]$ ,因此,选 B.



**【点评】**解答本类题目,必须弄清集合中的元素是什么,是函数关系中自变量的取值,还是因变量的取值,还是曲线上的点……数形结合是解集合问题的常用方法,解题时要尽可能地借助数轴、直角坐标系或韦恩图等工具,将抽象的代数问题具体化、形象化、直观化,然后利用数形结合的思想方法解决.

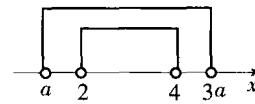
- 【例5】已知集合 $A=\{x|x^2-6x+8<0\}$ , $B=\{x|(x-a)\cdot(x-3a)<0\}$ .

(1)若 $A \subseteq B$ ,求 $a$ 的取值范围.

(2)若 $A \cap B = \emptyset$ ,求 $a$ 的取值范围.

(3)若 $A \cap B = \{x|3 < x < 4\}$ ,求 $a$ 的取值范围.

**【点拨】**此题主要考查集合间的包含关系、集合运算、分类讨论等基础知识,考查运算、分析问题、解决问题的能力.本题可结合数轴进行分析.



**【解析】** $\because A=\{x|x^2-6x+8<0\}$ ,

$$\therefore A=\{x|2 < x < 4\}.$$

(1)当 $a>0$ 时, $B=\{x|a < x < 3a\}$ ,

$$\text{应满足 } \begin{cases} a \leq 2 \\ 3a \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{3} \leq a \leq 2,$$

当 $a<0$ 时, $B=\{x|3a < x < a\}$ ,

$$\text{应满足 } \begin{cases} 3a \leq 2 \\ a \geq 4 \end{cases} \Rightarrow a \in \emptyset, \therefore A \subseteq B \text{ 时}, \frac{4}{3} \leq a \leq 2.$$

(2)要满足 $A \cap B = \emptyset$ ,

当 $a>0$ , $B=\{x|a < x < 3a\}$ , $a \geq 4$ 或 $3a \leq 2$ ,

$$\therefore 0 < a \leq \frac{2}{3} \text{ 或 } a \geq 4;$$

当 $a<0$ 时, $B=\{x|3a < x < a\}$ , $a \leq 2$ 或 $a \geq \frac{4}{3}$ ,

$\therefore a<0$ 时成立,验证知当 $a=0$ 时也成立.

综上所述, $a \leq \frac{2}{3}$ 或 $a \geq 4$ 时, $A \cap B = \emptyset$ .

(3)要满足 $A \cap B = \{x|3 < x < 4\}$ ,显然 $a>0$ 且 $a=3$ 时成立,

$\therefore$ 此时 $B=\{x|3 < x < 9\}$ ,而 $A \cap B=\{x|3 < x < 4\}$ ,故所求 $a$ 的值为 3.

**【点评】**(1)本题为集合在一定约束条件下求参数的问题,涉及集合的运算,其转化途径常通过两个方面:一是分析、简化每个集合;二是利用两集合元素的性质.

(2)本题体现了分类讨论的思想,分类的关键点在于比较出 $a$ 与 $3a$ 的大小,进而将集合 $B$ 表示出来.

#### ● 考点拓展

(1)解决用符号描述法表示的集合问题时,弄清集合的元素特征是关键.(2)用图形表示集合,使抽象问题形象化,正确转化是解题的前提.(3)把集合作为工具应用,解题的关键在于拨开利用集合来叙述问题的这一面纱,把它转化为其他的数学本质问题,从而使问题顺利地解决.

#### ● 考点应用

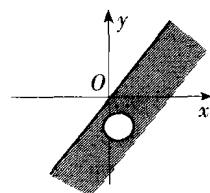
9. 已知集合 $A=\{(x, y)|y-\sqrt{3}x \leq 0\}$ ,集合 $B=\{(x, y)|x^2+(y-a)^2 \leq 1\}$ ,若 $A \cap B=B$ ,则实数 $a$ 的取值范围是 ( )  
A.  $[2, +\infty)$       B.  $(-\infty, -2]$   
C.  $[-2, 2]$       D.  $(-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$

**【解析】**集合 $A$ 表示直线 $y=\sqrt{3}x$ 及其右下方区域,集合 $B$ 表示以 $(0, a)$ 为圆心,以 1 为半径的动圆面,

由于 $A \cap B=B$ , $\therefore B \subseteq A$ ,

$\therefore$ 动圆必须在不等式 $y-\sqrt{3}x \leq 0$ 所表示的平面区域内,如图所示,由此可得关系式

$$\begin{cases} a < 0 \\ \frac{|a-0 \times \sqrt{3}|}{\sqrt{1+3}} \geq 1 \end{cases} \therefore a \leq -2. \text{ 故选 B.}$$



【答案】B

10. 设  $f(n) = 2n+1 (n \in \mathbb{N})$ ,  $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ . 记  $\hat{P} = \{n \in \mathbb{N} | f(n) \in P\}$ ,  $\hat{Q} = \{n \in \mathbb{N} | f(n) \in Q\}$ , 则  $\hat{P} \cap \mathbb{C}_N \hat{Q} \cup (\hat{Q} \cap \mathbb{C}_N \hat{P}) =$  ( )

- A.  $\{0, 3\}$     B.  $\{1, 2\}$     C.  $\{3, 4, 5\}$     D.  $\{1, 2, 6, 7\}$

【解析】 $\because f(n) = 2n+1 (n \in \mathbb{N})$ ,  $\therefore f(n)$  为奇数.

$$\therefore \hat{P} = \{n \in \mathbb{N} | f(n) \in P\} = \{0, 1, 2\},$$

$$\hat{Q} = \{n \in \mathbb{N} | f(n) \in Q\} = \{1, 2, 3\}.$$

$$\therefore (\hat{P} \cap \mathbb{C}_N \hat{Q}) \cup (\hat{Q} \cap \mathbb{C}_N \hat{P}) = \{0, 3\}. \text{ 故选 A.}$$

【答案】A

11. 设 I 为全集,  $S_1, S_2, S_3$  是 I 的三个非空子集且  $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$ , 则下列论断正确的是 ( )

- A.  $\mathbb{C}_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$   
 B.  $S_1 \subseteq (\mathbb{C}_I S_2 \cap \mathbb{C}_I S_3)$   
 C.  $\mathbb{C}_I S_1 \cap \mathbb{C}_I S_2 \cap \mathbb{C}_I S_3 = \emptyset$   
 D.  $S_1 \subseteq (\mathbb{C}_I S_2 \cup \mathbb{C}_I S_3)$

【解析】 $\because S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$ ,  $\therefore \mathbb{C}_I (S_1 \cup S_2 \cup S_3) = \emptyset$ ,即  $(\mathbb{C}_I S_1) \cap (\mathbb{C}_I S_2) \cap (\mathbb{C}_I S_3) = \emptyset$ . 故选 C.

【答案】C

- 【点评】本题利用了集合运算的两个性质: ①  $\mathbb{C}_I I = \emptyset$ ;  
 ②  $\mathbb{C}_I (S_1 \cup S_2) = (\mathbb{C}_I S_1) \cap (\mathbb{C}_I S_2)$ .

## 考点4 集合的综合应用

### ● 考点归纳

集合与其它知识点的联系在高考中经常考, 并且渗透集合语言叙述的综合题也屡见不鲜, 常与函数、方程、不等式、数列、解析几何为背景构造一类综合性题目. 其中高考热点是集合与不等式的综合题.

### ● 考点探究

- 【例 6】记函数  $f(x) = \lg(2x-3)$  的定义域为集合 M, 函数  $g(x) = \sqrt{1 - \frac{2}{x-1}}$  的定义域为集合 N.

(I) 集合 M, N;

(II) 集合  $M \cap N, M \cup N$ .【解析】(I)  $M = \{x | 2x-3 > 0\} = \{x | x > \frac{3}{2}\}$ ;

$$N = \{x | 1 - \frac{2}{x-1} \geq 0\} = \{x | \frac{x-3}{x-1} \geq 0\}$$

$$= \{x | x \geq 3 \text{ 或 } x < 1\}.$$

$$(II) M \cap N = \{x | x \geq 3\};$$

$$M \cup N = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > \frac{3}{2}\}.$$

【点评】本题考查函数的定义域以及集合的运算以及不等式的解法. 求定义域转化为解不等式. 借助于数, 求数集合的交集和并集.

- 【例 7】设  $I = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A$  与  $B$  是  $I$  的子集, 若  $A \cap B = \{2, 1\}$ , 则称  $(A, B)$  为一个“理想配集”, 规定  $(A, B)$  和  $(B, A)$  是两个不同的“理想配集”, 那么符合此条件的“理想配集”的个数是 ( )

- A. 4    B. 8    C. 9    D. 16

【点拨】解答信息迁移问题, 关键在理解新信息并把它纳入已有的知识体系中, 用原来的知识和方法来解决新情境下的问题.

【解析】由  $A$  与  $B$  是集合  $I$  的子集, 且  $A \cap B = \{1, 2\}$ , 得  $A, B$  应为  $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$  中的一个.

由定义知,

①若  $A = \{1, 2\}$ , 则集合  $B$  可以取以上 4 个集合中的任何一个, 共有 4 种不同的情形;

②若  $A = \{1, 2, 3\}$ , 则集合  $B$  可以取  $\{1, 2\}, \{1, 2, 4\}$  中的任何一个, 共有 2 种不同的情形;

③若  $A = \{1, 2, 4\}$ , 则集合  $B$  可以取  $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$  中的任何一个, 共有 2 种不同的情形;

④若  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则集合  $B$  可以取  $\{1, 2\}$  这一种情形.

综上可知, 适合题意的情形共有  $4 + 2 + 2 + 1 = 9$  种.

故选 C.

【点评】本题主要考查集合的运算以及分类讨论思想, 阅读迁移的能力, 体现了最新《考试大纲》的“要构造有一定深度和广度的数学问题”的高考命题要求.

【例 8】(2006 · 全国 II) 设  $a \in \mathbb{R}$ , 二次函数  $f(x) = ax^2 - 2x - 2a$ , 设不等式  $f(x) > 0$  的解集为  $A$ , 又知  $B = \{x | 1 < x < 3\}$ , 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围.

【点拨】若从正面考虑, 解  $f(x) > 0$ , 显然较繁, 故考虑对立面, 先求  $A \cap B = \emptyset$  时  $a$  的范围, 然后取补集.

【解析】 $\because f(x)$  为二次函数,  $\therefore a \neq 0$ .①当  $a > 0$  时,

$$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2 - 2a \leq 0 \\ 9a - 6 - 2a \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq a \leq \frac{6}{7},$$

$$\therefore 0 < a \leq \frac{6}{7}.$$

②当  $a < 0$  时,

$$A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq a \leq \frac{6}{7}, \therefore -2 \leq a < 0.$$

$$\therefore \text{当 } A \cap B = \emptyset \text{ 时, } -2 \leq a \leq \frac{6}{7} \text{ 或 } 0 < a \leq \frac{6}{7}.$$

又  $\because a \in \mathbb{R}$ , 且  $a \neq 0$ ,  $\therefore A \cap B \neq \emptyset$  时,  $a < -2$  或  $a > \frac{6}{7}$ .

$$\therefore a \text{ 的取值范围是 } (-\infty, -2) \cup (\frac{6}{7}, +\infty).$$

【点评】当从正面求一个集合比较麻烦时, 可以考虑先求其补集, 然后再取补集. 这种补集的思想可以化繁为简.

### ● 考点应用

12. 设集合  $A = \{x | x^2 - 5x + 4 > 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2ax + (a+2) = 0\}$ , 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.

【答案】 $|a| \leq -1$  或  $a > \frac{18}{7}$ 

13. 设集合  $A = \{(x, y) | ay^2 - x - 1 = 0\}$ ,  $B = \{(x, y) | 4x^2 + 2x - 2y + 5 = 0\}$ ,  $C = \{(x, y) | y = kx + b\}$ .

若  $a = 1$ , 是否存在自然数  $k$  和  $b$ , 使得  $(A \cap C) \cup (B \cap C) = \emptyset$ ? 若存在, 请求出  $k$  和  $b$  的值; 若不存在, 请说明理由.

【解析】 $\because (A \cap C) \cup (B \cap C) = \emptyset$ , $\therefore A \cap C = \emptyset$  且  $B \cap C = \emptyset$ .

即方程组  $\begin{cases} y^2 = x + 1 \\ y = kx + b \end{cases}$  与  $\begin{cases} 4x^2 + 2x - 2y + 5 = 0 \\ y = kx + b \end{cases}$  都无解.

根据数形结合可知  $1 < b < 2.5$  且  $b \in \mathbb{N}^*$ ,

$$\therefore b = 2.$$

从而  $\begin{cases} y^2 = x + 1 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$ , 无解,

即  $k^2x^2 + (4k-1)x + 3 = 0$  无解, 故  $\Delta < 0$ .  
 $1 - \frac{\sqrt{3}}{2} < k < 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$  且  $k \in \mathbb{N}$ ,  $\therefore k=1$ .

此时  $\begin{cases} 4x^2 + 2x - 2y + 5 = 0 \\ y = x + 2 \end{cases}$ ,  
 无解, 故  $k=1, b=2$ .



## 教学案例(二)

## 知能整体提升



### 重难点突破

#### 1. 重点

了解集合的含义与表示方法,理解集合间包含与相等的含义,会用集合语言表达数学对象或数学内容,理解两个集合的并集与交集的含义,会用集合语言解决相关问题.

#### 2. 难点

区别元素与集合的属于、包含关系,恰当选择列举法和描述法表示集合,理解交集、并集、补集的概念及其符号之间的区别,特别注意空集的情况.

#### 3. 疑难点突破

本节内容有以下常见疑难问题:一是对于抽象符号的理解与记忆,如“ $\subset$ ”与“ $\in$ ”,几种数集的符合,描述法表示集合等;二是集合中元素含有字母时,容易忽视元素的互异性而导致失误;三是集合的包含关系转化为等式或不等式问题;四是集合运算问题,Venn图和数轴是帮助理解交集、并集、补集的概念,正确进行集合运算的良好工具,在应用中注意体会.

### 考点题型探究

#### ● 题型一 利用集合中元素的性质解题

**【例1】**2008年第29届奥运会将在北京召开,现有三个实数的集合,既可以表示为  $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$ ,也可表示为  $\{a^2, a+b, 0\}$ ,则  $a^{2008} + b^{2008} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**【点拨】**根据集合中元素的确定性,我们不难得到两集合的元素是相同的,这样需要列方程组分类讨论,显然复杂又繁琐.这时若能发现0这个特殊元素,和  $\frac{b}{a}$  中的a不为0的隐含信息,就能得到如下解法.

**【解析】**由已知得  $\frac{b}{a} = 0$ , 及  $a \neq 0$ , 所以  $b = 0$ , 于是  $a^2 = 1$ , 即  $a = 1$  或  $a = -1$ . 又根据集合中元素的互异性,  $a = 1$  应舍去, 因而  $a = -1$ , 故  $a^{2008} + b^{2008} = (-1)^{2008} = 1$ .

**【点评】**1. 利用集合中元素的特点,列出方程组求解,但仍要检验,看所得结果是否符合集合元素的互异性的特征.

2. 此类问题还可以根据两集合中元素的和相等,元素的积相等,列出方程组求解,但仍然要检验.

**【变式训练】**设全集  $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$ ,  $A = \{|2a - 1|\}, 2\}$ ,  $C_U A = \{5\}$ , 求实数a的值.

**【点拨】**由  $C_U A = \{5\}$  知,  $5 \in U, 5 \notin A$ , 故由  $a^2 + 2a - 3 = 5$ , 可求得a.

**【解析】**由  $C_U A = \{5\}$ , 得  $5 \in U$ , 且  $|2a - 1| = 3$ .

$$\therefore \begin{cases} a^2 + 2a - 3 = 5 \\ |2a - 1| = 3 \end{cases}$$

解得  $a = 2$ .

**【点评】**(1) 在进行集合的子集、并集、交集、补集运算时,首先要明确各运算的定义,可首先考虑Venn图,这样可提高思维

起点,缩短运算过程,提高数形结合能力.

(2) 本题易犯错误:由  $a^2 + 2a - 3 = 5$  解得  $a = 2$ , 或  $a = -4$ , 而忽视了隐含条件  $A \subseteq U$ , 或者说忘记了检验集合中的元素是否满足题意.

#### ● 题型二 利用集合与集合的关系解参数的取值问题

**【例2】**设集合  $A = \{x|x^2 + x - 2 \leq 0\}$ ,  $B = \{x|2 < x + 1 \leq 4\}$ ,  $C = \{x|x^2 + bx + c > 0\}$  满足  $(A \cup B) \cap C = \emptyset$ , 且  $(A \cup B) \cup C = \mathbb{R}$ , 求b,c.

**【点拨】**条件  $A \cup B \cap C = \emptyset$ ,  $(A \cup B) \cup C = \mathbb{R}$ ,  
 $\therefore C_U (A \cup B) = C$ .

**【解析】** $A = \{x|-2 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{x|1 < x \leq 3\}$ ,  
 $\therefore A \cup B = \{x|-2 \leq x \leq 3\} = [-2, 3]$ .  
 $\because (A \cup B) \cup C = \mathbb{R}, (A \cup B) \cap C = \emptyset$ ,  
 $\therefore C = (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ .  
 $\therefore -2, 3$  是方程  $x^2 + bx + c = 0$  的两根,  
 $\therefore b = -(-2+3) = -1, c = -6$ .

**【点评】**(1) 空集是不含任何元素的集合,是一个特殊集合,不能忽视其性质.

(2) 集合作为一种数学语言,在各部分有广泛的渗透性和联系性. 高考的其他考点也经常用集合语言“包装”,要搞清其本质含义.

(3) 由于集合的联系性较强,应注意体会和提炼数学思想(如数形结合,方程思想和分类讨论思想).

**【变式训练】**(2007·西安交大附中模拟) 设  $A = \{x|x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$ ,  $B = \{x|x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ,  $C = \{x|x^2 + 2x - 8 = 0\}$ .

(1) 若  $A \cap B = A \cup B$ , 求a的值;

(2) 若  $\emptyset \neq A \cap B$ , 且  $A \cap C = \emptyset$ , 求a的值;

(3) 若  $A \cap B = A \cap C \neq \emptyset$ , 求a的值.

**【答案】**(1) 此时当且仅当  $A = B$ , 由韦达定理可得  $a = 5$  和  $a^2 - 19 = 6$  同时成立, 即  $a = 5$ .

(2) 由于  $B = \{2, 3\}$ ,  $C = \{-4, 2\}$ , 故只可能  $3 \in A$ . 此时  $a^2 - 3a - 10 = 0$ , 即  $a = 5$  或  $a = -2$ , 由(1)可得  $a = -2$ .

(3) 此时只可能  $2 \in A$ , 有  $a^2 - 2a - 15 = 0$ , 即  $a = 5$  或  $a = -3$ , 由(1)可得  $a = -3$ .

#### ● 题型三 与集合有关的新概念问题

**【例3】**设数集  $M = \{x|m \leq x \leq m + \frac{3}{4}\}$ ,  $N = \{x|n - \frac{1}{3} \leq x \leq n\}$ , 且  $M, N$  都是集合  $\{x|0 \leq x \leq 1\}$  的子集, 如果把  $b - a$  叫做集合  $\{x|a \leq x \leq b\}$  的“长度”,那么集合  $M \cap N$  的“长度”的最小值是 ( )

- A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{2}{3}$     C.  $\frac{1}{12}$     D.  $\frac{5}{12}$

**【点拨】**用区间的长度来刻画集合,使“长度”的概念有了更深层次的内涵.

**【解析】**方法一 由已知可得  $\begin{cases} m \geq 0 \\ m + \frac{3}{4} \leq 1 \end{cases}$ , 即  $0 \leq m \leq \frac{1}{4}$ ;

$\begin{cases} n - \frac{1}{3} \geq 0, \text{ 即 } \frac{1}{3} \leq n \leq 1. \text{ 取字母 } m \text{ 的最小值 } 0, \text{ 字母 } n \text{ 的最大值 } \\ n \leq 1 \end{cases}$

1, 可得  $M = [0, \frac{3}{4}]$ ,  $N = [\frac{2}{3}, 1]$ ,

$\therefore M \cap N = [0, \frac{3}{4}] \cap [\frac{2}{3}, 1] = [\frac{2}{3}, \frac{3}{4}]$ . 此时得集合  $M \cap N$  的“长度”为  $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$ , 故应选 C.

方法二 从另外一个角度也可解得此题, 集合  $M$  的长度为  $\frac{3}{4}$ , 集合  $N$  的长度为  $\frac{1}{3}$ .

由于  $M$ 、 $N$  都是集合  $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$  的子集, 而  $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$  的长度为 1,

由此得集合  $M \cap N$  的“长度”的最小值是  $(\frac{3}{4} + \frac{1}{3}) - 1 = \frac{1}{12}$ .

### 【答案】C

【点评】以集合为背景将其它的长度等概念交汇于命题之中, 是高考集合命题的一大特色, 探究解题时紧扣定义及其相互间的联系, 巧妙应用特殊化思想可以使解题的思路更为简捷.

【变式训练】两个集合  $A$ 、 $B$  之差记做“ $A - B$ ”, 定义为  $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ , 如果集合  $A = \{x | \log_2 x < 1\}$ ,  $B = \{x | |x - 2| < 1\}$ , 那么  $A - B$  等于 ( )

- A.  $\{x | x \leq 1\}$       B.  $\{x | x \geq 3\}$   
 C.  $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$     D.  $\{x | 0 < x \leq 1\}$

【解析】由题意知,  $A = \{x | 0 < x < 2\}$ ,  $B = \{x | 1 < x < 3\}$ ,  
 $\therefore A - B = \{x | 0 < x \leq 1\}$ , 故选 D.

### 【答案】D

## 题型四 集合知识的综合应用

【例 4】(2007·北京)已知集合  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  ( $k \geq 2$ ), 其中  $a_i \in \mathbb{Z}$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ), 由  $A$  中的元素构成两个相应的集合:

$S = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a + b \in A\}$ ;  $T = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a - b \in A\}$ , 其中  $(a, b)$  是有序数对, 集合  $S$  和  $T$  中的元素个数分别为  $m$  和  $n$ .

若对于任意的  $a \in A$ , 总有  $-a \notin A$ , 则称集合  $A$  具有性质  $P$ .

(1) 检验集合  $\{0, 1, 2, 3\}$  与  $\{-1, 2, 3\}$  是否具有性质  $P$ , 并对其中具有性质  $P$  的集合, 写出相应的集合  $S$  和  $T$ ;

(2) 对任何具有性质  $P$  的集合  $A$ , 证明:  $n \leq \frac{k(k-1)}{2}$ ;

(3) 判断  $m$  和  $n$  的大小关系, 并证明你的结论.

【解析】(1) 集合  $\{0, 1, 2, 3\}$  不具有性质  $P$ .

集合  $\{-1, 2, 3\}$  具有性质  $P$ , 其相应的集合  $S$  和  $T$  是

$S = \{(-1, 3), (3, -1)\}$ ,  $T = \{(2, -1), (2, 3)\}$ .

(2) 首先, 由  $A$  中元素构成的有序数对  $(a_i, a_j)$  共有  $k^2$  个.

因为  $0 \notin A$ , 所以  $(a_i, a_j) \notin T$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ );

又因为  $a \in A$ ,  $-a \notin A$ , 所以当  $(a_i, a_j) \in T$  时,  $(a_j, a_i) \notin T$  ( $i, j = 1, 2, \dots, k$ ),

从而, 集合  $T$  中元素的个数最多为  $\frac{1}{2}(k^2 - k) = \frac{k(k-1)}{2}$ , 即

$$n \leq \frac{k(k-1)}{2}.$$

(3)  $m = n$ . 证明如下:

① 对于  $(a, b) \in S$ , 根据定义,  $a \in A$ ,  $b \in A$ , 且  $a + b \in A$ , 从而

$(a+b, b) \in T$ .

如果  $(a, b)$  与  $(c, d)$  是  $S$  的不同元素, 那么  $a=c$  与  $b=d$  中至少有一个不成立,

从而  $a+b=c+d$  与  $b=d$  中也至少有一个不成立,  
 故  $(a+b, b)$  与  $(c+d, d)$  也是  $T$  的不同元素.

可见,  $S$  中元素的个数不多于  $T$  中元素的个数,  
 即  $m \leq n$ .

② 对于  $(a, b) \in T$ , 根据定义,  $a \in A$ ,  $b \in A$ , 且  $a-b \in A$ , 从而  $(a-b, b) \in S$ .

如果  $(a, b)$  与  $(c, d)$  是  $T$  的不同元素, 那么  $a=c$  与  $b=d$  中至少有一个不成立,

从而  $a-b=c-d$  与  $b=d$  中也至少有一个不成立,  
 故  $(a-b, b)$  与  $(c-d, d)$  也是  $S$  的不同元素.

可见,  $T$  中元素的个数不多于  $S$  中元素的个数,  
 即  $n \leq m$ .

由①②可知,  $m = n$ .

【点评】本题主要考查学生的知识迁移能力以及集合的性质, 同时考查了反证法的运用, 这是一道考查学生抽象思维能力的题目.

### 规律方法总结

1. 解答集合问题, 必须准确理解集合的有关概念, 对于用描述法给出的集合  $\{x | x \in P\}$ , 要紧紧抓住竖线前面的代表元素  $x$  以及它所具有的性质  $P$ , 例如:  $A = \{x | y = 2^x\} = \mathbb{R}$ , 而  $B = \{y | y = 2^x\} = \{y | y > 0\}$ .

2. 集合的元素必须满足三性: 确定性、互异性、无序性. 解决与集合有关问题时, 一方面, 在解答完毕之后, 不要忘记检验集合的元素是否满足这三性; 另一方面, 善于抓住集合元素的三性, 就能顺利地找到解题的切入点.

3. 准确理解子集、真子集的概念

(1) 空集是任何非空集合的真子集, 即  $\emptyset \subsetneq A$  ( $A$  是非空集合).

(2) 任何集合都是它本身的子集, 即  $A \subseteq A$ .

(3) 子集、真子集都有传递性, 即若  $A \subseteq B$ ,  $B \subseteq C$ , 则  $A \subseteq C$ , 若  $A \not\subseteq B$ ,  $B \not\subseteq C$ , 则  $A \not\subseteq C$ .

(4)  $n$  个元素组成的集合的子集有  $2^n$  个, 真子集有  $2^n - 1$  个, 非空真子集有  $2^n - 2$  个.

4. 空集和全集是集合中的特殊集合, 应引起重视, 避免误解和遗漏. 若  $A \subseteq B$ , 则应优先考虑  $A = \emptyset$  的情况.

5. 集合的交、并、补运算是集合的核心, 其关键在于对“且”与“或”的正确理解: “且”的意思与通常理解的“既是…, 同时是…”是一样的; “或”则与通常理解的“非此即彼”有区别, 它可以是两者兼有.

6. 集合的运算性质

(1) 交集: ①  $A \cap B = B \cap A$  ②  $A \cap A = A$

③  $A \cap \emptyset = \emptyset$  ④  $A \cap B \subseteq A$ ,  $A \cap B \subseteq B$

⑤  $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$

(2) 并集: ①  $A \cup B = B \cup A$  ②  $A \cup A = A$

③  $A \cup \emptyset = A$  ④  $A \cup B \supseteq A$ ,  $A \cup B \supseteq B$

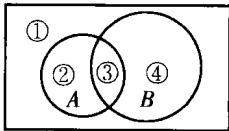
⑤  $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$

(3) 交集、并集、补集的关系

①  $A \cap \complement_U A = \emptyset$ ;  $A \cup \complement_U A = U$ .

②  $\complement_U (A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$ ;  $\complement_U (A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$ .

③ 对于元素个数的计算问题, 可参照下图, 其中  $U$  为全集:



区域①、②、③、④分别表示: $C_u(A \cup B)$ 、 $A \cap C_u B$ 、 $A \cap B$ 、 $B \cap C_u A$ .

7. 解决集合问题时要注意以下几点:①明确集合的元素的

意义,它是怎样类型的对象(如数、点、图形等);②弄清集合由哪些元素所组成,这就需要我们把抽象的问题具体化、形象化,也就是善于对集合的三种语言(文字、符号、图形)之间相互转化,同时还要善于对用多个参数表示的符号描述法 $\{x|P(x)\}$ 的集合化到最简形式;③要善于运用数形结合、分类讨论、化归与转化等数学思想方法来解决集合的问题;④集合问题多与函数、方程、不等式等知识综合在一起,要注意各类知识的融会贯通.

## 课后巩固提高

考点名称	基础过关	能力达标	思维创新
考点1 集合概念性质	1	2、12	
考点2 集合关系		3、5、9	4、15
考点3 集合运算	7、8	6、10、11、13	14

1. 由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 组成的集合中,最多含有元素 ( )

A. 2个    B. 3个    C. 4个    D. 5个

【解析】根据互异性可知,集合应为 $\{x, -x\}$  ( $x \neq 0$ )或 $\{0\}$ ,故最多含2个元素.

【答案】A

2. 对于任意 $x, y \in \mathbb{R}$ ,且 $xy \neq 0$ ,由 $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{xy}{|xy|}$ 的值组成的集合中元素的个数为 ( )

A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

【解析】提示:由题设知 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$ .

则当 $x > 0$ 时, $\frac{x}{|x|} = 1$ ,当 $x < 0$ 时, $\frac{x}{|x|} = -1$ .

同理, $\frac{y}{|y|} = 1$ 或 $-1$ , $\frac{xy}{|xy|} = 1$ 或 $-1$ .

当 $x, y$ 同正时, $\frac{x}{|x|} = 1$ , $\frac{y}{|y|} = 1$ , $\frac{xy}{|xy|} = 1$ ,则值为3.

当 $x, y$ 同负时, $\frac{x}{|x|} = -1$ , $\frac{y}{|y|} = -1$ , $\frac{xy}{|xy|} = 1$ ,则值为-1.

当 $x, y$ 异号时, $\frac{x}{|x|}$ 、 $\frac{y}{|y|}$ 中一个为1,另一个为-1,而 $\frac{xy}{|xy|} = -1$ ,则值为-1.

综上可知, $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{xy}{|xy|} = 3$ 或-1.

故选B.

【答案】B

3. 已知 $A = \{1, 2\}$ , $B = \{x|x \in A\}$ ,则集合A与B的关系为 ( )

A.  $A \in B$     B.  $A \notin B$     C.  $A = B$     D.  $B \subseteq A$

【解析】由集合B, $x \in A$ 知, $B = \{1, 2\}$ ,故选C.

【答案】C

4. 同时满足① $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,②若 $a \in M$ ,则 $6-a \in M$ 的非空集合M有 ( )

A. 32个    B. 15个    C. 7个    D. 6个

【解析】由已知,集合M中的元素必须同时具备两个条件.不妨设 $1 \in M$ ,则 $6-1=5$ 也为M中的元素,由此可知 $M = \{1, 5\}$

适合题意,同理可推出 $\{2, 4\}$ , $\{3\}$ , $\{1, 5, 2, 4\}$ , $\{1, 5, 3\}$ , $\{2, 4, 3\}$ , $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 都满足题设.故选C.

【答案】C

5. (2006·江苏)若 $A, B, C$ 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$ ,则一定有 ( )

A.  $A \subseteq C$     B.  $C \subseteq A$     C.  $A \neq C$     D.  $A = \emptyset$

【解析】本题考查了集合的交集与并集与包含关系的判断

$\because A \cup B = B \cap C$ , $\therefore (A \cup B) \subseteq B$ 且 $(A \cup B) \subseteq C$

$\therefore A \subseteq B$ 且 $A \subseteq C$ ,而且 $A \subseteq B \subseteq C$ ,故选A.

【答案】A

6. 若集合 $S = \{y|y = 3^x, x \in \mathbb{R}\}$ , $T = \{y|y = x^2 - 1, x \in \mathbb{R}\}$ ,则 $S \cap T$ 是 ( )

A. S    B. T    C.  $\emptyset$     D. 有限集

【解析】由 $S = \{y|y = 3^x, x \in \mathbb{R}\}$ 得 $S = \{y|y > 0\}$ ,由 $T = \{y|y = x^2 - 1, x \in \mathbb{R}\}$ 得 $T = \{y|y \geq -1\}$ , $\therefore S \cap T = S$ .故应选A.

【答案】A

7. 设集合 $A = \{x|x^2 - 1 > 0\}$ , $B = \{x|\log_2 x > 0\}$ ,则 $A \cap B$ 等于 ( )

A.  $\{x|x > 1\}$     B.  $\{x|x > 0\}$   
C.  $\{x|x < -1\}$     D.  $\{x|x < -1$ 或 $x > 1\}$

【解析】解法1: $\because x^2 > 1$ , $\therefore x > 1$ 或 $x < -1$ ,

又 $\because \log_2 x > 0$ , $\therefore \log_2 x > \log_2 1$ ,得 $x > 1$ . $\therefore$ 由 $\begin{cases} x^2 > 1 \\ x > 1 \end{cases}$ ,得 $x > 1$ .

解法2:利用排除法.B、C、D都不满足 $\log_2 x > 0$ 排除.故应选A.

【答案】A

8. (2006·湖北八校联考)已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$ , $N = \{x|x = 2a, a \in M\}$ ,则集合 $M \cap N$ 是 ( )

A.  $\{0\}$     B.  $\{0, 1\}$     C.  $\{1, 2\}$     D.  $\{0, 2\}$

【解析】 $\because N = \{x|x = 2a, a \in M\}$ ,

$\therefore N = \{0, 2, 4\}$ , $\therefore M \cap N = \{0, 2\}$ ,故选D.

【答案】D

9. 设集合 $A = \{x|x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$ , $B = \{x|x = n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$ ,则集合A,B的关系是 ( )