人教A版

鼎尖教案

新课标·高中总复习·鼎尖学案（个性化学案）

新课标·高中总复习·鼎尖教案（通用型教案）

数学

上

丛书主编/严治理　黄俊葵
姜山峰　刘芳芳

延边教育出版社

责任编辑:陈长玉
法律顾问:北京陈鹰律师事务所(010-64970501)

图书在版编目(CIP)数据

高中新课标总复习:人教A版.数学/梁景义主编.
延吉:延边教育出版社,2008.3
(鼎尖教案)
ISBN 978-7-5437-7054-6

Ⅰ.高… Ⅱ.①梁… Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第023199号

《鼎尖教案》数学总复习 ***人教A版***

出版发行:延边教育出版社
地　　址:吉林省延吉市友谊路363号(133000)
　　　　　北京市海淀区苏州街18号院长远天地4号楼A1座1003(100080)
网　　址:http://www.topedu.net.cn
电　　话:0433-2913975　010-82608550
传　　真:0433-2913971　010-82608856
排　　版:北京鼎尖雷射图文设计有限公司
印　　刷:益利印刷有限公司印装
开　　本:890×1240　16开本
印　　张:42.5
字　　数:1 360千字
版　　次:2008年4月第1版
印　　次:2008年4月第1次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5437-7054-6
定　　价:66.00元

目录

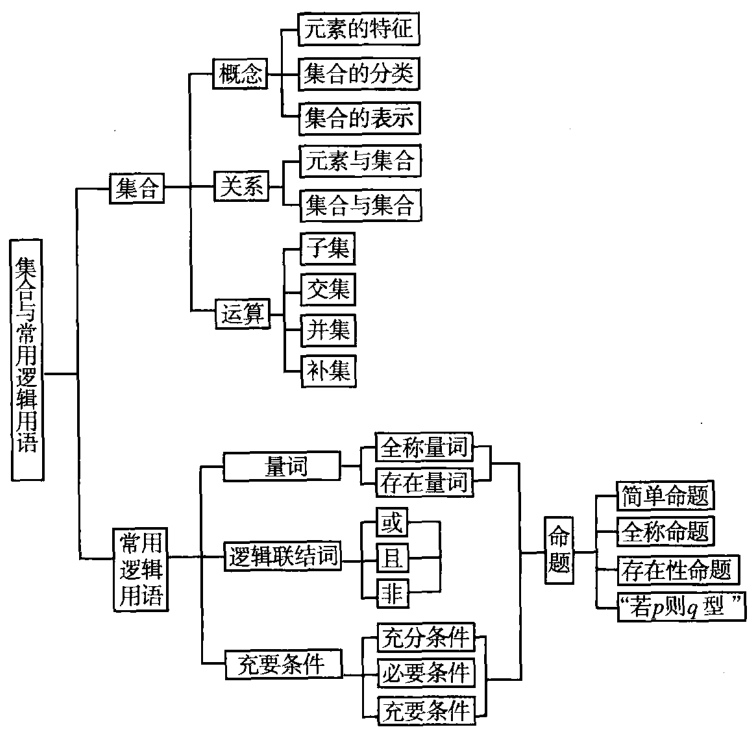
附录 个性化学案的三种模式

堂堂好课

第一章 集合与常用逻辑用语

鼎尖教案

知识网络梳理



高考目标聚焦

课程标准要求

1. **集合**

(1)集合的含义与表示

①了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系.

②能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

(2)集合间的基本关系

①理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.

②在具体情境中,了解全集与空集的含义.

(3)集合的基本运算

①理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.

②理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.

③能使用韦恩图(Venn)表达集合的关系及运算.

2. **常用逻辑用语**

(1)命题及其关系

①了解命题及其逆命题、否命题与逆否命题.

②理解必要条件、充分条件与充要条件的意义,会分析四种命题的相互关系.

(2)简单的逻辑联结词

了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义.

(3)全称量词与存在量词

①理解全称量词与存在量词的意义.

②能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

高考命题预测

1. 集合作为高中数学的一种基本语言工具,几乎为全国高考的必考内容,多以选择题的形式出现,分值约占总分的3.3%~8%.

2.(1)集合的基本概念是解决集合问题的基础,求解集合问题的关键是确定集合的元素,并注意根据集合元素的性质进行

检验,特别是集合元素的互异性,常常作为检验的标准和依据.

(2)集合间的关系是高考的热点,一般是直接判断.对于用描述法表示的集合,要紧紧抓住代表元素及其属性.

(3)集合的运算是考查的重点,在进行本考点问题的求解时,应先把所给集合化为最简形式,再结合集合条件合理转化求解.必要时充分结合数轴、韦恩图、图像等工具,特别注意空集这一特殊的集合.

3. 常用逻辑用语作为学习数学知识的工具,在历年高考中多有体现,并且所占比重也会越来越大,在高考中多以选择题、填空题的形式出现,有时也隐含于解答题中,主要考查有关命题的概念、四种命题间的相互关系、充要条件、逻辑联结词的使用等.

4. (1)学习四种命题的关键在于了解命题的结构.掌握四种命题的组成及互为逆否命题的等价性.数学中定义、公式、公理都是命题,但命题有真假之分,而定理都是真的.

(2)充分条件、必要条件、充要条件是高考重点,常见的判断方法有三种:定义法、等价法、集合间的包含关系法.

(3)在集合部分中所学的"并集""交集""补集"与逻辑连接词"或、且、非"关系密切,对逻辑连结词"或、且、非"的理解很有益处.

(4)$p\vee q$一真必真,$p\wedge q$一假必假,$\neg p$真假相反.

§1.1 集合

课前夯实基础

基础知识巩固

1. 集合的含义与表示

(1)一般地,我们把研究对象统称为________,把一些元素组成的总体叫做________,简称________.

(2)集合中的元素有三个特性:①________;②________;③________.

(3)集合中元素与集合的关系分别为________和________两种,分别用________和________来表示.

(4)几个常用集合的记法

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记法	______	______	______	______	______

(5)集合有三种表示方法:________、________、________,它们各有优点,用什么方法来表示集合,要具体问题具体分析.

2. 集合间的基本关系

(1)一般地,对于两个集合A、B,如果________________________,我们就说这两个集合有包含关系,称集合A为集合B的子集,记作________.

(2)对于两个集合A、B,若________且________,则称集合A与集合B相等.

(3)如果集合$A\subseteq B$,但存在元素$x\in B$,且$x\notin A$,我们称集合A是集合B的________,记作________.

(4)不含任何元素的集合叫做________,记作________,并规定:空集是任何集合的子集.

(5)若A含有n个元素,则A的子集个数为________个,A的非空子集个数为________个,A的非空真子集个数为________个.

3. 集合的基本运算

(1)一般地,由所有________________的元素所组成的集合,称为集体A与B的并集,记作$A\cup B$,即:$A\cup B=$________.

(2)一般地,由属于________________的所有元素组成的集合,称为A与B的交集,记作$A\cap B$,即:$A\cap B=$________.

(3)如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,那么就称这个集合为________,通常记作________.

(4)对于一个集合A,由全集U中________的所有元素组成的集合称为集合A相对于全集U的补集,记作$\complement_U A$,即$\complement_U A=$________.

(5)$A\cap B=A\Leftrightarrow$________

$A\cup B=A\Leftrightarrow$________

1.(1)元素　集合　集

(2)确定性　互异性　无序性

(3)属于　不属于　$\in$　$\notin$

(4)$\mathbf{N}$　$\mathbf{N}^*$或$\mathbf{N}_+$　Z　Q　$\mathbf{R}$

(5)列举法　描述法　Venn图法

2.(1)集合A中任意一个元素都是集合B中的元素　$A\subseteq B$(或$B\supseteq A$)

(2)$A\subseteq B$　$B\supseteq A$

(3)真子集　$A\subsetneqq B$(或$B\supsetneqq A$)

(4)空集　$\varnothing$

(5)2^n　2^n-1　2^n-2

3.(1)属于集合A或属于集合B　$\{x|x\in A$或$x\in B\}$

(2)集合A且属于集合B　$\{x|x\in A$且$x\in B\}$

(3)全集　U

(4)不属于集合A　$\{x|x\in U$,且$x\notin A\}$

(5)$A\subseteq B$　$B\subseteq A$

课前热身练习

1. (2006·重庆)已知集合$U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$,$A=\{2,4,5,7\}$,$B=\{3,4,5\}$,则$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$　(　　)

A. $\{1,6\}$　B. $\{4,5\}$　C. $\{2,3,4,5,7\}$　D. $\{1,2,3,6,7\}$

【解析】$\complement_U A=\{1,3,6\}$,$\complement_U B=\{1,2,6,7\}$,

$\therefore(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{1,2,3,6,7\}$

【答案】D

2. 设集合$M=\{y|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$,$N=\{y|y=-x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$,则$M\cap N$是　(　　)

A. $\{0,1\}$　B. $\{(0,1)\}$　C. $\{1\}$　D. 非上述情况

【解析】$\because y=x^2+1,x\in\mathbf{R}$,得$y\geq1$,

$\therefore M=\{y|y\geq1\}$

在集合N中$y=-x^2+1$,,$x\in\mathbf{R}$,得$y\leq1$,

$\therefore N=\{y|y\leqslant 1\}$

$\therefore M\cap N=\{1\}$,故选 C.

【答案】C

3. 设集合 $A=\{x|1<x<2\}$,$B=\{x|x<a\}$,若 $A\subsetneqq B$,则 a 的取值范围 ( )

A. $[2,+\infty)$　　B. $(-\infty,2]$

C. $(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,2)$

【解析】运用数轴的方法

$\because B$ 要包含 A,

$\therefore a\geqslant 2$,故选 A.

【答案】A

4. (2007·湖北重点中学高三联考)已知集合 $M=\{y|y=x+1\}$,$N=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$,则 $M\cap N$ 中元素的个数是 ( )

A. 0　B. 1　C. 2　D. 多个

【解析】集合 M 是数集,集合 N 是点集,两者无公共元素.

【答案】A

5. (2007·广东)已知函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M,$g(x)=\ln(1+x)$ 的定义域为 N,则 $M\cap N=$ ( )

A. $\{x|x>-1\}$　　B. $\{x|x<1\}$

C. $\{x|-1<x<1\}$　　D. $\varnothing$

【解析】$M=\{x|x<1\}$,$N=\{x|x>-1\}$,

$\therefore M\cap N=\{x|-1<x<1\}$,故选 B.

【答案】B

6. (2007·重庆)设全集 $U=\{a,b,c,d\}$,$A=\{a,c\}$,$B=\{b\}$,则 $A\cap(\complement_U B)=$ ( )

A. $\varnothing$　B. $\{a\}$　C. $\{c\}$　D. (a,c)

【解析】$\because B=\{b\}$,$\therefore \complement_U B=\{a,c,d\}$,$\therefore A\cap(\complement_U B)=\{a,c\}$,故选 D.

【答案】D

7. (2007·安徽)若 $A=\{x\in\mathbf{Z}|2\leqslant 2^{2-x}<8\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}||\log_2 x|>1\}$,则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}} B)$ 的元素个数为 ( )

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

【解析】$A=\{0,1\}$,$B=\{x|x>2$ 或 $0<x<\frac{1}{2}\}$.

$\therefore A\cap(\complement_{\mathbf{R}} B)=\{0,1\}$,故选 C.

【答案】C

课堂讲练互动

教学案例(一)　考点各个击破

考点1　集合的含义与表示

考点归纳

要注意集合元素的确定性、互异性、无序性的运用,即分析问题,要看能否用它找到解题的切入点;最后再检验元素是否满足"三性".表示集合要选择适当的方法,如:列举法、描述法、区间法、图示法等.由于空集较特殊,即 $\varnothing\subseteq A$,又易被忽视,应处处提高警惕.

考点探究

【例1】设 $A=\{-4,2a-1,a^2\}$,$B=\{9,a-5,1-a\}$,已知 $A\cap B=\{9\}$,求实数 a 的值.　(2006·湖北省重点中学联考题)

【解析】$\because A\cap B=\{9\}$,$\therefore 9\in A$.

若 $2a-1=9$,则 $a=5$.

此时 $A=\{-4,9,25\}$,$B=\{9,0,-4\}$,

$A\cap B=\{9,-4\}$,与已知矛盾,舍去.

若 $a^2=9$,则 $a=\pm 3$.

当 $a=3$ 时,$A=\{-4,5,9\}$,$B=\{-2,-2,9\}$.

B 中有 2 个元素均为 -2,与集合中元素的互异性矛盾,应舍去.

当 $a=-3$ 时,$A=\{-4,-7,9\}$,$B=\{9,-8,4\}$,符合题意.

综上所述,$a=-3$.

【点评】本题考查集合元素的基本特征——确定性、互异性、无序性,切入点是分类讨论思想,由于集合中元素用字母表示,检验结果必不可少.

【例2】给定集合 A,B,定义 $A*B=\{x|x=m-n,m\in A,n\in B\}$,若 $A=\{4,5,6\}$,$B=\{1,2,3\}$,则集合 $A*B$ 中的所有元素之和为 ( )

A. 15　　B. 14　　C. 27　　D. -14

【解析】由于 $A=\{4,5,6\}$,$B=\{1,2,3\}$.

$\therefore A*B=\{5,4,3,2,1\}$,故其所有元素和为 $5+4+3+2+1=15$,故选 A.

【点评】这是一个综合创新题,吃透新定义是此题的关键.解答这类信息迁移题,要注意紧扣题目中给出的新定义,将新旧知识联系起来,并用已有的解题方法来分析、解决新的问题.

考点拓展

1. 有关集合问题解决一要借助于概念,二要借助于数轴,三要借助于 Venn 图,四要借助于函数图象.

2. 在集合的描述法中特别关注代表元素的形式,如 $\{y|y=x^2\}$,$\{x|y=x^2\}$,$\{(x,y)|y=x^2\}$ 均表示不同的集合.

考点应用

1. 下列六种表示法

①$\{x=-1,y=2\}$　　②$\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}\right\}$

③$\{-1,2\}$　　④$(-1,2)$

⑤$\{(-1,2)\}$　　⑥$\{x,y|x=-1$ 或 $y=2\}$

能正确表示方程组 $\begin{cases}2x+y=0\\x-y+3=0\end{cases}$ 的解集的是 ( )

A. ①②③④⑤⑥　　B. ②③④⑤

C. ②⑤　　D. ②⑤⑥

【解析】方程组的解易求出为 $\begin{cases}x=-1,\\y=2.\end{cases}$

写成集合时,应表示成一对有序实数对 $(-1,2)$,然后,再分析题设六种表示方法,即可得出结论.

$\because \left\{(x,y)\mid \begin{cases}2x+y=0\\x-y+3=0\end{cases}\right\}=\left\{(x,y)\mid \begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}\right\}$

∴应选C.

【答案】C

2. (2006·山东)定义集合运算 $A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$. 设集合 $A=\{0,1\}$, $B=\{2,3\}$, 则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为 ( )

A. 0　B. 6　C. 12　D. 18

【解析】$A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$,

∴当 $A=\{0,1\}$, $B=\{2,3\}$ 时, $A\odot B=\{0,6,12\}$, 于是 $A\odot B$ 的所有元素之和为 $0+6+12=18$.

故选D.

【答案】D

3. 设集合 $M=\{x|x=5-4a+a^2,a\in\mathbf{R}\}$, $N=\{y|y=4b^2+4b+2,b\in\mathbf{R}\}$, 则下列关系正确的是 ( )

A. $M=N$　B. $M\subsetneqq N$　C. $M\supsetneqq N$　D. $M\subseteq N$

【解析】集合 $M=\{x|x=5-4a+a^2,a\in\mathbf{R}\}=\{x|x=(a-2)^2+1,a\in\mathbf{R}\}=\{x|x\geqslant1\}$, $N=\{y|y=4b^2+4b+2,b\in\mathbf{R}\}=\{y|y=(2b+1)^2+1,b\in\mathbf{R}\}=\{y|y\geqslant1\}$.

∴ $M=N$.

【答案】A

考点2　集合间的基本关系

考点归纳

集合的交集、并集、补集运算是重点内容,在学习时要重视数形结合思想的运用,数集往往借助数轴进行;点集则借助平面直角坐标系;有时可以借助文氏图进行运算.

考点探究

【例3】已知集合 $A=\{x|0<ax+1\leqslant5\}$,

集合 $B=\{x|-\frac{1}{2}<x\leqslant2\}$.

(1)若 $A\subseteq B$,求实数 a 的取值范围;

(2)若 $B\subseteq A$,求实数 a 的取值范围;

(3) A、B 能否相等?若能,求出 a 的值;若不能,试说明理由.

【点拨】利用数轴作工具,使问题得到解决.

【解析】A 中不等式的解集应分三种情况讨论:

①若 $a=0$,则 $A=\mathbf{R}$;

②若 $a<0$,则 $A=\{x|\frac{4}{a}\leqslant x<-\frac{1}{a}\}$;

③若 $a>0$,则 $A=\{x|-\frac{1}{a}<x\leqslant\frac{4}{a}\}$.

(1)当 $a=0$ 时,若 $A\subseteq B$,此种情况不存在.

当 $a<0$ 时,若 $A\subseteq B$,则 $\begin{cases}\frac{4}{a}>-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{a}\leqslant2\end{cases}$,

$\therefore \begin{cases}a<-8\\a\leqslant-\frac{1}{2}\end{cases}$, $\therefore a<-8$.

当 $a>0$ 时,若 $A\subseteq B$,则 $\begin{cases}-\frac{1}{a}\geqslant-\frac{1}{2}\\\frac{4}{a}\leqslant2\end{cases}$, $\therefore \begin{cases}a\geqslant2\\a\geqslant2\end{cases}$,

∴ $a\geqslant2$. 综上知,此时 a 的取值范围是 $a<-8$ 或 $a\geqslant2$.

(2)当 $a=0$ 时,显然 $B\subseteq A$;

当 $a<0$ 时,若 $B\subseteq A$,则 $\begin{cases}\frac{4}{a}\leqslant-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{a}>2\end{cases}$, $\therefore \begin{cases}a\geqslant-8\\a>-\frac{1}{2}\end{cases}$.

$\therefore -\frac{1}{2}<a<0$;

当 $a>0$ 时,若 $B\subseteq A$,则 $\begin{cases}-\frac{1}{a}\leqslant-\frac{1}{2}\\\frac{4}{a}\geqslant2\end{cases}$,

$\therefore \begin{cases}a\leqslant2\\a\leqslant2\end{cases}$. $\therefore 0<a\leqslant2$.

综上知,当 $B\subseteq A$ 时, $-\frac{1}{2}<a\leqslant2$.

(3)当且仅当 A、B 两个集合互相包含时, $A=B$,由(1)、(2)知, $a=2$.

【点评】在解决两个数集关系问题时,避免出错的一个有效手段是合理运用数轴帮助分析与求解,另外,在解含有参数的不等式(或方程)时,要对参数进行讨论. 分类时要遵循"不重不漏"的分类原则,然后对于每一类情况都要给出问题的解答. 分类讨论的一般步骤:①确定标准;②恰当分类;③逐类讨论;④归纳结论.

考点应用

4. (2006·中山)已知集合 $P=\{1,2\}$,那么满足 $Q\subseteq P$ 的集合 Q 的个数是 ( )

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

【解析】$Q=\{1\}$ 或 $\{2\}$ 或 $\{1,2\}$ 或 $\varnothing$,故共有4个,总结结论:若集合 A 中含有 n 个元素,则其子集个数为 2^n 个,真子集为 2^n-1 个.

【答案】A

5. $M=\{x|x^2=1\}$, $N=\{x|ax=1\}$,若 $N\subsetneqq M$,则 a 的值为______.

【解析】$M=\{-1,1\}$, $N\subsetneqq M$, ∴ $N=\phi$ 或 $\{1\}$ 或 $\{-1\}$,

① $N=\phi$ 时, $a=0$

② $N=\{1\}$ 时, $a=1$

③ $N=\{-1\}$ 时, $a=-1$

∴ $a=0$ 或 1 或 -1.

【答案】$0,\pm1$

6. 设集合 $P=\{m|-1<m<0\}$, $Q=\{m\in\mathbf{R}|mx^2+4mx-4<0$ 对任意实数 x 恒成立$\}$,则下列关系中成立的是 ( )

A. $P\subsetneqq Q$　　B. $Q\not\subseteq P$

C. $P=Q$　　D. $P\cap Q=\varnothing$

【解析】对集合 Q 中的元素,①当 $m=0$ 时, $-4<0$ 恒成立;②当 $m<0$ 时,需 $\Delta=(4m)^2-4\times m\times(-4)<0$,解得 $-1<m<0$,综①②知 $-1<m\leqslant0$,

∴ $Q=\{m\in\mathbf{R}|-1<m\leqslant0\}$, ∴ $P\subsetneqq Q$.

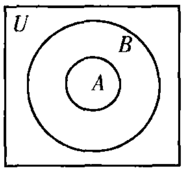
【答案】A

7. 设集合 A,B 是全集 $\mathbf{U}$ 的两个子集,则 $A\subsetneqq B$ 是 $(\complement_U A)\cup B=\mathbf{U}$ 的 ( )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解析】利用 Venn 图法,选A.



【答案】A

8. (2006·湖南)设$f(x)=\dfrac{x-a}{x-1}$,集合$M=\{x|f(x)<0\}$,$P=\{x|f'(x)>0\}$,若$M\subsetneqq P$,则实数a的取值范围是　(　　)

A. $(-\infty,1)$　　B. $(0,1)$

C. $(1,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

【解析】$\because f(x)=1+\dfrac{1-a}{x-1}$,

$\therefore f'(x)=\dfrac{a-1}{(x-1)^2}$,

当$f'(x)>0$时,有$a>1$.

$\therefore M=\{x|1<x<a\}$,$P=\{x|x\neq1\}$,又$\because M\subsetneqq P$,

$\therefore a>1$

故选C

【答案】C

考点3　集合的运算

考点归纳

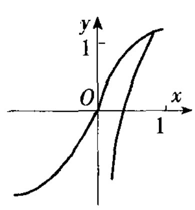
集合的子交并补运算是重点内容,在学习时要重视数形结合思想的运用,数集往往借助数轴进行;点集则借助平面直角坐标系;有时可以借助文氏图进行运算.

考点探究

【例4】(2006·上海春招)若集合$A=\{y|y=x^{\frac{1}{3}},-1\leqslant x\leqslant1\}$,$B=\{y|y=2-\dfrac{1}{x},0<x\leqslant1\}$,则$A\cap B$等于　(　　)

A. $(-\infty,1]$　B. $[-1,1]$　C. $\varnothing$　D. $\{1\}$

【解析】根据题意求出集合A和B的元素,再求公共元素所组成的集合,便可得正确选项.也可画出图象,求函数值的公共部分.



方法一:$A=\{y|-1\leqslant y\leqslant1\}$,$B=\{y|y\leqslant1\}$,$A\cap B=A=[-1,1]$.因此,选B.

方法二:(数形结合法)如图,从两个函数图象上可以看出它们的函数值的交集是公共部分,即$[-1,1]$,因此,选B.

【点评】解答本类题目,必须弄清集合中的元素是什么,是函数关系中自变量的取值,还是因变量的取值,还是曲线上的点……数形结合是解集合问题的常用方法,解题时要尽可能地借助数轴、直角坐标系或韦恩图等工具,将抽象的代数问题具体化、形象化、直观化,然后利用数形结合的思想方法解决.

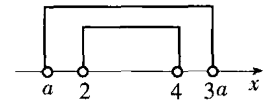
【例5】已知集合$A=\{x|x^2-6x+8<0\}$,$B=\{x|(x-a)\cdot(x-3a)<0\}$.

(1)若$A\subseteq B$,求a的取值范围.

(2)若$A\cap B=\varnothing$,求a的取值范围.

(3)若$A\cap B=\{x|3<x<4\}$,求a的取值范围.

【点拨】此题主要考查集合间的包含关系、集合运算、分类讨论等基础知识,考查运算、分析问题、解决问题的能力.本题可结合数轴进行分析.



【解析】$\because A=\{x|x^2-6x+8<0\}$,

$\therefore A=\{x|2<x<4\}$.

(1)当$a>0$时,$B=\{x|a<x<3a\}$,

应满足$\begin{cases}a\leqslant2\\3a\geqslant4\end{cases}\Rightarrow\dfrac{4}{3}\leqslant a\leqslant2$,

当$a<0$时,$B=\{x|3a<x<a\}$,

应满足$\begin{cases}3a\leqslant2\\a\geqslant4\end{cases}\Rightarrow a\in\varnothing$,$\therefore A\subseteq B$时,$\dfrac{4}{3}\leqslant a\leqslant2$.

(2)要满足$A\cap B=\varnothing$,

当$a>0$,$B=\{x|a<x<3a\}$,$a\geqslant4$或$3a\leqslant2$,

$\therefore 0<a\leqslant\dfrac{2}{3}$或$a\geqslant4$;

当$a<0$时,$B=\{x|3a<x<a\}$,$a\leqslant2$或$a\geqslant\dfrac{4}{3}$,

$\therefore a<0$时成立,验证知当$a=0$时也成立.

综上所述,$a\leqslant\dfrac{2}{3}$或$a\geqslant4$时,$A\cap B=\varnothing$.

(3)要满足$A\cap B=\{x|3<x<4\}$,显然$a>0$且$a=3$时成立,

$\because$此时$B=\{x|3<x<9\}$,而$A\cap B=\{x|3<x<4\}$,

故所求a的值为3.

【点评】(1)本题为集合在一定约束条件下求参数的问题,涉及集合的运算,其转化途径常通过两个方面:一是分析、简化每个集合;二是利用两集合元素的性质.

(2)本题体现了分类讨论的思想,分类的关键点在于比较出a与$3a$的大小,进而将集合B表示出来.

考点拓展

(1)解决用符号描述法表示的集合问题时,弄清集合的元素特征是关键.(2)用图形表示集合,使抽象问题形象化,正确转化是解题的前提.(3)把集合作为工具应用,解题的关键在于拨开利用集合来叙述问题的这一面纱,把它转化为其他的数学本质问题,从而使问题顺利地解决.

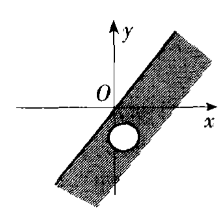
考点应用

9. 已知集合$A=\{(x,y)|y-\sqrt{3}x\leqslant0\}$,集合$B=\{(x,y)|x^2+(y-a)^2\leqslant1\}$,若$A\cap B=B$,则实数$a$的取值范围是　(　　)

A. $[2,+\infty)$　　B. $(-\infty,-2]$

C. $[-2,2]$　　D. $(-\infty,2]\cup[2,+\infty)$

【解析】集合A表示直线$y=\sqrt{3}x$及其右下方区域,集合B表示以$(0,a)$为圆心,以1为半径的动圆面,



由于$A\cap B=B$,$\therefore B\subseteq A$,

$\therefore$动圆必须在不等式$y-\sqrt{3}x\leqslant0$所表示的平面区域内,如图所示,由此可得关系式

$\begin{cases}a<0\\\dfrac{|a-0\times\sqrt{3}|}{\sqrt{1+3}}\geqslant1\end{cases}$　$\therefore a\leqslant-2$.故选B.

【答案】B

10. 设$f(n)=2n+1(n\in\mathbf{N})$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$. 记$\hat{P}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in P\}$，$\hat{Q}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in Q\}$，则$\hat{P}\cap \complement_{\mathbf{N}}\hat{Q})\cup(\hat{Q}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{P})=$ （　　）

A. $\{0,3\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{1,2,6,7\}$

【解析】$\because f(n)=2n+1(n\in\mathbf{N})$，$\therefore f(n)$为奇数.

$\therefore \hat{P}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in P\}=\{0,1,2\}$，

$\hat{Q}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in Q\}=\{1,2,3\}$.

$\therefore(\hat{P}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{Q})\cup(\hat{Q}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{P})=\{0,3\}$. 故选A.

【答案】A

11. 设I为全集，S_1、S_2、S_3是I的三个非空子集且$S_1\cup S_2\cup S_3=$I，则下列论断正确的是 （　　）

A. $\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$

B. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cap\complement_I S_3$

C. $\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$

D. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$

【解析】$\because S_1\cup S_2\cup S_3=I$，$\therefore \complement_I(S_1\cup S_2\cup S_3)=\varnothing$，

即$(\complement_I S_1)\cap(\complement_I S_2)\cap(\complement_I S_3)=\varnothing$. 故选C.

【答案】C

【点评】本题利用了集合运算的两个性质：①$\complement_I I=\varnothing$；②$\complement_I(S_1\cup S_2)=(\complement_I S_1)\cap(\complement_I S_2)$.

考点4　集合的综合应用

考点归纳

集合与其它知识点的联系在高考中经常考，并且渗透集合语言叙述的综合题也屡见不鲜，常与函数、方程、不等式、数列、解析几何为背景构造一类综合性题目. 其中高考热点是集合与不等式的综合题.

考点探究

【例6】记函数$f(x)=\lg(2x-3)$的定义域为集合M，函数$g(x)=\sqrt{1-\dfrac{2}{x-1}}$的定义域为集合$N$.

求(Ⅰ)集合M,N；

(Ⅱ)集合$M\cap N$，$M\cup N$.

【解析】(Ⅰ)$M=\{x|2x-3>0\}=\{x|x>\dfrac{3}{2}\}$；

$N=\{x|1-\dfrac{2}{x-1}\geqslant 0\}=\{x|\dfrac{x-3}{x-1}\geqslant 0\}$

$=\{x|x\geqslant 3$ 或 $x<1\}$.

(Ⅱ)$M\cap N=\{x|x\geqslant 3\}$；

$M\cup N=\{x|x<1$ 或 $x>\dfrac{3}{2}\}$.

【点评】本题考查函数的定义域以及集合的运算以及不等式的解法. 求定义域转化为解不等式. 借助于数，求数集合的交集和并集.

【例7】设$I=\{1,2,3,4\}$，A与B是I的子集，若$A\cap B=\{2,1\}$，则称(A,B)为一个"理想配集"，规定(A,B)和(B,A)是两个不同的"理想配集"，那么符合此条件的"理想配集"的个数是 （　　）

A. 4　　B. 8　　C. 9　　D. 16

【点拨】解答信息迁移问题，关键在理解新信息并把它纳入已有的知识体系中，用原来的知识和方法来解决新情境下的问题.

【解析】由A与B是集合I的子集，且$A\cap B=\{1,2\}$，得A,B应为$\{1,2\}$，$\{1,2,3\}$，$\{1,2,4\}$，$\{1,2,3,4\}$中的一个.

由定义知，

①若$A=\{1,2\}$，则集合B可以取以上4个集合中的任何一个，共有4种不同的情形；

②若$A=\{1,2,3\}$，则集合B可以取$\{1,2\}$，$\{1,2,4\}$中的任何一个，共有2种不同的情形；

③若$A=\{1,2,4\}$，则集合B可以取$\{1,2\}$，$\{1,2,3\}$中的任何一个，共有2种不同的情形；

④若$A=\{1,2,3,4\}$，则集合B可以取$\{1,2\}$这一种情形.

综上可知，适合题意的情形共有$4+2+2+1=9$种.

故选C.

【点评】本题主要考查集合的运算以及分类讨论思想，阅读迁移的能力，体现了最新《考试大纲》的"要构造有一定深度和广度的数学问题"的高考命题要求.

【例8】(2006·全国Ⅱ)设$a\in\mathbf{R}$，二次函数$f(x)=ax^2-2x-2a$，设不等式$f(x)>0$的解集为A，又知$B=\{x|1<x<3\}$，若$A\cap B\neq\varnothing$，求a的取值范围.

【点拨】若从正面考虑，解$f(x)>0$，显然较繁，故考虑对立面，先求$A\cap B=\varnothing$时a的范围，然后取补集.

【解析】$\because f(x)$为二次函数，$\therefore a\neq 0$.

①当$a>0$时，

$A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)\leqslant 0\\ f(3)\leqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-2-2a\leqslant 0\\ 9a-6-2a\leqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow -2\leqslant a\leqslant\dfrac{6}{7}$，

$\therefore 0<a\leqslant\dfrac{6}{7}$.

②当$a<0$时，

$A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)\leqslant 0\\ f(3)\leqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow -2\leqslant a\leqslant\dfrac{6}{7}$，$\therefore -2\leqslant a<0$.

$\therefore$ 当$A\cap B=\varnothing$时，$-2\leqslant a\leqslant 0$或$0<a\leqslant\dfrac{6}{7}$.

又$\because a\in\mathbf{R}$，且$a\neq 0$，$\therefore A\cap B\neq\varnothing$时，$a<-2$或$a>\dfrac{6}{7}$.

$\therefore a$的取值范围是$(-\infty,-2)\cup(\dfrac{6}{7},+\infty)$.

【点评】当从正面求一个集合比较麻烦时，可以考虑先求其补集，然后再取补集. 这种补集的思想可以化繁为简.

考点应用

12. 设集合$A=\{x|x^2-5x+4>0\}$，$B=\{x|x^2-2ax+(a+2)=0\}$，若$A\cap B\neq\varnothing$，求实数a的取值范围.

【答案】$\{a|a\leqslant -1$ 或 $a>\dfrac{18}{7}\}$

13. 设集合$A=\{(x,y)|ay^2-x-1=0\}$，$B=\{(x,y)|4x^2+2x-2y+5=0\}$，$C=\{(x,y)|y=kx+b\}$.

若$a=1$，是否存在自然数k和b，使得$(A\cap C)\cup(B\cap C)=\varnothing$？若存在，请求出$k$和$b$的值；若不存在，请说明理由.

【解析】$\because(A\cap C)\cup(B\cap C)=\varnothing$，

$\therefore A\cap C=\varnothing$且$B\cap C=\varnothing$.

即方程组$\begin{cases}y^2=x+1,\\ y=kx+b\end{cases}$与$\begin{cases}4x^2+2x-2y+5=0,\\ y=kx+b\end{cases}$都无解.

根据数形结合可知$1<b<2.5$且$b\in\mathbf{N}^*$，

$\therefore b=2$.

从而$\begin{cases}y^2=x+1\\ y=kx+2\end{cases}$，无解，

即 $k^2x^2+(4k-1)x+3=0$ 无解，故 $\Delta<0$.

$1-\frac{\sqrt{3}}{2}<k<1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ 且 $k\in\mathbf{N}$，$\therefore k=1$.

此时 $\begin{cases}4x^2+2x-2y+5=0\\ y=x+2\end{cases}$，

无解，故 $k=1,b=2$.

教学案例(二) 知能整体提升

重点难点突破

1. 重点

了解集合的含义与表示方法，理解集合间包含与相等的含义，会用集合语言表达数学对象或数学内容，理解两个集合的并集与交集的含义，会用集合语言解决相关问题.

2. 难点

区别元素与集合的属于、包含关系，恰当选择列举法和描述法表示集合，理解交集、并集、补集的概念及其符号之间的区别，特别注意空集的情况.

3. 疑难点突破

本节内容有以下常见疑难问题：一是对于抽象符合的理解与记忆，如“$\subset$”与“$\in$”，几种数集的符合，描述法表示集合等；二是集合中元素含有字母时，容易忽视元素的互异性而导致失误；三是集合的包含关系转化为等式或不等式问题；四是集合运算问题，Venn 图和数轴是帮助理解交集、并集、补集的概念，正确进行集合运算的良好工具，在应用中注意体会.

考点题型探究

题型一 利用集合中元素的性质解题

【例 1】2008 年第 29 届奥运会将在北京召开，现有三个实数的集合，既可以表示为 $\{a,\frac{b}{a},1\}$，也可表示为 $\{a^2,a+b,0\}$，则 $a^{2008}+b^{2008}=$________.

【点拨】根据集合中元素的确定性，我们不难得到两集合的元素是相同的，这样需要列方程组分类讨论，显然复杂又繁琐. 这时若能发现 0 这个特殊元素，和 $\frac{b}{a}$ 中的 a 不为 0 的隐含信息，就能得到如下解法.

【解析】由已知得 $\frac{b}{a}=0$，及 $a\neq0$，所以 $b=0$，于是 $a^2=1$，即 $a=1$ 或 $a=-1$. 又根据集合中元素的互异性 $a=1$ 应舍去，因而 $a=-1$，故 $a^{2008}+b^{2008}=(-1)^{2008}=1$.

【点评】1. 利用集合中元素的特点，列出方程组求解，但仍然要检验，看所得结果是否符合集合元素的互异性的特征.

2. 此类问题还可以根据两集合中元素的和相等，元素的积相等，列出方程组求解，但仍然要检验.

【变式训练】设全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{|2a-1|,2\}$，$\complement_U A=(5)$，求实数 a 的值.

【点拨】由 $\complement_U A=\{5\}$ 知，$5\in U$，$5\notin A$，故由 $a^2+2a-3=5$，可求得 a.

【解析】$\because \complement_U A=\{5\}$，$\therefore 5\in U$，且 $|2a-1|=3$.

$\therefore \begin{cases}a^2+2a-3=5\\ |2a-1|=3\end{cases}$

解得 $a=2$.

【点评】(1)在进行集合的子集、并集、交集、补集运算时，首先要明确各运算的定义，可首先考虑 Venn 图，这样可提高思维起点，缩短运算过程，提高数形结合能力.

(2)本题易犯错误：由 $a^2+2a-3=5$ 解得 $a=2$，或 $a=-4$，而忽视了隐含条件 $A\subsetneqq U$，或者说忘记了检验集合中的元素是否满足题意.

题型二 利用集合与集合的关系解参数的取值问题

【例 2】设集合 $A=\{x|x^2+x-2\leqslant0\}$，$B=\{x|2<x+1\leqslant4\}$，$C=\{x|x^2+bx+c>0\}$ 满足 $(A\cup B)\cap C=\varnothing$，且 $(A\cup B)\cup C=\mathbf{R}$，求 b,c.

【点拨】条件 $A\cup B\cap C=\varnothing$，$(A\cup B)\cup C=\mathbf{R}$，

即 $\complement_R(A\cup B)=C$.

【解析】$A=\{x|-2\leqslant x\leqslant1\}$，$B=\{x|1<x\leqslant3\}$，

$\therefore A\cup B=\{x|-2\leqslant x\leqslant3\}=[-2,3]$.

$\because (A\cup B)\cup C=\mathbf{R}$，$(A\cup B)\cap C=\varnothing$，

$\therefore C=(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$.

$\therefore -2,3$ 是方程 $x^2+bx+c=0$ 的两根，

$\therefore b=-(-2+3)=-1$，$c=-6$.

【点评】(1)空集是不含任何元素的集合，是一个特殊集合，不能忽视其性质.

(2)集合作为一种数学语言，在各部分有广泛的渗透性和联系性. 高考的其他考点也经常用集合语言“包装”，要搞清其本质含义.

(3)由于集合的联系性较强，应注意体会和提炼数学思想(如数形结合，方程思想和分类讨论思想).

【变式训练】(2007·西安交大附中模拟)设 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$.

(1)若 $A\cap B=A\cup B$，求 a 的值；

(2)若 $\varnothing\subsetneqq A\cap B$，且 $A\cap C=\varnothing$，求 a 的值；

(3)若 $A\cap B=A\cap C\neq\varnothing$，求 a 的值.

【答案】(1)此时当且仅当 $A=B$，由韦达定理可得 $a=5$ 和 $a^2-19=6$ 同时成立，即 $a=5$.

(2)由于 $B=\{2,3\}$，$C=\{-4,2\}$，故只可能 $3\in A$. 此时 $a^2-3a-10=0$，即 $a=5$ 或 $a=-2$，由(1)可得 $a=-2$.

(3)此时只可能 $2\in A$，有 $a^2-2a-15=0$，即 $a=5$ 或 $a=-3$，由(1)可得 $a=-3$.

题型三 与集合有关的新概念问题

【例 3】设数集 $M=\{x|m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\}$，$N=\{x|n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\}$，且 M、N 都是集合 $\{x|0\leqslant x\leqslant1\}$ 的子集，如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 的“长度”，那么集合 $M\cap N$ 的“长度”的最小值是 ( )

A. $\frac{1}{3}$　B. $\frac{2}{3}$　C. $\frac{1}{12}$　D. $\frac{5}{12}$

【点拨】用区间的长度来刻画集合，使“长度”的概念有了更深层次的内涵.

【解析】方法一　由已知可得 $\begin{cases}m\geqslant0\\ m+\frac{3}{4}\leqslant1\end{cases}$，即 $0\leqslant m\leqslant\frac{1}{4}$；

$\begin{cases} n-\frac{1}{3}\geqslant 0 \\ n\leqslant 1 \end{cases}$,即$\frac{1}{3}\leqslant n\leqslant 1$. 取字母 m 的最小值 0,字母 n 的最大值 1,可得 $M=[0,\frac{3}{4}]$,$N=[\frac{2}{3},1]$,

$\therefore M\cap N=[0,\frac{3}{4}]\cap[\frac{2}{3},1]=[\frac{2}{3},\frac{3}{4}]$. 此时得集合 $M\cap N$ 的"长度"为$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{1}{12}$,故应选 C.

方法二　从另外一个角度也可解得此题,集合 M 的长度为$\frac{3}{4}$,集合 N 的长度为$\frac{1}{3}$.

由于 M、N 都是集合 $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的子集,而 $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的长度为 1,

由此得集合 $M\cap N$ 的"长度"的最小值是$(\frac{3}{4}+\frac{1}{3})-1=\frac{1}{12}$.

【答案】C

【点评】以集合为背景将其它的长度等概念交汇于命题之中,是高考集合命题的一大特色,探究解题时紧扣定义及其相互间的联系,巧妙应用特殊化思想可以使解题的思路更为简捷.

【变式训练】两个集合 A,B 之差记做"$A-B$",定义为 $A-B=\{x|x\in A$ 且 $x\notin B\}$,如果集合 $A=\{x|\log_2 x<1\}$,$B=\{x||x-2|<1\}$,那么 $A-B$ 等于　(　　)

A. $\{x|x\leqslant 1\}$　　B. $\{x|x\geqslant 3\}$

C. $\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$　　D. $\{x|0<x\leqslant 1\}$

【解析】由题意知,$A=\{x|0<x<2\}$,$B=\{x|1<x<3\}$,

$\therefore A-B=\{x|0<x\leqslant 1\}$,故选 D.

【答案】D

题型四　集合知识的综合应用

【例 4】(2007·北京)已知集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_k\}(k\geqslant 2)$,其中 $a_i\in\mathbf{Z}(i=1,2,\cdots,k)$,由 A 中的元素构成两个相应的集合:

$S=\{(a,b)|a\in A,b\in A,a+b\in A\}$;$T=\{(a,b)|a\in A,b\in A,a-b\in A\}$,其中$(a,b)$是有序数对,集合 S 和 T 中的元素个数分别为 m 和 n.

若对于任意的 $a\in A$,总有 $-a\notin A$,则称集合 A 具有性质 P.

(1)检验集合$\{0,1,2,3\}$与$\{-1,2,3\}$是否具有性质 P,并对其中具有性质 P 的集合,写出相应的集合 S 和 T;

(2)对任何具有性质 P 的集合 A,证明:$n\leqslant\frac{k(k-1)}{2}$;

(3)判断 m 和 n 的大小关系,并证明你的结论.

【解析】(1)集合$\{0,1,2,3\}$不具有性质 P.

集合$\{-1,2,3\}$具有性质 P,其相应的集合 S 和 T 是

$S=\{(-1,3),(3,-1)\}$,$T=\{(2,-1),(2,3)\}$.

(2)首先,由 A 中元素构成的有序数对(a_i,a_j)共有 k^2 个.

因为 $0\notin A$,所以$(a_i,a_i)\notin T(i=1,2,\cdots,k)$;

又因为 $a\in A$,$-a\notin A$,所以当$(a_i,a_j)\in T$ 时,$(a_j,a_i)\notin T(i,j=1,2,\cdots,k)$,

从而,集合 T 中元素的个数最多为$\frac{1}{2}(k^2-k)=\frac{k(k-1)}{2}$,即 $n\leqslant\frac{k(k-1)}{2}$.

(3)$m=n$. 证明如下:

①对于$(a,b)\in S$,根据定义,$a\in A$,$b\in A$,且 $a+b\in A$,从而$(a+b,b)\in T$.

如果(a,b)与(c,d)是 S 的不同元素,那么 $a=c$ 与 $b=d$ 中至少有一个不成立,

从而 $a+b=c+d$ 与 $b=d$ 中也至少有一个不成立,

故$(a+b,b)$与$(c+d,d)$也是 T 的不同元素.

可见,S 中元素的个数不多于 T 中元素的个数,

即 $m\leqslant n$.

②对于$(a,b)\in T$,根据定义,$a\in A$,$b\in A$,且 $a-b\in A$,从而$(a-b,b)\in S$.

如果(a,b)与(c,d)是 T 的不同元素,那么 $a=c$ 与 $b=d$ 中至少有一个不成立,

从而 $a-b=c-d$ 与 $b=d$ 中也至少有一个不成立,

故$(a-b,b)$与$(c-d,d)$也是 S 的不同元素.

可见,T 中元素的个数不多于 S 中元素的个数,

即 $n\leqslant m$.

由①②可知,$m=n$.

【点评】本题主要考查学生的知识迁移能力以及集合的性质,同时考查了反证法的运用,这是一道考查学生抽象思维能力的题目.

规律方法总结

1. 解答集合问题,必须准确理解集合的有关概念,对于用描述法给出的集合$\{x|x\in P\}$,要紧紧抓住竖线前面的代表元素 x 以及它所具有的性质 P,例如:$A=\{x|y=2^x\}=\mathbf{R}$,而 $B=\{y|y=2^x\}=\{y|y>0\}$.

2. 集合的元素必须满足三性:确定性、互异性、无序性. 解决与集合有关问题时,一方面,在解答完毕之时,不要忘记检验集合的元素是否满足这三性;另一方面,善于抓住集合元素的三性,就能顺利地找到解题的切入点.

3. 准确理解子集、真子集的概念

(1)空集是任何非空集合的真子集,即 $\varnothing\subsetneqq A$(A 是非空集合).

(2)任何集合都是它本身的子集,即 $A\subseteq A$.

(3)子集、真子集都有传递性,即若 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$,若 $A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$,则 $A\subsetneqq C$.

(4)n 个元素组成的集合的子集有 2^n 个,真子集有 2^n-1 个,非空真子集有 2^n-2 个.

4. 空集和全集是集合中的特殊集合,应引起重视,避免误解和遗漏. 若 $A\subseteq B$,则应优先考虑 $A=\varnothing$ 的情况.

5. 集合的交、并、补运算是集合的核心,其关键在于对"且"与"或"的正确理解:"且"的意思与通常理解的"既是…,同时是…"是一样的;"或"则与通常理解的"非此即彼"有区别,它可以是两者兼有.

6. 集合的运算性质

(1)交集:①$A\cap B=B\cap A$　②$A\cap A=A$

③$A\cap\varnothing=\varnothing$　④$A\cap B\subseteq A$,$A\cap B\subseteq B$

⑤$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$

(2)并集:①$A\cup B=B\cup A$　②$A\cup A=A$

③$A\cup\varnothing=A$　④$A\cup B\supseteq A$,$A\cup B\supseteq B$

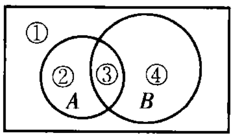
⑤$A\cup B=B\Leftrightarrow A\subseteq B$

(3)交集、并集、补集的关系

①$A\cap\complement_U A=\varnothing$;$A\cup\complement_U A=U$.

②$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$;$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$.

③对于元素个数的计算问题,可参照下图,其中 U 为全集:



区域①、②、③、④分别表示：$\complement_U(A\cup B)$、$A\cap\complement_U B$、$A\cap B$、$B\cap\complement_U A$.

7. 解决集合问题时要注意以下几点：①明确集合的元素的意义，它是怎样类型的对象（如数、点、图形等）；②弄清集合由哪些元素所组成，这就需要我们把抽象的问题具体化、形象化，也就是善于对集合的三种语言（文字、符号、图形）之间相互转化，同时还要善于对用多个参数表示的符号描述法$\{x|P(x)\}$的集合化到最简形式；③要善于运用数形结合、分类讨论、化归与转化等数学思想方法来解决集合的问题；④集合问题多与函数、方程、不等式等知识综合在一起，要注意各类知识的融汇贯通.

课后巩固提高

考点名称	基础过关	能力达标	思维创新
考点1　集合概念性质	1	2、12	
考点2　集合关系		3、5、9	4、15
考点3　集合运算	7、8	6、10、11、13	14

1. 由实数$x,-x,|x|,\sqrt{x^2},-\sqrt[3]{x^3}$组成的集合中，最多含有元素　(　　)

A. 2个　B. 3个　C. 4个　D. 5个

【解析】根据互异性可知，集合应为$\{x,-x\}(x\neq0)$或$\{0\}$，故最多含2个元素.

【答案】A

2. 对于任意$x、y\in\mathbf{R}$，且$xy\neq0$，由$\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{xy}{|xy|}$的值组成的集合中元素的个数为　(　　)

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

【解析】提示：由题设知$x\neq0$且$y\neq0$.

则当$x>0$时，$\frac{x}{|x|}=1$，当$x<0$时，$\frac{x}{|x|}=-1$.

同理，$\frac{y}{|y|}=1$或-1，$\frac{xy}{|xy|}=1$或-1.

当$x、y$同正时，$\frac{x}{|x|}=1$，$\frac{y}{|y|}=1$，$\frac{xy}{|xy|}=1$，则值为3.

当$x、y$同负时，$\frac{x}{|x|}=-1$，$\frac{y}{|y|}=-1$，$\frac{xy}{|xy|}=1$，则值为-1.

当$x、y$异号时，$\frac{x}{|x|}$、$\frac{y}{|y|}$中一个为1，另一个为-1，而$\frac{xy}{|xy|}=-1$，则值为-1.

综上可知，$\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{xy}{|xy|}=3$或$-1$.

故选B.

【答案】B

3. 已知$A=\{1,2\}$，$B=\{x|x\in A\}$，则集合A与B的关系为(　　)

A. $A\in B$　B. $A\notin B$　C. $A=B$　D. $B\subseteq A$

【解析】由集合B，$x\in A$知，$B=\{1,2\}$，故选C.

【答案】C

4. 同时满足①$M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，②若$a\in M$，则$6-a\in M$的非空集合M有　(　　)

A. 32个　B. 15个　C. 7个　D. 6个

【解析】由已知，集合M中的元素必须同时具备两个条件. 不妨设$1\in M$，则$6-1=5$也为M中的元素，由此可知$M=\{1,5\}$适合题意，同理可推出$\{2,4\}$，$\{3\}$，$\{1,5,2,4\}$，$\{1,5,3\}$，$\{2,4,3\}$，$\{1,2,3,4,5\}$都满足题设. 故选C.

【答案】C

5. (2006·江苏)若$A、B、C$为三个集合，$A\cup B=B\cap C$，则一定有　(　　)

A. $A\subseteq C$　B. $C\subseteq A$　C. $A\neq C$　D. $A=\varnothing$

【解析】本题考查了集合的交集与并集与包含关系的判断

$\because A\cup B=B\cap C$，$\therefore (A\cup B)\subseteq B$且$(A\cup B)\subseteq C$

$\therefore A\subseteq B$且$A\subseteq C$，而且$A\subseteq B\subseteq C$，故选A.

【答案】A

6. 若集合$S=\{y|y=3^x,x\in\mathbf{R}\}$，$T=\{y|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$，则$S\cap T$是　(　　)

A. S　B. T　C. $\varnothing$　D. 有限集

【解析】由$S=\{y|y=3^x,x\in\mathbf{R}\}$得$S=\{y|y>0\}$，由$T=\{y|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$得$T=\{y|y\geqslant-1\}$，$\therefore S\cap T=S$. 故应选A.

【答案】A

7. 设集合$A=\{x|x^2-1>0\}$，$B=\{x|\log_2x>0\}$，则$A\cap B$等于　(　　)

A. $\{x|x>1\}$　B. $\{x|x>0\}$

C. $\{x|x<-1\}$　D. $\{x|x<-1$或$x>1\}$

【解析】解法1：$\because x^2>1$，$\therefore x>1$或$x<-1$，

又$\because \log_2x>0$，$\therefore \log_2x>\log_21$，得$x>1$. $\therefore$由$\begin{cases}x^2>1,\\x>1,\end{cases}$得$x>1$.

解法2：利用排除法. B、C、D都不满足$\log_2x>0$排除. 故应选A.

【答案】A

8. (2006·湖北八校联考)已知集合$M=\{0,1,2\}$，$N=\{x|x=2a,a\in M\}$，则集合$M\cap N=$　(　　)

A. $\{0\}$　B. $\{0,1\}$　C. $\{1,2\}$　D. $\{0,2\}$

【解析】$\because N=\{x|x=2a,a\in M\}$，

$\therefore N=\{0,2,4\}$，$\therefore M\cap N=\{0,2\}$，故选D.

【答案】D

9. 设集合$A=\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，则集合$A,B$的关系是　(　　)