

学数学 我聪明

总策划◎徐丰

巧思妙解 100 例

张海红 著



我的数学生活

小学
六年级

河海大学出版社

编者的话

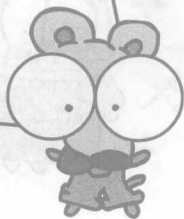
阅读对人发展的重要意义早已被教育界普遍认同，但在校园“阅读浪潮”席卷的过程中，也存在着偏颇，主要表现为数学阅读的疲软，而适宜的数学读物的缺失，是其主要根源。

什么样的数学读物适宜儿童阅读呢？我们认为：首先是有趣的，“兴趣是最好的老师”，有趣才能吸引儿童的眼光，让孩子**爱读**；其次是通俗的，数学本身抽象、概括的学科特点，使得一些孩子觉得“难”，好的数学读物能使之深入浅出、通俗易懂，让儿童**能读**；再次是系统的，数学课程将伴随儿童很长的学习生涯，数学读物要针对儿童的年龄特点，配套课本进度，让儿童**读了有用**。

为此我们特组织数学教育领域的专家和名校一线教师，共同编写了本丛书。丛书每册将 100 个数学问题以 100 个有趣故事的形式呈现出来，让孩子们在丰富曲折的故事阅读过程中，完成对数学知识的认知，培养儿童的分析、概括、推理等能力。

丛书读练结合，每个故事后安排了几道自主练习，以达到边读、边思、边练的效果。总量上约为两天一练，避免了大量做题引起孩子对数学的反感。本丛书不但适宜于孩子自读、家长辅导之用，还适合各类培训辅导班使用。

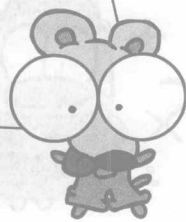
我们衷心希望本书能给孩子们的数学之旅带来愉悦，也祝愿所有孩子和本书主人公一样，拥有一个快乐的数学童年。



小 引

敏敏和珍珍是一对双胞胎姐妹，在学校里学习成绩非常好，人称“姊妹花”。她们的爸爸是学校里最优秀的数学老师之一，妈妈是学校里最优秀的英语老师之一。暑假开始了，这是一个没有作业的暑假，敏敏和珍珍可高兴啦，因为她们可以有足够的时间做她们想做的事。听说在海滨有一座数学文化宫，外表气势磅礴，里边应有尽有，她们非常向往，暗暗合计着要去那里参观，顺便还可以旅游观光。当然她们最后得到了一向疼爱她们的爸爸妈妈的支持，一家四口开始了数学文化宫之行。

这座数学文化宫非常有意思，里面包含了许多场馆，每一座场馆都以一位数学家的名字命名，每一道门都是锁着的，但不需要钥匙，或者说这个钥匙就在参观者的大脑里。因为当参观者到来的时候，每一道门上都会随机出现一个数学问题，参观者只要把正确的解答过程和结果对着门大声说一遍，大门就会自动开启。如果一题多解，那么有一种解法，就能进去一个人。





目

录

一、分数乘法

1. 分几种情况讨论 1
2. 找规律计算 2

二、分数除法

3. 猴子吃橘子的问题 3
4. 绳子的长度 4
5. 正确的商是多少? 5
6. 公路的长度 6
7. A、B、C、D、E 的顺序 7
8. 怎样化简比? 8
9. 两桶油的重量 9
10. 工作效率的比 10

三、分数四则混合运算

11. 华氏度与摄氏度 11
12. 零件的个数 12
13. 正确的运算顺序 13
14. 一个数也可以看成乘法算式 14

四、稍复杂的分数应用题

15. 利用线段图看份数关系 15
16. 甲数是乙数的几分之几? 16
17. 高邮到扬州的公路长度 17
18. 灵活的单位“1” 18
19. 修完这条路需要几天? 19
20. 能完成任务吗? 20
21. 买课桌椅 21
22. 用假设法解工程问题 22
23. 文件的页数 23
24. 工程问题解法多 24
25. 假如有两项同样的工作 25
26. 从“工程问题”的角度思考 26
27. 求相遇时间 27
28. 百僧分百馒头问题 28

29. 来了多少位客人? 29
30. 塔顶有几盏灯? 30
31. 一共运了多少吨? 31
32. 不计算比较哪一个算式得数最大 32

五、百分数

33. 别让思维定势 33
34. 方法是相通的 34
35. 单位“1”在变化 35
36. 赚了还是赔了? 36
37. 把单位“1”统一 37
38. 可以榨多少油? 38
39. 怎样存款比较合算? 39
40. 锐利的眼睛 40

六、圆

41. 最大的圆 41
42. 围栏的长度 42
43. 哪一条路近? 43
44. 针尖所走的路程 44
45. 头和脚经过的路程一样吗? ... 45
46. 扇形的面积 46
47. 正方形内接圆的面积 47

七、圆柱和圆锥

48. 侧面积扩大几倍? 48
49. 怎样配底? 49
50. 旋转的长方形 50
51. 拉面中的数学 51
52. “梯形”通风管 52
53. 水面的高度 53
54. 圆锥的高 54
55. 旋转的直角三角形 55





八、比例

56. 外项的乘积	56
57. 组成哪些比例?	57
58. 解比例的方法	58
59. 巧用线段比例尺	59
60. 把比理解成倍数关系	60
61. 合金的构成	61
62. 汽车在高速公路上行驶的时间	62
63. 麦田的实际面积	63
64. 李师傅加工的零件个数	64
65. 怎样分配任务?	65
66. 两地的路程	66

九、整数和小数(总复习)

67. 用图形来计算	67
68. 余数一定比除数小	68
69. 用和倍问题的思路来解	69
70. 把最后一天的任务分解	70
71. 怎样买省钱?	71
72. 杨损提官	72
73. 巧求两位数	73

十、简易方程(总复习)

74. 大半包香烟有多少支?	74
75. 用参数法求速度	75

十一、量的计量(总复习)

76. 火车行驶的时间	76
77. 能按时完成任务吗?	77
78. 把时钟问题转化成追及问题	78
79. 最少的时间	79

十二、几何初步知识(总复习)

80. 最大的长方形	80
81. 巧用差倍求梯形的上下底长	81
82. 梯形的上底相当于平行四边形的底	82
83. 长方形的周长	83

84. 用割补法求组合图形的面积

84. 用割补法求组合图形的面积	84
85. 增加的面积	85
86. 金鱼池的面积	86
87. 过马路的最短路线	87
88. 把平行四边形还原成长方形	88
89. 摆火柴棒的规律	89

十三、分数和百分数(总复习)

90. 增产了百分之几?	90
91. 需要多少个箱子?	91

十四、比和比例(总复习)

92. 用比例思路求再行多少时间	92
93. 用份数的对应关系来解	93
94. 分数和比的转化	94
95. 归一、倍比、比例	95
96. 找准对应的分率	96
97. 大、小长方形的面积比	97
98. 由多行的路程算相遇时间	98
99. 枣子成熟了多少?	99
100. 数学故事——法官分钱	100

参考答案

101





一、分数乘法

1 分几种情况讨论

他们首先来到的是牛顿馆。牛顿是人类历史上最伟大的科学家之一,创建了微积分,用它来建立经典物理体系,奠定了近代物理学的基础。

大门上出现的题是:

两瓶同样重的色拉油,甲瓶吃去 $\frac{3}{5}$ 千克,乙瓶吃去 $\frac{3}{5}$,哪一瓶吃去的多?

敏敏想了一想说:“假设两瓶油各重1千克,那么乙瓶吃去了 $1 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$ (千克),所以两个瓶吃去的一样多。”

大门回答:“回答错误,请再想想。”

错在哪里呢?敏敏求助地看着爸爸。爸爸看见宝贝女儿第一次上阵就碰壁,有些于心不忍,就提示她,说:“你只考虑了两瓶油的重量都是1千克的情况,如果两瓶油的重量小于1千克,或者大于1千克呢?”

“是这样,那我再算算。”敏敏恍然大悟,说:“如果两瓶油的重量都小于1千克,假设是 $\frac{1}{2}$ 千克,那么乙瓶就吃去了 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$ (千克) $< \frac{3}{5}$ 千克,那就是甲瓶吃去的多;如果两瓶油的重量都是1千克,那么两瓶吃去的一样多;如果两瓶油的重量都大于1千克,假设是2千克,那么乙瓶就吃去了 $2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$ (千克) $> \frac{3}{5}$ 千克,那就是乙瓶吃去的多。”

敏敏刚说完,大门就回答:“你真棒,牛顿馆欢迎你!”说完,沉重的大门一下就开启了,敏敏率先进了馆。

巧思妙解100例



我来探索

1. 两根同样长的绳子,第一根用去 $\frac{9}{10}$ 米,第二根用去 $\frac{9}{10}$,哪一根用去的多一些?
2. 两桶同样重的水,第一桶用去了 $\frac{4}{5}$,第二桶用去了 $\frac{4}{5}$ 千克,哪一桶剩下的多一些?
3. 一根绳子,用去 $\frac{2}{5}$,还剩下 $\frac{2}{5}$ 米。用去的跟剩下的相比,哪一段长一些?
4. 一瓶油,第一次吃去了 $\frac{8}{9}$ 千克,还剩下这桶油的 $\frac{8}{9}$ 。吃去的跟剩下的哪个更多一些?

2 找规律计算

大门关上后,电子屏幕上又出现了第二道题:

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \cdots \times 1\frac{1}{99} \times 1\frac{1}{100}$$

妈妈不放心独自在里边的女儿,抢着说:“这道题归我了。先把每个带分数都化成假分数,再约分。……”

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \cdots \times 1\frac{1}{99} \times 1\frac{1}{100}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{100}{99} \times \frac{101}{100}$$

$$= 50\frac{1}{2}.$$

妈妈刚说完,大门也开了,妈妈急匆匆地走了进去。

珍珍说,“这道题还有一种解法。我先探索规律”:

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$

$$2 \times 1\frac{1}{4} = 2 \times \frac{5}{4} = 2\frac{1}{2}$$

...

“我发现每次计算后,积都比被乘数(前一次相乘的积)大 $\frac{1}{2}$ 。那么只要算出 $1\frac{1}{2}$ 后有几个数,就可以算出 $1\frac{1}{2}$ 加上几个 $\frac{1}{2}$ 。根据高斯公式(末项-首项) $\div$ 公差+1,求出 $(100-3) \div 1 + 1 = 98$,这样原式 $= 1\frac{1}{2} + 98 \times \frac{1}{2} = 50\frac{1}{2}$ 。”

大门里奏响了欢迎曲,珍珍踏着音乐的节拍,蹦蹦跳跳地进去了。女儿能受到这样的礼遇,爸爸真为她高兴。



我来探索

1. $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \cdots \times 1\frac{1}{19} \times 1\frac{1}{20}$

2. $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \cdots \times 1\frac{1}{25} \times 1\frac{1}{26}$

3. $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \cdots \times 1\frac{1}{29} \times 1\frac{1}{30}$

4. $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \cdots \times 1\frac{1}{n-2} \times 1\frac{1}{n-1}$





二、分数除法

3 猴子吃橘子的问题

母女三人在里边等了一会儿，爸爸也进来了。三个人非常好奇地问爸爸遇到了什么样的问题。爸爸说：“问题是这样的：一堆橘子，猴子第一天吃去 $\frac{1}{10}$ ，以后 8 天，分别吃去当天的 $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{7}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，最后剩下 10 只橘子。这堆橘子原来有多少个？聪明的女儿，猜猜我是怎么做的？”

敏敏想了一会儿，说：“我猜你是列方程做的。”

解：设这堆橘子有 x 个，那么第一天吃了 $\frac{1}{10}x$ 个，第二天吃了……”

敏敏说不下去了，开始支支吾吾了。

珍珍说：“我不知道你是是怎么做的，不过如果是我，我就会画线段图来做。”



“从图上来看，猴子第二天吃了当天的 $\frac{1}{9}$ ，实际上是吃了这堆橘子的 $\frac{1}{10}$ ，同样道理，以后几天每天都吃掉了这些橘子的 $\frac{1}{10}$ ，最后还剩下 $\frac{1}{10}$ ，所以可以这样计算： $10 \div \frac{1}{10} = 100$ （个）。”

“我的好女儿，你真棒，我也是这样做的。”爸爸搂着珍珍高兴地说，“其实敏敏如果能借助线段图理清每天吃的与橘子总数的关系，列方程做也是可以的。”



我来探索

1. 家里有一些糖果，小明第一天吃去 $\frac{1}{6}$ ，以后 4 天，分别吃去当天的 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，最后剩下 10 颗。这些糖果原来有多少颗？

2. 学校食堂里有一些大米，第一天吃去 $\frac{1}{8}$ ，以后 6 天，分别吃去当天的 $\frac{1}{7}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，最后剩下 200 千克。食堂原来有多少千克大米？

3. 食堂里有一些煤，第一天用去 $\frac{1}{20}$ ，以后 18 天，分别用去当天的 $\frac{1}{19}$ 、 $\frac{1}{18}$ 、 $\dots$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，最后剩下 500 千克。食堂原来有多少吨煤？

4 绳子的长度

一家四口顺顺利利地进了牛顿馆,开始了参观活动。牛顿馆是一个开放的展览馆,墙壁上悬挂着牛顿的头像以及他的主要数学成就等,在一些小型展览桌上还零散地布置着一些数学问题,方便游客学习。他们首先看到的是这样一个问题:

将一根绳子先对折,再从 $\frac{1}{4}$ 处剪开,得到的三根绳中最长的一段长度为3米,这根绳子原来的长度可能是多少米?

这回敏敏变得谨慎了,她拿起了笔在纸上涂涂画画:



从图上可以看到,最长的一根就是左边部分,它的长度是总长度的 $\frac{3}{4}$,所以可以这样计算: $3 \div \frac{3}{4} = 4$ (米),即原来绳子的长度是4米。

敏敏想这回总对了吧,没想到珍珍又提出了反对意见,说:“敏敏只考虑了一种情况,还有一种情况是这样剪的”:



“从图上可以看到这里最长的部分是右边两根中的一根,它的长度是总长度的 $\frac{3}{8}$,所以这根绳子的长度还可能是 $3 \div \frac{3}{8} = 8$ (米)。”

敏敏仔细听了珍珍的回答,认识到自己确实是考虑得不够周到,不由涨红了脸,倚在妈妈的怀里撒起娇来。



我来探索

1. 将一根绳子先对折,再从 $\frac{1}{5}$ 处剪开,得到的三根绳中最长的一段长度为4米,这根绳子原来的长度可能是多少米?

2. 将一根绳子先对折,再从 $\frac{1}{8}$ 处剪开,得到的三根绳中最长的一段长度为7米,这根绳子原来的长度可能是多少米?

3. 将一根绳子先对折,再从 $\frac{1}{3}$ 处剪开,得到的三根绳中最长的一段长度为5米,这根绳子原来的长度可能是多少米?



5 正确的商是多少?

敏敏走的速度最快,不一会儿她又发现了一道题,她赶紧招呼爸爸、妈妈和珍珍来看:

一个同学计算一道分数除法应用题时,把被除数和除数颠倒了,结果算得商是 $\frac{3}{4}$,那么正确的商应是()。

爸爸问:“你们打算怎么去解题呢?”

这回敏敏留了个心眼,让珍珍先说。珍珍倒不推辞,说:“我觉得用赋值法就比较方便,假设这个颠倒了被除数和除数位置的除法算式是 $3 \div 4 = \frac{3}{4}$,那么原来的除法算式就是 $4 \div 3 = \frac{4}{3}$,所以正确的商是 $\frac{4}{3}$ 。”

爸爸听了夸赞道:“珍珍,你还知道赋值法,真了不起!”

见爸爸夸赞珍珍,敏敏的心里有些不平衡,她说:“我也做出来了,不过我的方法跟珍珍不同。我找到了一个规律: $2 \div 3 = \frac{2}{3}$, $3 \div 2 = \frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{2}$ 互为倒数,也就是说,当把被除数和除数颠倒位置后,所得到的商和正确的商互为倒数,所以这道题中正确的商应该是 $\frac{3}{4}$ 的倒数 $\frac{4}{3}$ 。爸爸,我该不该得到表扬?”

“当然要表扬了。要知道寻找规律解题是一项创造性的工作,科学家就是这样工作的,所以你非常了不起!”爸爸显然是明白了敏敏在吃珍珍的醋,所以说说话时特别带点夸张,果然让敏敏开心得差点就喊“爸爸万岁”了。



我来探索

1. 一个同学计算一道分数除法应用题时,把被除数和除数颠倒了,结果算得商是 $\frac{7}{4}$,那么正确的商应是()。

2. 一个同学计算一道分数除法应用题时,把被除数和除数颠倒了,结果算得商是 $\frac{9}{10}$,那么正确的商应是()。

3. 一个同学计算一道分数除法应用题时,把被除数和除数颠倒了,结果算得商是 $\frac{3}{10}$,那么正确的商应是()。

4. 一个同学计算一道分数乘法时,把两个因数的位置交换了,结果算得积是 $\frac{9}{10}$,那么正确的积应是()。



6 公路的长度

姐妹俩随着父母一起参观,爸爸还不时地充当讲解员,给她们介绍一些数学故事,她们的心被快乐包围着。这时敏敏在一张展览桌上发现了一个小锦盒。她把手伸过去,想打开来看看,展览桌却开始说话了:“锦盒里是一道数学题,如果你想打开,那么请你用三种方法来解题,否则你将会被自动送出这个展览馆,结束这次参观。你确信要打开锦盒吗?”

敏敏犹豫了,她求助地看看爸爸,爸爸正用鼓励的眼神看着她,说:“打开吧,我们一定有这个能力。”敏敏又慎重地想了想,最后心一横:大不了重新进来,于是她打开了锦盒。只见锦盒里放着一块竹简,竹简上写着这样一道题:

一段路已经修好了 $\frac{4}{5}$,正好是2400米,这条路原来长多少米?

一看这题,敏敏乐了,她大声地说:“已经修好了 $\frac{4}{5}$,相当于把这条路平均分成5份,已经修好了其中的4份,可以这样做: $2400 \div 4 \times 5 = 3000$ (米)。”

珍珍不甘落后,说:“也可以列方程做。”

解:设这条路全长 x 米,

$$\frac{4}{5}x = 2400$$

$$x = 2400 \div \frac{4}{5}$$

$$x = 3000$$

“还有一种我来说。”妈妈也加入了进来,说:“已知一个数的几分之几是多少,求这个数,可以用除法计算, $2400 \div \frac{4}{5} = 3000$ (米)。”

妈妈的话刚说完,展览桌里就响起了动人的音乐,一个天使般优美的声音响起来了:“恭喜你们成为牛顿馆的贵宾,你们将进入贵宾厅继续参观。”话音刚落,他们感觉脚底下的传送带在移动,前面的墙壁上自动地裂开了一道门。



我来探索

1. 一瓶油,吃了 $\frac{4}{5}$,正好吃掉8千克,这瓶油原来有多少千克?
2. 一袋米,吃去了 $\frac{5}{6}$,正好吃掉20千克,这袋米原来有多少千克?
3. 叔叔从家里去镇上办事,已经走了路程的 $\frac{2}{3}$,正好走了8千米。那么叔叔的家和镇上相距多少千米?



7 A、B、C、D、E的顺序

敏敏和珍珍知道贵宾厅是专门接待勇敢的挑战者和数学上的能者的。爸爸平时一直教导她们要“努力学习,勇往直前”,今天她们总算理解了。

贵宾厅的布置跟前面的展厅差不多,但是展览桌上的数学题明显比前面多了。这会儿敏敏看到了这样一题:

已知 $A \neq 0$, 且 $A \times \frac{5}{3} = B \times \frac{9}{10} = C \div \frac{3}{4} = D \times \frac{4}{5} = E \div \frac{6}{5}$, 把 A、B、C、D、E 从小到大排列起来。

“要把 A、B、C、D、E 从小到大排列起来,那必须要知道这五个数的大小。”敏敏小声地自言自语,“可是怎样求这五个数的大小呢?”她盯着这道题都快出神了。

过了一会儿,她终于灵感闪现:珍珍不是用过赋值法吗?干脆我也来试试。

$$\text{令 } A \times \frac{5}{3} = B \times \frac{9}{10} = C \div \frac{3}{4} = D \times \frac{4}{5} = E \div \frac{6}{5} = 1,$$

$$\text{则 } A = \frac{3}{5}, B = \frac{10}{9}, C = \frac{3}{4}, D = \frac{5}{4}, E = \frac{6}{5},$$

$$\text{因为 } \frac{3}{5} < \frac{3}{4} < \frac{10}{9} < \frac{6}{5} < \frac{5}{4}, \text{ 所以 } A < C < B < E < D.$$

果然,爸爸赞许地抚摸着她的头说:“你这个赋值法用得恰到好处,好样的,敏敏!”

这时珍珍也放下了手中的笔说:“这道题还有一种方法,就是先把除法算式转化成乘法,则原式变成 $A \times \frac{5}{3} = B \times \frac{9}{10} = C \times \frac{4}{3} = D \times \frac{4}{5} = E \times \frac{5}{6}$, 然后根据‘积相等,一个因数大,另一个因数反而小’这个规律来解。”

$$\text{因为 } \frac{5}{3} > \frac{4}{3} > \frac{9}{10} > \frac{5}{6} > \frac{4}{5}, \text{ 所以 } A < C < B < E < D.$$

“这个方法也 very good!”爸爸激动得把英语都用上了。



我来探索

1. 已知 $A \neq 0$, 且 $A \times \frac{4}{3} = B \times \frac{9}{7} = C \div \frac{3}{4} = D \times \frac{4}{7} = E \div \frac{6}{5}$, 那么最大的一个是什么?

2. 已知 $A \neq 0$, 且 $A \times \frac{5}{3} = B \div \frac{9}{10} = C \div \frac{3}{4} = D \times \frac{4}{5} = E \div \frac{6}{7}$, 那么最小的一个是什么?

3. 已知 $A \neq 0$, 且 $A \times \frac{7}{3} = B \div \frac{3}{10} = C \div \frac{3}{4} = D \times \frac{4}{7} = E \div \frac{6}{11}$, 那么最小的一个是什么?

4. 已知 $A \neq 0$, 且 $A \times \frac{5}{3} = B \times \frac{7}{10} = C \div \frac{3}{8} = D \times \frac{4}{9} = E \div \frac{3}{4}$, 请将 A、B、C、D、E 按从小到大的顺序排列起来。

8 怎样化简比?

由于是在贵宾厅,他们格外小心翼翼,仿佛牛顿就在面前,惟恐惊扰了这位科学巨人。

过了一会儿,珍珍也找到了一道题:

化简: $\frac{3}{8} : 0.25$ 。

这简单,敏敏说了第一种:将 $\frac{3}{8}$ 化成小数。

$$\frac{3}{8} : 0.25 = 0.375 \div 0.25 = 1.5 = \frac{3}{2} = 3 : 2。$$

珍珍说了第二种:将 0.25 化成分数,再用比的基本性质化简。

$$\frac{3}{8} : 0.25 = \frac{3}{8} : \frac{1}{4} = \left(\frac{3}{8} \times 8\right) : \left(\frac{1}{4} \times 8\right) = 3 : 2。$$

妈妈说了第三种:将 0.25 化成分数,再用前项÷后项。

$$\frac{3}{8} : 0.25 = \frac{3}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \times 4 = \frac{3}{2} = 3 : 2。$$

爸爸问:“你们觉得哪一种方法比较简单呢?”

姐妹俩都说妈妈的方法简单。

爸爸接着问:“那你们还记得求比值的方法吗?”

敏敏说:“当然记得,用比的前项除以后项,所得的值就是比值。”

珍珍的悟性非常好,马上就说:“我知道了,化简比和求比值都可以用前项除以后项的方法来解决,但它们的结果是不同的,化简比的结果是比,而求比值的结果是一个数。爸爸,你是不是要说这个意思呀?”

爸爸笑着说:“真是什么都瞒不过你呀。”



我来探索

1. 化简: $0.375 : \frac{8}{15}$

2. 化简: $\frac{3}{10} : \frac{9}{25}$

3. 化简: $0.375 : 0.625$

4. 化简: $\frac{1}{4} : 0.75$



9 两桶油的重量

解决了这么多的数学问题,敏敏和珍珍的兴趣更浓了。参观活动不知不觉地就变成了寻找问题、解决问题的活动,连一向不怎么碰数学的妈妈也积极地加入了寻找问题的行列,这就是她找到的题:

甲、乙两个油桶共有油 36 千克,甲、乙两桶油重量的比是 4 : 5。甲、乙两个油桶各有油多少千克?

读完题,妈妈首先说:“这是按比例分配的应用题,我就用按比例分配的思路来解。”

甲桶油的重量: $36 \times \frac{4}{4+5} = 16$ (千克), 乙桶油的重量: $36 \times \frac{5}{4+5} = 20$ (千克)。

珍珍说:“‘甲、乙两桶油重量的比是 4 : 5’还可以理解成‘甲桶油的重量是乙桶的 $\frac{4}{5}$ ’,所以这道题还可以用分数应用题的思路来解。”

① 列方程解。解: 设乙桶油重 x 千克, 那么甲桶油就重 $\frac{4}{5}x$ 千克。

$$x + \frac{4}{5}x = 36, x = 20, \frac{4}{5}x = 16。$$

② 算术方法。乙桶: $36 \div \left(1 + \frac{4}{5}\right) = 20$ (千克), 甲桶: $20 \times \frac{4}{5} = 16$ (千克)。

敏敏说:“‘甲、乙两桶油重量的比是 4 : 5’也可以理解成‘乙桶油的重量是甲桶的 $\frac{5}{4}$ ’,所以这道题还可以这样做。”

① 列方程解。解: 设甲桶油重 x 千克, 那么乙桶油就重 $\frac{5}{4}x$ 千克。

$$x + \frac{5}{4}x = 36, x = 16, \frac{5}{4}x = 20。$$

② 算术方法。甲桶: $36 \div \left(1 + \frac{5}{4}\right) = 16$ (千克), 乙桶: $16 \times \frac{5}{4} = 20$ (千克)。

妈妈搂着两个女儿, 夸张地说: “真是听君一席话, 胜读十年书啊!”



我来探索

1. 小明和小华的体重一共是 70 千克, 小明和小华的体重比是 3 : 4, 那么小明和小华的体重分别是多少千克?

2. 甲、乙两根绳子的长度比是 4 : 5, 甲、乙两根绳子一共长 18 米, 那么这两根绳子分别长多少米?

3. 甲、乙两根绳子的长度比是 4 : 5, 乙绳比甲绳长 18 米, 那么这两根绳子分别长多少米?



10 工作效率的比

听到妈妈用那么夸张的语言来表扬自己,敏敏和珍珍非常兴奋,游览的兴趣远远超出了爸爸妈妈的估计。她们一会儿走到这边,一会儿走到那边,害得爸爸妈妈也跟着她们一路小跑起来。这时,眼尖的敏敏又找到一题:

加工一批零件,甲单独做要 8 天完成,乙单独做要 10 天完成。甲、乙工作效率比是()。

“这是工程问题。”敏敏首先说,“把这批零件的数量看作单位‘1’,那么甲每天做了 $\frac{1}{8}$,乙每天做了 $\frac{1}{10}$,他们的工作效率比是 $\frac{1}{8} : \frac{1}{10} = 5 : 4$ 。”

“非常好,”爸爸说,“还有别的方法吗?”

“我还是想用赋值法来解。”珍珍说,“假设这批零件一共有 40 个,那么甲每天做 $40 \div 8 = 5$ (个),乙每天做 $40 \div 10 = 4$ (个),所以甲、乙的工作效率比是 $5 : 4$ 。”

“看来珍珍比较偏爱赋值法呀。”爸爸笑着说,“还有没有别的方法了?”

大家都摇摇头。

“终于轮到我说。”爸爸自打进门以后,还没有得到过发表解题意见的机会,压抑得很,好不容易女儿和夫人说得说了,他一定要好好露一手。于是他接着说:“照我的理解呢,用反比例的思想来解,非常方便。不过呢,……我这样跟你们解释吧。”

有 20 个零件,甲每天做 5 个,4 天完成;乙每天做 4 个,5 天完成。那么他们的时间比是 $4 : 5$,工作效率比是 $5 : 4$ 。

有 30 个零件,甲每天做 5 个,6 天完成;乙每天做 6 个,5 天完成。那么他们的时间比是 $6 : 5$,工作效率比是 $5 : 6$ 。

“从中你们能发现什么规律吗?”

“我知道了,两个人做同样多的零件,工作效率比正好是时间比的前、后项交换位置。”敏敏和珍珍几乎同时说。

“回答正确。”爸爸学着主持人的腔调说:“我就是用这个规律来解的:

“甲、乙两人的工作效率比是 $10 : 8 = 5 : 4$ 。”



我来探索

1. 打一份文件,小张单独打要 15 分钟完成,小李单独打要 20 分钟完成。小张和小李的工作效率比是()。

2. 修一段路,甲队单独做需要 20 天完成,乙队单独做需要 18 天完成。甲、乙两队的工作效率比是()。

3. 小李和小王一起打一份文件,小李每分钟打 25 个字,小王每分钟打 20 个字,那么小李和小王的工作效率比是()。

4. 丽丽和芳芳进行 100 米赛跑,芳芳用了 14 秒,丽丽用了 16 秒,那么丽丽和芳芳的速度比是()。





三、分数四则混合运算

11 华氏度与摄氏度

爸爸的一番话使姐妹俩认识到：在关键时刻，爸爸总也忘不了数学老师这个角色，所以她们不仅要把爸爸看成爸爸，还要把爸爸看成数学老师。

正在这当儿，爸爸也找到了一个数学问题：

生活中我们一般用摄氏度($^{\circ}\text{C}$)来表示温度，在欧美一些国家则用华氏度($^{\circ}\text{F}$)来表示。摄氏 0°C 时是华氏 32°F ，摄氏 100°C 是华氏 212°F 。算一算摄氏 1°C 是华氏($\quad$) $^{\circ}\text{F}$ 。

这题有些拗口，华氏度又从来没接触过，敏敏有些犯难。不过她始终没有放弃思考。又过了一会儿，她终于想到了，说：“从摄氏 0°C 增加到摄氏 100°C ，增加了 $100^{\circ}\text{C}-0^{\circ}\text{C}=100^{\circ}\text{C}$ 。从华氏 32°F 增加到华氏 212°F ，增加了 $212^{\circ}\text{F}-32^{\circ}\text{F}=180^{\circ}\text{F}$ 。所以摄氏 1°C 就相当于华氏 $180^{\circ}\text{F}\div 100=1.8(^{\circ}\text{F})$ 。”

说真的，敏敏说是说了，不过一点把握都没有，她看着爸爸，希望得到爸爸的指点。爸爸却把球踢给了珍珍，说：“珍珍，你说说看呢？”

珍珍眉头紧锁，说：“我感觉上是错的，但说不出为什么。”

看到两个女儿这样子，爸爸数学老师这个角色又被唤醒了，他说：“关键是怎样理解摄氏 1°C ，敏敏算到的华氏 1.8°F 是指每增加摄氏 1°C 就相当于增加华氏 1.8°F ，摄氏 0°C 时是华氏 32°F ，而从摄氏 0°C 到摄氏 1°C ，增加了摄氏 1°C ，也就是增加华氏 1.8°F ，所以摄氏 1°C 相当于华氏 32°F 加上华氏 1.8°F ，是华氏 33.8°F 。”

爸爸虽然已尽了自己最大的努力解释，但两个女儿还是有些迷糊，于是爸爸准备再讲一遍，但遭到了拒绝，她们请求爸爸给一点时间，让她们用自己的大脑把思路整理一遍，这样才能真正地理解。果然，稍过了一会儿，她们把这个问题彻底弄明白了，或许这就是“悟”吧。



我来探索

1. 生活中我们一般用摄氏度($^{\circ}\text{C}$)来表示温度，在欧美一些国家则用华氏度($^{\circ}\text{F}$)来表示。摄氏 0°C 时是华氏 32°F ，摄氏 100°C 是华氏 212°F 。算一算摄氏 3°C 是华氏($\quad$) $^{\circ}\text{F}$ 。
2. 生活中我们一般用摄氏度($^{\circ}\text{C}$)来表示温度，在欧美一些国家则用华氏度($^{\circ}\text{F}$)来表示。摄氏 0°C 时是华氏 32°F ，摄氏 100°C 是华氏 212°F 。算一算华氏 50°F 是摄氏($\quad$) $^{\circ}\text{C}$ 。
3. 生活中我们一般用摄氏度($^{\circ}\text{C}$)来表示温度，在欧美一些国家则用华氏度($^{\circ}\text{F}$)来表示。摄氏 0°C 时是华氏 32°F ，摄氏 100°C 是华氏 212°F 。算一算华氏 68°F 是摄氏($\quad$) $^{\circ}\text{C}$ 。
4. 生活中我们一般用摄氏度($^{\circ}\text{C}$)来表示温度，在欧美一些国家则用华氏度($^{\circ}\text{F}$)来表示。摄氏 0°C 时是华氏 32°F ，摄氏 100°C 是华氏 212°F 。算一算摄氏 4°C 是华氏($\quad$) $^{\circ}\text{F}$ 。



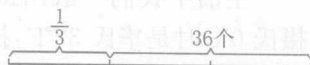
12 零件的个数

这时,大厅里又传来了那个像天使一样优美的声音:“尊贵的客人,牛顿馆即将结束今天的开放,现在你们有两种离馆的方法:一种是原路返回,但所需时间比较长;另一种是用两种方法解决屏幕上这个问题,那我们的传送带将送你们离开。请你们选择。”

四个人互相看了看,选择了第二种方法。这时电子屏幕上出现了:

张师傅加工一批零件,第一天完成的零件是这批零件总个数的 $\frac{1}{3}$,如果再加36个,就可以完成这批零件。这批零件共有多少个?

敏敏不断提醒自己要认真,不能再出错了,于是她画了线段图:



她看着图说:“把这批零件平均分成3份,36个零件就是这批零件的 $3-1=2$ (份)。”那么这批零件就有:

$$\begin{aligned} & 36 \div (3-1) \times 3 \\ &= 36 \div 2 \times 3 \\ &= 54(\text{个}) \end{aligned}$$

爸爸赞许地点头说:“敏敏比以前细致多了。”

珍珍一边听敏敏讲,一边也有了自己的方法,她说:“我们已经学了分数乘法和除法应用题,所以我用分数除法应用题的思路来做,从图上看,36个零件是这批零件的 $(1-\frac{1}{3})$,所以可以这样求这批零件的数量。”

$$\begin{aligned} & 36 \div (1-\frac{1}{3}) \\ &= 36 \div \frac{2}{3} = 54(\text{个}) \end{aligned}$$

听了珍珍的解法,爸爸妈妈都非常高兴,爸爸说:“学了新的方法及时运用,这也是一种很好的复习巩固的方法。”

爸爸的话音刚落,那个声音又响起来了:“尊贵的客人,恭喜你们。现在我们的传送带将送你们离馆,欢迎你们下次光临。”

话音刚落,他们脚底下的传送带就动了起来,前面的墙壁像门一样自动开启,只一会儿功夫,他们就来到了牛顿馆的大门外。



我来探索

1. 修路队修一条路,已经修了 $\frac{1}{4}$,如果再修240米,就正好修完。这条路有多长?

2. 修路队修一条路,已经修了 $\frac{1}{4}$,如果再修240米,就正好修了这条路的 $\frac{1}{2}$ 。这条路有多长?

