理科骨干教师拓展读物

Guanlishuxue

管理数学

曾繁芳　唐玉范　罗学霞

电子科技大学出版社

理科骨干教师拓展读物

管理数学

曾繁芳　唐玉范　罗学霞

电子科技大学出版社

管理数学

曾繁芳 唐玉范 罗学霞

出　　版:电子科技大学出版社(成都建设北路二段四号)
责任编辑:黄礼玲
发　　行:电子科技大学出版社
印　　刷:北京市朝教印刷厂
开　　本:850mm×1168mm 1/32 印张:15.75 字数:395 千字
版　　次:1990 年 4 月第一版
印　　次:2005 年 10 月第二次印刷
书　　号:ISBN 7-81016-225-X/O・6
定　　价:39.50 元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从 1978 年至 1985 年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了 1986～1990 年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近 400 种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲议中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

机械电子工业部

电子类教材办公室

前　言

本书是根据1987年《电子中专管理类教材编审小组＜管理数学＞教材征求书稿》所确定的内容编写的。

全书共分三篇，即线性代数、概率论与数理统计及运筹学初步。本书所用到的部分知识，如排列组合等，作为附录列在书末，每章配有适量的习题，并在书末附有习题答案及常用数学用表等。既便于教，也便于学。

编写本教材的基本指导思想是从两个实际出发：一个是从管理类教学要求的实际情况出发；一个是从学生的认识规律出发。因此，在全书的内容编排方面，将第一篇的行列式、矩阵及线性方程组，第二篇的随机事件及组概率，随机变量及数字特征、参数估计与假设检验，第三篇的线性规划等作为本教材的基本内容；在处理理论深度和知识面宽度的关系方面，编者本着基本理论要少而精，理论深度可以浅一些，但知识面要适当宽一些的思想，全书除基本内容外，线性代数部分介绍了矩阵的特征值，线性方程组的数值解法，数理统计部分介绍了正交试验设计，运筹学部分介绍了动态规划、排队论、图与网络等内容，供使用本教材的教师选择；内容的叙述方面，力求简明扼要、严谨、清楚、通俗易懂，特别是概念性强、难点较多的内容尽量从实际问题或简单例子引出，使学生能感到比较自然，易于接受。

本书第一篇线性代数及第三篇的图与网络由唐玉范同志执笔；第二篇概率论与数理统计由曾繁芳同志执笔；第三篇运筹学初步（除图与网络）由罗学霞同志执笔。全书由曾繁芳同志主持练写工作，唐玉范同志统稿，最后经胡师度教授审阅。

本教材虽然是为中专管理类专业而编写的，但由于其内容较广，适应性较强，所以亦可为专科学校以及中专其它类专业采用。

由于编者水平有限，加之编写时间仓促，书中不免会有不少缺点和错误，恳请读者批评指正。

编　　者

1988年10月于成都无线电机械学校

目录

第一篇 线性代数

第二篇 概率论与数理统计

第三篇　运筹学初步

第一篇　线性代数

第一章　行　列　式

在生产管理、商品交换和日常生活中，人们所碰到的问题，有许多可以直接或近似地表示成一些变量间的线性关系，如线性方程组。研究这些问题常常需要研究线性方程组，而研究线性方程组又首先需要行列式这个重要工具。本章主要讨论行列式的概念、性质、计算方法以及用行列式解线性方程组的克莱姆法则。

§1.1　二阶、三阶行列式

一、二阶行列式与二元线性方程组

行列式的概念是从解线性方程组的问题中引出的。

我们把未知数的最高次数为一次的方程组称为线性方程组。二元线性方程组的一般形式是

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2=b_2 \end{cases} \tag{1·1-1}$$

为求方程组（1·1-1）的解，我们用加减消元法消去 x_2（如将 a_{22}，乘第一个方程减去 a_{12}乘第二个方程），得

$$(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})x_1=b_1a_{22}-a_{12}b_2$$

同样，消去 x_1 得

$$(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})x_2=a_{11}b_2-b_1a_{21}$$

当 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0$ 时，可得方程组（1·1-1）的解

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1 a_{22} - a_{12} b_2}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} \\ x_2 = \dfrac{a_{11} b_2 - b_1 a_{21}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} \end{cases} \tag{1·1-2}$$

为使式（1·1-2）便于记忆，我们引进记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

用它表示代数和 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$，称它为二阶行列式，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{22} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$$

式中，a_{ij}（$i=1$，2；$j=1$，2）称为二阶行列式的元素；横排称为行，纵排称为列；从左上角到右下角的对角线称为主对角线，从右上角到左下角的对角线称为次对角线；$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$称为二阶行列式的展开式，它是主对角线上两元素的乘积与次对角线上两元素乘积的代数和，前者取正，后者取负，可用图 1·1-1 来记忆。

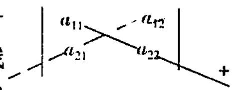

图 1·1-1

根据二阶行列式的定义，式（1·1-2）的分母是方程组（1·1-1）的系数按它们在方程组中的次序排成的行列式，称为方程组（1·1-1）的系数行列式，一般记为 D；分子是用方程组中的常数项 b_1、b_2 分别替换系数行列式中第一列、第二列的元素后得到的行列式，通常记为 D_1、D_2，即

$$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = D,\quad b_1a_{22}-a_{12}b_2 \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = D_1$$

$$a_{11}b_2-b_1a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = D_2$$

综上可得到如下重要结论：

当 $D\neq 0$ 时，方程组（1·1-1）的解可表示为

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{D_1}{D} \\ x_2=\dfrac{D_2}{D} \end{cases}$$

例 1 解下列线性方程组：

(1) $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-3y=-1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x-2y-12=0 \\ 2x+7y+5=0 \end{cases}$

解 (1) 因为

$$D=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}=-7 \qquad D_1=\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix}=-14$$

$$D_2=\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=-7$$

所以原方程组的解为

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{D_1}{D}=\dfrac{-14}{-7}=2 \\ x_2=\dfrac{D_2}{D}=\dfrac{-7}{-7}=1 \end{cases}$$

(2) 先把方程组写成一般形式：

$$\begin{cases} 3x-2y=12 \\ 2x+7y=-5 \end{cases}$$

因为$D=\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}=25$ $\qquad D_1=\begin{vmatrix} 12 & -2 \\ -5 & 7 \end{vmatrix}=74$

$$D_2=\begin{vmatrix} 3 & 12 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}=-39$$

所以原方程组的解为

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{D_1}{D}-\dfrac{74}{25}=2\,\dfrac{24}{25} \\ x_2=\dfrac{D_2}{D}=\dfrac{-39}{25}=-1\,\dfrac{14}{25} \end{cases}$$

二、三阶行列式与三元线性方程组

三元线性方程组的一般形式是

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2 \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3 \end{cases} \qquad (1\cdot 1-3)$$

与二元线性方程组类似，用加减消元法消去方程组中的 x_2 与 x_3（如用第一、二两个方程消去 x_3，再用第二、三两个方程消去 x_3，然后从所得的两个方程中消去 x_2），得

$$(a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{11}a_{23}a_{32})\ x_1$$
$$=b_1a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}b_3+a_{13}b_2a_{32}-a_{12}a_{22}b_3-a_{12}b_2a_{33}-b_1a_{23}a_{32} \qquad (1\cdot 1\text{-}4)$$

由二阶行列式及其意义，我们引进三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix} \qquad (1\cdot 1\text{-}5)$$

并用它来表示 x_1 的系数，即

$$\begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}$$
$$-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{11}a_{23}a_{32} \qquad (1\cdot 1\text{-}6)$$

式（1·1-6）的右端称为三阶行列式的展开式，其计算方法——对角线法则，可用图 1·1-2 来表示，图中各实线连接的三个元素的乘积是代数和中的正项，各虚线连接的三个元素的乘积是代数和中的负项。

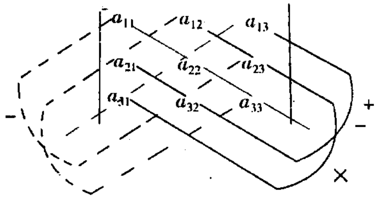

图 1・1-2

例如 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & -6 & 5 \end{vmatrix} = 2\times4\times5+3\times(-6)\times2+1\times1\times2$

$-2\times4\times2-1\times3\times5-2\times1\times(-6)$

$=-13$

根据三阶行列式的定义，式（1・1-4）的右端可写成行列式

$$D_1=\begin{vmatrix} b_1 a_{12} a_{13} \\ b_2 a_{22} a_{23} \\ b_3 a_{32} a_{33} \end{vmatrix}$$

若记式（1・1-5）为 D，则当 $D\neq0$ 时，式（1・1-4）可以写成

$$x_1=\frac{D_1}{D}$$

用同样的方法可求得方程组（1・1-3）的另外两个未知数的值为

$$x_2=\frac{D_2}{D} \qquad x_3=\frac{D_3}{D}$$

式中 D 是方程组（1・1-3）的系数按它们在方程组中的次序排成的三阶行列式，称为方程组的系数行列式；D_1、D_2、D_3 是用方程组中的常数项 b_1、b_2、b_3 分别替换 D 中第一列、第二列、第三列后得到的行列式。

例 2 用行列式解线性方程组：

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 13 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

解 因为

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -1+6-2-4-1-3=-5$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 13 & -1 & 2 \\ 10 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -5 \qquad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 13 & 2 \\ 1 & 10 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -10$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 13 \\ 1 & 1 & 10 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -35$$

所以

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{D_1}{D} = 1 \\ x_2 = \dfrac{D_2}{D} = 2 \\ x_3 = \dfrac{D_3}{D} = 7 \end{cases}$$

三、三阶行列式的性质

将一个行列式 D 的行与相应的列互换后得到的行列式，称为 D 的转置行列式，记作 D'。即若

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

则 D 的转置行列式