GAOKAO BEIKAO ZHINAN

新课程 新考纲

2009 高考备考指南

数学（理科）

系统复习用书习题解答

广州市教育局教学研究室 编

华南理工大学出版社

2009 高考备考指南

数 学(理科)

系统复习用书习题解答

(第三版)

广州市教育局教学研究室 编

华南理工大学出版社

·广州·

《2009 高考备考指南》编委会

主　编　黄　宪
副主编　谭国华　张经纬
编　委　语文分册主编　谭健文　李月容
　　　　数学分册主编　曾辛金　陈镇民
　　　　英语分册主编　黄丽燕　何　琳　镇祝桂
　　　　政治分册主编　张云平　胡志桥
　　　　历史分册主编　何　琼　刘金军
　　　　地理分册主编　许少星
　　　　物理分册主编　刘雄硕　陈信余　符东生
　　　　化学分册主编　李南萍　马文龙
　　　　生物分册主编　麦纪青　钟　阳

图书在版编目(CIP)数据

数学(理科)系统复习用书习题解答/广州市教育局教学研究室编. —3 版. —广州:华南理工大学出版社,2008.4
(2009 高考备考指南/黄宪主编)
ISBN 978-7-5623-2908-4

Ⅰ. 数…　Ⅱ. 广…　Ⅲ. 数学课-高中-解题-升学参考资料　Ⅳ. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 036963 号

总 发 行:华南理工大学出版社(广州五山华南理工大学 17 号楼,邮编 510640)
营销部电话:020-22236378　22236185　87111048(传真)
E-mail:z2cb@scut.edu.cn　　http://www.scutpress.com.cn
出版策划:范家巧　潘宜玲
责任编辑:赖淑华　黄丽谊
印 刷 者:广州市师范学校印刷厂
开　　本:787mm×1092mm　1/16　印张:9.75　字数:324 千
版　　次:2008 年 4 月第 3 版　2008 年 4 月第 3 次印刷
定　　价:12.00 元

前 言

新一轮高考改革的重点是考试内容的改革，这是我们在复习备考中应该首先关注的。因此，学生复习资料的编写和使用，就成为备考复习的重要环节之一。

本丛书的前身是《高考备考丛书》，初版于1994年，是根据当时广州市有关领导的指示，为提高广州地区学生系统复习备考的效率，由广州市教育局教研室组织广州市100多名特级教师和骨干高级教师编写的。1997年更名为《高考备考指南》，由华南理工大学出版社出版。出版以来，为适应新的情况，吸收新的经验，每年更新内容，修订改版。经过多年打造，本丛书广受欢迎，成为广州市连续10多年使用的高考备考主流资料。

"应试"和"素质"并不是完全对立的矛盾。目前高三教学还存在诸多弊端，正需要我们通过教学研究和教学改革去克服和解决。广州市从20世纪80年代开始组建了全市性的高考备考研究队伍，依循现代教学理念，着眼于学生，着眼于效率，探索和研究高考备考的教学规律，积累和形成了丰富的具有广州特色的高考备考经验体系。凭着这些凝聚了广州市20多年来一批又一批优秀高三教师心血结晶的经验，广州的高考已经连续多年在全省显现出高位稳定。《高考备考指南》就是广州多年高考备考研究的成果之一，它全面体现了广州备考理念和备考经验。

《高考备考指南》是为广东学生参加广东高考而编写的，所以，一方面，在内容上紧扣广东高考的考试大纲，力求让师生明确考试大纲规定考点的要求，明确考点对应的课本内容，明确考点对应的试题类型，成为当年考试大纲的"解读"；另一方面，在体例上充分考虑了我省学生的学习基础、学习习惯和心理特点，力求精练，强调实用，重视基础，舍弃繁难，反对题海，针对性强，以便让学生以最少的时间获得最好的复习效果。这些就是本丛书编写的鲜明特点。

2007年，广东开始实施新课程高考方案。《高考备考指南》(第十版)根据新课程高考的要求重新进行了编写，全书的结构、内容、题例和练习都全新改版。经过2007年高考的检验，得到了广大师生的充分肯定。根据使用意见，2008年的第十一版又进行过一次修订。2009年是新课程实施后的第三次高考。在总结前两年新课程高考命题特点的基础上，根据对2009年高考(广东卷)命题趋势的分析，《高考备考指南》(第十二版)又进行了全面的优化。

《高考备考指南》(第十二版)包括语文、数学(分文科数学和理科数学)、英语、文科基础/理科基础、政治、历史、地理、物理、化学、生物10个学科，除文科基础/理科基础外，其他每个学科分为《系统复习用书》和《专题训练用书》。《系统复习用书》包括学科各必修模块和列进考试范围的选修模块的基础知识的系统梳理和题型示例，既有新教材的改革亮点，又根据新考纲的要求，加强了知识的系统性，每单元(或章节)附有供学生思考与训练的题目(数学另有配套的《习题解答》)。《专题训练用书》提供与系统复习配套使用的单元(或专题)训练和综合训练，可以按照需要随堂测试或课外使用。文科基础/理科基础分别按政治、历史、地理、物理、化学、生物六个分册出版。

《高考备考指南》丛书编写委员会由广州市教育局教研室组建。第十二版由黄宪任主编，谭国华、张经纬任副主编。华南理工大学出版社大力协助并促成本丛书出版，在此谨表谢意。

编 者

2008年4月于广州

说　明

《高考备考指南·数学(理科)》包括系统复习用书、专题训练用书和习题解答共三册书,三册书相互配套,构成了一个特别适合数学高考复习特点的内容体系。

其中,系统复习用书包含了高中数学课程标准中必修课程和选修系列2的全部内容。在充分考虑高中数学课程标准各种不同版本实验教科书的基础上,根据2008年新课程标准高考数学考试大纲和对2009年高考数学(广东卷)命题趋势的分析,系统复习用书将高中数学课程标准中的必修内容和选修内容进行了有机的整合,使得知识之间的内在联系更加紧凑、连贯。为方便使用,系统复习用书按课时编写,而且将每课时的配套练习分为基础训练和综合提高两个部分。系统复习用书可供考生作为数学高考第一轮复习使用。

专题训练用书配合系统复习用书,为每章提供了一套测试卷,既可作为班级单元测试用,也可作为考生自行检测用。

习题解答一书给出了系统复习用书中全部习题的详尽解答,以方便考生解题时及时查对答案,比较解法的优劣。

《高考备考指南·数学(理科)》由广州市教育局教研室曾辛金、陈镇民担任主编。参加编写的人员分别是:许建中(第一章),杨仁宽、宋洁云(第二章),肖凌戆(第三章),伍晓焰(第四章),罗华、谭建东(第五章),陈镇民、谭国华、罗晓斌(第六章),周伟锋(第七章),曾辛金、赖青松(第八章),许建中、吴华东(第九章),翁之英、李大伟(第十章),肖勇钢(第十一章),彭雨茂(第十二章),谭曙光(第十三章、第十六章),赵霞(第十四章),严运华(第十五章)。参加编写的人员均为广州市中学数学骨干教师,他们有着丰富的数学高考复习的实践经验,同时又都是高中数学课程标准实验的亲身参与者。

为了保证书稿的质量,《高考备考指南·数学(理科)》还邀请了一批无论在数学专业上、还是在课堂教学上都具有较高造诣的广州市高中数学青年教师参与审校工作。他们是:曹小恩、伍勋、温效良、刘殷、廖秋凡、梁明月、贺小意。

感谢华南理工大学出版社的编辑和校对人员,正是由于他们的帮助,才使本书得以顺利出版。

尽管本书的编写、编辑和校对人员均抱着非常严肃认真的态度对待本书的编写与出版工作,但由于水平有限,或偶有疏忽,本书必定还存在一些不足之处,恳请广大教师和学生提出批评、建议,以便再版时修订。

编　者

2008年3月

目　　录

第一章　集合与常用逻辑用语

1.1　集合

1. (D). $\complement_U B=\{1,3,4\}$，$A\cap(\complement_U B)=\{1,3\}$，故选(D).

2. (B). $P+Q=\{1,2,3,4,6,7,8,11\}$，故选(B).

3. (C). 由于阴影部分是 M 与 P 的公共部分，且又在 S 的外部，再与选择支对照，故应选(C).

4. (A). 因为 $B\subseteq(A\cup B)$，$(B\cap C)\subseteq B$ 即 $(B\cap C)\subseteq B\subseteq(A\cup B)$ 而 $A\cup B=B\cap C$，故 $A\cup B=B\cap C=B$. 于是 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，所以 $A\subseteq C$，故选(A).

5. $P\cap\complement_U Q$. 因为 $Q=\{x\mid g(x)\geq0\}$，故 $\complement_U Q=\{x|g(x)<0\}$，不等式组 $\begin{cases}f(x)<0\\g(x)<0\end{cases}$ 的解集为

$$\left\{x\left|\begin{cases}f(x)<0\\g(x)<0\end{cases}\right.\right\}=\{x|f(x)<0\}\cap\{x|g(x)<0\}=P\cap(\complement_U Q).$$

6. $\{1,2,5\}$. 因 $A\cap B=\{2\}$，则有 $\log_2(a+3)=2$，故 $a=1$，在 $B=\{a,b\}$ 中，必有 $b=2$，故 $A=\{5,2\}$，$B=\{1,2\}$，由此可知 $A\cup B=\{1,2,5\}$.

7. 因为 $A\cap B=\{-3\}$，故 $-3\in B$，由已知得 $a^2+1\neq-3$，且 $a^2+1\neq a^2$，故 $\begin{cases}a-3=-3\\a^2\neq2a-1\\a+1\neq a^2+1\end{cases}$

或 $\begin{cases}2a-1=-3\\a^2\neq a-3\\a+1\neq a^2+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\a\neq1\\a\neq0\text{ 且 }a\neq1\end{cases}$

或 $\begin{cases}a=-1\\a\neq0\text{ 且 }a\neq1\end{cases}\Rightarrow a=-1.$

8. (1)因 $B=\{1,2\}$，而 $A\cup B=B$，故 $A\subseteq B$. 故 A 可能有下列四种情形：

①当 $A=\{1,2\}$ 时，$p=-3$，$q=2$；

②当 $A=\{1\}$ 时，$p=-2$，$q=1$；

③当 $A=\{2\}$ 时，$p=-4$，$q=4$；

④当 $A=\varnothing$ 时，$p^2<4q$.

(2)解法1：由 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$ 可知：

①当 $A=\varnothing$ 时，有 $\Delta<0$，即 $(2+p)^2-4<0$，解得 $-4<p<0$；

②当 $A\neq\varnothing$ 时，但 $A\subseteq\{x\mid x\leq0\}$. 因 $x^2+(2+p)x+1=0$ 不可能有根为0，且两根必同号，即 $A\subseteq\mathbf{R}^-$. 故必有 $\begin{cases}\Delta\geq0\\x_1+x_2<0\end{cases}$，即 $\begin{cases}p^2+4p\geq0\\2+p>0\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}p\leq-4\\p>-2\end{cases}$ 或 $p\geq0$，故 $p\geq0$.

综合①、②可知：p 的取值范围是 $\{p|p>-4\}$.

解法2：由于方程 $x^2+(2+p)x+1=0$ 不可能有根为0，且两根必同号. 所以 $A\cap\mathbf{R}^+\neq\varnothing$ 时的条件是 $\begin{cases}\Delta\geq0\\x_1+x_2>0\end{cases}$，即 $\begin{cases}p^2+4p\geq0\\2+p<0\end{cases}$，故 $p\leq-4$. 故满足 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$ 条件的 p 的取值范围是 $p>-4$.

9. (C). 如图1－1，M 是以原点为圆心、3为半径的上半圆，M 与 N 有 $M\cap N\neq\varnothing$，表明直线 l：$y=x+b$ 与半圆有公共点，所以 b 的取值范围只能是 $-3\leq b\leq3\sqrt{2}$.

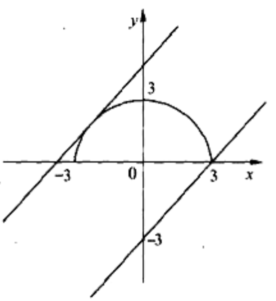

图1－1

10. $[-3,-1)\cup(1,+\infty)$.

$A\cap B=\{x|4x^2-4>0\}\cap\{y|y\geq-3\}$

$=\{x|x>1\text{ 或 }x<-1\}\cap\{y|y\geq-3\}$

$=[-3,-1)\cup(1,+\infty)$.

11. $\left(\frac{2}{3},1\right]\cup\left[-\frac{1}{3},0\right)$. 由$\begin{cases}x=2\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$,$\theta\in[0,\pi]$，消去参数得$\frac{x^2}{4}+y^2=1(0\leqslant y\leqslant1)$，把$y=kx+k+1$代入得$\left(\frac{1}{4}+k^2\right)x^2+(2k^2+2k)x+k^2+2k=0$，由$\Delta=3k^2-2k=0$得$k=0$或$k=\frac{2}{3}$,又因为直线$y=kx+k+1$恒过点$(-1,1)$,其与点$(-2,0)$连线的斜率为1,与点$(2,0)$连线的斜率为$-\frac{1}{3}$,由数形结合可得.

12. (1)$A=(2,4)$. ①当$a>0$时,$a<3a$,$B=(a,3a)$. 若$A\subsetneqq B$,则$\begin{cases}a\leqslant2\\ 3a\geqslant4\end{cases}$故$\frac{4}{3}\leqslant a\leqslant2$,即$a\in\left[\frac{4}{3},2\right]$.

②当$a<0$时,$3a<a<0$,故$B=(3a,a)$. 显然$A\subsetneqq B$不满足,故a的取值范围是$\left[\frac{4}{3},2\right]$.

(2)① $a>0$时,$B=(a,3a)$. 因为$A\cap B=\varnothing$,故$a\geqslant4$或$a\leqslant\frac{2}{3}$,即$0<a\leqslant\frac{3}{2}$或$a\geqslant4$.

②$a=0$时,$B=\varnothing$,故$A\cap B=\varnothing$满足.

③$a<0$时,$B=(3a,a)$. 由于$A\cap B=\varnothing$,故$a\leqslant2$或$a\geqslant\frac{4}{3}$,即$a<0$.

综上所述,a的取值范围是:$\left(-\infty,\frac{2}{3}\right]\cup[4,+\infty)$.

1.2　充分条件与必要条件

1. (B). $ab=ac\Leftrightarrow a(b-c)=0\nRightarrow b=c$,而$b=c\Rightarrow a(b-c)=0$,则甲是乙的必要不充分条件.

2. (A). 由选择支观察,先判断命题①的正确性,其逆命题是:“$x>1\Rightarrow\sqrt{x^2}=x$”为真命题,故①为真,因而排除了(B)、(D),而对(A)、(C)只需判断命题④或⑤,显然⑤易判断,其否命题是:“$ab\neq0\Rightarrow a=0$且$b\neq0$”,显然是假命题.

3. (C). 方程$ax^2+2x+1=0\ (a\neq0)$有一个正根和一个负根的充要条件是$x_1x_2=\frac{1}{a}<0$即$a<0$.

4. (B). 因为$f'(x)=e^x+\frac{1}{x}+4x+m$. 令$f'(x)\geqslant0$,即$m\geqslant-(e^x+\frac{1}{x}+4x)$. 因为$x>0$,所以$e^x>1$,$\frac{1}{x}+4x\geqslant4$. 所以$-(e^x+\frac{1}{x}+4x)<-5$,故$p:m>-5$而$q:m\geqslant-5$,所以$q\Rightarrow p$,即$p$是$q$的必要不充分条件,故选(B).

5. $ab>0$是$\frac{a}{b}>0$的充要条件;而$ab\geqslant0\Leftrightarrow\begin{cases}a\geqslant0\\ b\geqslant0\end{cases}$或$\begin{cases}a\leqslant0\\ b\leqslant0\end{cases}$,$\frac{a}{b}\geqslant0\Leftrightarrow\begin{cases}a\geqslant0\\ b>0\end{cases}$或$\begin{cases}a\leqslant0\\ b<0\end{cases}$,因此$ab\geqslant0$是$\frac{a}{b}\geqslant0$的必要不充分条件.

6. $\left[0,\frac{1}{2}\right]$由$|4x-3|\leqslant1$解得$\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant2$,即$q:a\leqslant x\leqslant a+1$. 由题设条件得$q$是$p$的必要不充分条件,即$p\Rightarrow q$,$q\nRightarrow p$,故$\left[\frac{1}{2},1\right]\subsetneqq[a,a+1]$. 所以$a\leqslant\frac{1}{2}$且$a+1\geqslant1$得$0\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$.

7. 逆命题:“已知a,b,c,d是实数,若$a+c>b+d$,则$a>b$且$c>d$”是假命题. 否命题:“已知a,b,c,d是实数,若$a\leqslant b$或$c\leqslant d$,则$a+c\leqslant b+d$”是假命题(因逆、否命题同真假). 逆否命题:“已知a,b,c,d是实数,若$a+c\leqslant b+d$,则$a\leqslant b$或$c\leqslant d$”是真命题(因原命题为真).

8. (1)原命题为真. 逆命题:“若$x,y\in\mathbf{R}$且x,y不全为0,则$x^2+y^2\neq0$”是真命题. 否命题:“若$x,y\in\mathbf{R}$且$x^2+y^2=0$,则x,y全为0”是真命题. 逆否命题:“若$x,y\in\mathbf{R}$且x,y全为0,则$x^2+y^2=0$”是真命题.

(2)原命题为假. 逆命题:“若二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象与x轴有公共点,则$b^2-4ac<0$是假命题. 否命题:“若在二次函数$y=ax^2+bx+c$中,$b^2-4ac\geqslant0$,则该二次函数图象与x轴没有公共点”是假命题. 逆否命题:“若二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象与x轴没有公共点,则$b^2-4ac\geqslant0$”是假命题.

9. (A). 由$A\subsetneqq B$利用韦恩图得$(\complement_UA)\cup B=U$,故$A\subsetneqq B$是$(\complement_UA)\cup B=U$的充分条件,而$A=B$时,

$(\complement_U A)\cup B=U$,故 $A\subsetneqq B$ 不是 $(\complement_U A)\cup B=U$ 的必要条件.

10. (D). 因 $b/\!/\beta,\alpha\cap\beta=a$,故 a 与 b 无交点,若 $a/\!/b$,由 $b\perp\alpha$,得 $a\perp\alpha$,由题设有 $a\subseteq\alpha$,故 a 与 b 不可能平行,a 与 b 又无交点,故 a,b 是异面直线.

11. $1\leqslant m<2$. 因 $|x|+|x-1|>m$ 的解集为 $\mathbf{R}$,故 $m<(|x|+|x-1|)_{\min}$, $|x|+|x-1|\geqslant|x-(x-1)|=1$,故 $m<1$. 已知 $(5-2m)^x$ 为增函数,故 $5-2x>1,m<2$. 由于 p,q 一真一假,故 $\begin{cases}m\geqslant1\\m<2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m<1\\m\geqslant2\end{cases}$,即 $1\leqslant m<2$.

12. 必要性. 因线段 AB 的方程为 $y=-x+3(0\leqslant x\leqslant3)$,由 $\begin{cases}y=-x^2+mx-1\\y=-x+3\end{cases}$ $(0\leqslant x\leqslant3)$,得 $-x^2+(m+1)x-4=0\ (0\leqslant x\leqslant3)$,令 $f(x)=x^2-(m+1)x+4\ (0\leqslant x\leqslant3)$,则抛物线 C 与线段 AB 有两个不同交点等价于 $f(x)$ 与 x 轴在 $[0,3]$ 内有两个交点,即等价于

$$\begin{cases}\Delta>0\\f(0)\geqslant0\\f(3)\geqslant0\\0\leqslant-\dfrac{b}{2a}\leqslant3\end{cases},\quad 即\begin{cases}m^2+2m-15>0\\10-3m\geqslant0\\0\leqslant m+1\leqslant6\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}m<-5\text{ 或 }m>3\\m\leqslant\dfrac{10}{3}\\-1\leqslant m\leqslant5\end{cases},$$

所以 $3<m\leqslant\dfrac{10}{3}$,从而必要性得证.

充分性. 因 $m\in\left(-3,\dfrac{10}{3}\right]$,故

$$x_1=\frac{1+m-\sqrt{(1+m)^2-16}}{2}$$

$$>\frac{1+m-\sqrt{(1+m)^2}}{2}=0,$$

$$x_2=\frac{1+m+\sqrt{(1+m)^2-16}}{2}$$

$$\leqslant\frac{1+\dfrac{10}{3}+\sqrt{\left(1+\dfrac{10}{3}\right)^2-16}}{2}=3,$$

所以方程 $x^2-(1+m)x+4=0$ 有两个不同的实数根,且两根 x_1,x_2 满足 $0<x_1<x_2\leqslant3$,即方程组 $\begin{cases}y=-x^2+mx-1\\y=-x+3\end{cases}$ $(0\leqslant x\leqslant3)$ 有两组不同的实数解.

所以,抛物线 $y=-x^2+mx-1$ 和线段 AB 有两个不同交点的充要条件是 $3<m\leqslant\dfrac{10}{3}$.

1.3 常用逻辑用语

1. (B). 由于 $\forall x\in\mathbf{R}$ 都有 $x^2\geqslant0$,因而有 $x^2+3\geqslant3$,所以"$\forall x\in\mathbf{R},\ x^2+3<0$"为假命题;由 $0\in\mathbf{N}$,当 $x=0$ 时,$x^2\geqslant1$ 不成立,所以命题"$\forall x\in\mathbf{N},x^2\geqslant1$"是假命题;由于 $-1\in\mathbf{Z}$,当 $x=-1$ 时,$x^5<1$,所以命题"$\exists x\in\mathbf{Z}$,使 $x^5<1$"为真命题;由于使 $x^2=3$ 成立的数只有 $\pm\sqrt{3}$,且均不是有理数,因此没有任何一个有理的平方能等于 3,所以"$\exists x\in\mathbf{Q},x^2=3$"是假命题.
2. (C). 因为全称命题的否定形式是特称命题,而 $\sin x\leqslant1$ 的否定是 $\sin x>1$,故选(C).
3. (C). 因为 $p\vee q$ 为真,则 p,q 中至少有一个真;$p\wedge q$为假,则 p,q 中至少有一个假;因此,p,q 中必有一真一假,即 p,q 中有且只有一个为真.
4. (D). 因为(A)的否命题"$\exists x\in\mathbf{R},x^2+3x+4\leqslant0$"是假命题;(B)的否命题"$\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x-3>0$"是假命题;(C)的否命题"所有三角形不是锐角三角形"是假命题;(D)的否命题"有些一元二次方程不一定有实数解"是真命题.
5. $\{-1,0,1,2\}$. 因为 $\neg q$ 为假,故 q 为真,又因 $p\wedge q$假,故 p 必假,故 $\begin{cases}|x^2-x|<6\\x\in\mathbf{Z}\end{cases}$,

   即 $\begin{cases}-6<x^2-x<6\\x\in\mathbf{Z}\end{cases}$, $\begin{cases}-2<x<3\\x\in\mathbf{Z}\end{cases}$,

   所以 $x=\{-1,0,1,2\}$.
6. $(0,1]\cup[4,+\infty)$. 因为 p 中,因为 $y=a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上

单调递增，所以 $a>1$. 即 $p:a>1$. 在 q 中，不等式 $ax^2-ax+1>0$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，所以 $\Delta<0$ 即 $a^2-4a<0$.

所以 $0<a<4$，即 $q:0<a<4$. $p\vee q$ 为真，$p\wedge q$ 为假. 故 p 与 q 有且只有一个真.

(1)若 p 真 q 假，则 $a\geqslant 4$；

(2)若 q 真 p 假，则 $0<a\leqslant 1$.

7. 若方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等负根，则 $\begin{cases}\Delta=m^2-4>0\\ x_1+x_2=-m<0\end{cases}$，于是 $m>2$，即 $p:m>2$.

若方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根，则 $\Delta=16(m-2)^2-16<0$，于是 $1<m<3$，即 $q:1<m<3$. 若"$p\vee q$"为真，则 p,q 至少有一个为真；若"$p\wedge q$"为假，则 p,q 至少有一个为假. 或 p,q 一真一假，即 p 真 q 假或 p 假 q 真，所以 $\begin{cases}m>2\\ m\leqslant 1\text{ 或 }m\geqslant 3\end{cases}$，或 $\begin{cases}m\leqslant 2\\ 1<m<3\end{cases}$，即 $m\geqslant 3$ 或 $1<m\leqslant 2$. 故实数 m 的取值范围为 $(1,2]\cup[3,+\infty)$.

8. (1)否命题：$\exists x\in\mathbf{R}$，使 $3x-5\neq 0$，故 $x=3$ 时，$3\times 3-5=4\neq 0$，故否命题为真；

(2)否命题：$\exists x\in\mathbf{R}$，使 $x^2\leqslant 0$，所以 $x=0,0^2=0$，故否命题为真；

(3)否命题：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2\neq 1$，因 $x=1$ 时，$x^2=1$，故否命题是假；

(4)否命题：$\forall x\in\mathbf{R}$，x 不是方程 $x^2-3x+2=0$ 的根，当 $x=1$ 时，$x^2-3x+2=0$ 成立，故否命题为假.

9. (C). "$\neg$ (p 或 q)"为假命题，则"p 或 q"为真命题，即 p,q 中至少有一个为真命题.

10. (C). ①的否定是：有些实数的平方不是正数，因 $x=0$ 时，$x^2=0$ 不是正数，因而命题为真命题；②的否定是：有些实数 x 不都是方程 $5x-12=0$ 的根，因 $x=1$，而 $5\times 1-12\neq 0$，所以命题为真命题；③的否定是：有些数被 8 整除但不能被 4 整除，该命题为假命题；④的否定是：四边形，若它是正方形，则它的四条边中，至少有两条边不相等，这个命题是假命题.

11. (1)p 且 q，p：梯形的中位线平行于两底，q：梯形的中位线等于两底和的一半；

(2)$\neg p$，$p:\sqrt{3}<2$；

(3)p 或 q，p：方程 $x^2-16=0$ 的一个解是 $x=4$；q：方程 $x^2-16=0$ 的一个解是 $x=-4$.

12. (1)命题的否定：某些正方形不都是菱形，为假命题；

(2)命题的否定：$\forall x\in\mathbf{R}$，$4x-3\leqslant x$，因 $x=2$ 时，$4\times 2-3=6>2$，故"$\forall x\in\mathbf{R}$，$4x-3\leqslant x$"是假命题；

(3)命题的否定：$\exists x\in\mathbf{R}$，使 $x+1\neq 2x$，因 $x=2$ 时，$x+1=2+1=3\neq 2\times 2$，故"$\exists x\in\mathbf{R}$，使 $x+1\neq 2x$"是真命题；

(4)命题的否定：集合 A 既不是集合 $A\cap B$ 的子集，也不是集合 $A\cup B$ 的子集，是假命题.

习题一

1. (D). 解法 1：因集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{2,5,8\}$，$B=\{1,3,5,7\}$. 故 $\complement_U A=\{1,3,4,6,7\}$，故 $(\complement_U A)\cap B=\{1,3,7\}$，故选(D).

解法 2：由选择支可排除(B)、(C)，因 $(\complement_U A)\cap B$ 中的元素必是 B 的元素，从选择支(A)可知 5 只能是 A 的元素，并不是 $(\complement_U A)$ 中的元素，故排除(A). 选(D).

2. (A). 解法 1：因 $\dfrac{x-1}{x-2}\leqslant\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{x-2}-\dfrac{1}{2}\leqslant 0\Leftrightarrow\dfrac{x}{x-2}\leqslant 0\Leftrightarrow 0\leqslant x<2$，故 $M=\{x|0\leqslant x<2\}$. 因 $x^2+2x-3<0\Leftrightarrow -3<x<1$，故 $N=\{x|-3<x<1\}$，$M\cap N=\{x|0\leqslant x<1\}$. 故选(A).

解法 2：由选择支，只需先验证 $x=1$ 时是不是两个不等式都成立. 显然 $x^2+2x-3<0$ 不成立，故选(A).

3. (D). 当 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$ 时，$Q=\{y|y=\dfrac{n}{2}\pi-\dfrac{1}{2}\pi,n\in\mathbf{Z}\}$；当 $k=2n-1$ 时. $Q=\{y|y=\dfrac{n}{2}\pi+\dfrac{1}{4}\pi,n\in\mathbf{Z}\}$. 故 $P\subsetneqq Q$，选(D).

4. (A). 因 $|x|=x\Leftrightarrow x\geqslant 0$，而 $x^2\geqslant -x\Leftrightarrow x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 0$，故 $p\Rightarrow q$，但 $q\nRightarrow p$，故 p 是 q 的充分不必要条件. 故选(A).

5. (D). a,b,c 不全为零,即 a,b,c 中至少有一个不为零. 故选(D).

6. (A). 因 $a>b$ 与 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 同时成立 $\Leftrightarrow\begin{cases}ab>0\\a>b\end{cases}\Leftrightarrow$ $a>b>0$ 或 $b<a<0$. 故选(A).

7. (C). ①是真命题,③是真命题,其余均为假命题. 故选(C).

8. (C). (A)的否命题:"$\exists x\in\mathbf{R},x^2-x+1<0$,故 $x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\geqslant\frac{3}{4}$"为假命题;

(B)的否命题:"有些四边形内角和不等于360°"为假命题;

(D)的否命题:"至少存在一个分数不是有理数"为假命题;

而(C)的否命题:"$\forall x\in\mathbf{R},\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$"为真命题. 故选(C).

9. 因 $A=\{y|y=x^2,x\in\mathbf{R}\}=\{y|y\geqslant0\}$, $B=\{y|y=2-|x|,x\in\mathbf{R}\}=\{y|y\leqslant2\}$,故 $A\cap B=\{y|0\leqslant y\leqslant2\}$. 因 $\complement_R B=\{y|y>2\}$,故 $A\cap\complement_R B=\{y|y>2\}$.

10. 因 $P\subsetneqq Q\subsetneqq U$,故 $P\cap\complement_U Q=\varnothing$.

11. $B=\left\{(x,y)\left|\frac{y-1}{x-2}=\frac{1}{2}\text{且 }x,y\in\mathbf{R}\right.\right\}=\{(x,y)|x-2y=0$ 且 $x\neq2,y\neq1$,且 $x,y\in\mathbf{R}\}$.

故 $\complement_U B=\{(x,y)|x-2y\neq0$ 或 $x=2$ 或 $y=1$ 且 $x,y\in\mathbf{R}\}$.

故 $A\cap(\complement_U B)=\{(x,y)|x=2$ 且 $y=1\}=\{(2,1)\}$.

12. 否命题是:若 $(x-1)(y+2)=0$,则 $x=1$ 或 $y=-2$.

逆否命题是:若 $x=1$ 或 $y=-2$,则 $(x-1)(y+2)=0$.

13. 由 $|x-a|<2$,得 $a-2<x<a+2$,故 $A=\{x|a-2<x<a+2\}$. 由 $\frac{2x-1}{x+2}<1$,得 $\frac{x-3}{x+2}<0$,即 $-2<x<3$,故 $B=\{x|-2<x<3\}$. 因 $A\subseteq B$,所以有 $\begin{cases}a-2\geqslant-2\\a+2\leqslant3\end{cases}$,解得 $0\leqslant a\leqslant1$,故 a 的取值范围是 $[0,1]$.

14. 由 $a(x-2)+1>0,a>2$,得 $x>2-\frac{1}{a}$. 由 $(x-1)^2>a(x-2)+1$,得 $(x-a)(x-2)>0$,因 $a>2$,故解得 $x<2$ 或 $x>a$. 由 $a>2$. 故 $0<\frac{1}{a}<\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}<-\frac{1}{a}<0$,即 $\frac{3}{2}<2-\frac{1}{a}<2$. 因 p,q 都成立的条件是 $2-\frac{1}{a}<x<2$ 或 $x>a$,故得 p,q 都成立的 x 的集合为 $\left\{x\left|2-\frac{1}{a}<x<2\text{ 或 }x>a\right.\right\}$.

15. 由 $y=c^x$ 为减函数得 $0<c<1$. 当 $x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$时,因为 $f'(x)=1-\frac{1}{x^2}$,所以 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2},1\right]$上为减函数,在 $[1,2]$ 上为增函数,所以 $f(x)_{\min}=f(1)=2$,当 $x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$时,由 $f(x)>\frac{1}{c}$ 恒成立得 $2>\frac{1}{c}$,所以 $c>\frac{1}{2}$,因为 $p\vee q$ 真,$p\wedge q$ 假,所以 p、q 有且只有一个真. ①当 p 真,且 q 假时,$0<c\leqslant\frac{1}{2}$;②当 p 假且 q 真时 $c\geqslant1$.

故 c 的取值范围为 $\left(0,\frac{1}{2}\right]\cup[1+\infty)$.

16. 因 p 条件可化为 $3a<x<a(a<0)$,q 条件可化为 $-2\leqslant x\leqslant3$ 或 $x<-4$ 或 $x>2$.

即 $p:(3a,a)$ 且 $a<0$; $q:(-\infty,-4)\cup[-2,+\infty)$,因 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件,故 p 是 q 的充分不必要条件,故 $(3a,a)\subseteq(-\infty,-4)\cup[-2,\infty)$,即 $a\leqslant-4$ 或 $\begin{cases}3a\geqslant-2\\a<0\end{cases}$,故 $a\leqslant-4$ 或 $-\frac{2}{3}\leqslant a<0$,故 a 的取值范围是 $(-\infty,-4]\cup[-\frac{2}{3},0)$.

17. 必要性:因为△ABC 是等边三角形,且 a、b、c 是其三边,所以 $a=b=c$,所以 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$.

充分性:因为 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$,所以 $\frac{1}{2}(a-b)^2+\frac{1}{2}(b-c)^2+\frac{1}{2}(c-a)^2=0$,即 $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$.

即 $a-b=0,b-c=0,c-a=0$. 所以 $a=b=c$;因为 a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的三边,所以 $\triangle ABC$ 是等边三角形. 即证.

18. (1)设此方程的两实根为 x_1,x_2,则有两个正根的充要条件是

$$\begin{cases}1-a\neq 0\\ \Delta\geqslant 0\\ x_1+x_2>0\\ x_1\cdot x_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 1\\ a\leqslant 2\text{ 或 }a\geqslant 10\\ \dfrac{a+2}{a-1}>0\\ \dfrac{4}{a-1}>0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}a\neq 1\\ a\leqslant 2\text{ 或 }a\geqslant 10\\ a<-2\text{ 或 }a>1\\ a>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<a\leqslant 2\text{ 或 }a\geqslant 10,$$

故 $1<a\leqslant 2$ 或 $a\geqslant 10$ 是方程有两个正根的充要条件.

(2)从(1)可知,当 $1<a\leqslant 2$ 或 $a\geqslant 10$ 时方程有两个正根. 当 $a=1$ 时,方程可化为 $3x-4=0$,有一正根 $x=\dfrac{4}{3}$. 又因为方程有一正根一负根时,充要条件是 $x_1x_2<0$,即 $\dfrac{4}{a-1}<0$, 得 $a<1$.

综上所述,方程 $(1-a)x^2+(a+2)x-4=0$ 至少有一正根的充要条件是:$a\leqslant 2$ 或 $a\geqslant 10$.

第二章　函数概念与幂函数、指数函数、对数函数

2.1　函数及其表示

第一课时

1. (A). $x=6, y=3$ 在集合 B 中没有元素对应.

2. (B). 由 $\begin{cases}1-x>0\\3x+1>0\end{cases}\Rightarrow -\frac{1}{3}<x<1$.

3. (B). 只有第二个图形满足映射定义.

4. (B). 代入点 $(0,0)$, $(1,\frac{3}{2})$ 验证.

5. 依题意，当 $0<s\leqslant 3$ 时，$Q=7$；当 $s>3$ 时，$Q=7+2.6(s-3)$，故 $Q=\begin{cases}7 & 0<s\leqslant 3\\7+2.6(s-3) & s>3\end{cases}$.

6. $f(x)=\begin{cases}2 & x>0\\x^2+4x+2 & x\leqslant 0\end{cases}$，3

7. 由 $f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}$，知 $-1<x<1$

所以 $\begin{cases}-1<\frac{x}{2}<1\\-1<\frac{1}{x}<1\end{cases}$

所以 $-2<x<-1$ 或 $1<x<2$，所以定义域为 $(-2,-1)\cup(1,2)$.

8. (1) 因为 $3>2$，所以 $f(3)=-2\times3+8=2$.

因为 $-\sqrt{2}<-1$，故 $f(-\sqrt{2})=2-\sqrt{2}$.

又 $-1<2-\sqrt{2}<2$，所以 $f[f(-\sqrt{2})]=f(2-\sqrt{2})=(2-\sqrt{2})^2=6-4\sqrt{2}$. 又 $a>0$，当 $0<a<2$ 时，$f(a)=a^2$；当 $a\geqslant 2$ 时，$f(a)=-2a+8$，综上 $f(a)=\begin{cases}a^2 & 0<a<2\\-2a+8 & a\geqslant 2\end{cases}$.

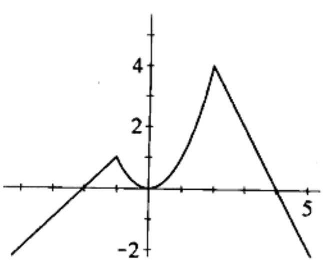

图 2–1

(2) $f(x)$ 的图象如图 2–1 所示. $x\leqslant -1$ 时，$f(x)=x+2\leqslant 1$，此时不存在解；

$-1<x<2$ 时，由 $x^2=3$，得 $x=\pm\sqrt{3}$；$x=-\sqrt{3}<-1$（舍去）；

$x\geqslant 2$ 时，由 $-2x+8=3$，得 $x=\frac{5}{2}$.

综上，$x=\sqrt{3}$ 或 $\frac{5}{2}$.

9. (C). 由 $-2\leqslant x^2-1\leqslant 2$，$0\leqslant x^2\leqslant 3$，于是 $-\sqrt{3}\leqslant x\leqslant\sqrt{3}$.

10. (B). 代入验证 $f(x+1)=\frac{2}{x+2}$，$\frac{2f(x)}{f(x)+2}$

$=\frac{2\times\frac{2}{x+1}}{\frac{2}{x+1}+2}=\frac{2}{x+2}$，满足题意.

11. 当 $x\leqslant -1$ 时，所求射线的方程为 $f(x)=x+2$. 由偶函数可知，当 $x\geqslant 1$ 时，$f(x)=-x+2$. 由题设，二次函数 $f(x)=ax^2+2$ 过点 $(-1,1)$，于是 $a=-1$，所以 $f(x)=\begin{cases}x+2, x\leqslant -1\\-x^2+2, -1<x<1\\-x+2, x\geqslant 1\end{cases}$.

12. (1) 令 $1+\frac{1}{x}=t$，则 $x=\frac{1}{t-1}(t\neq1)$，代入已知函数式得：$f(t)=\frac{1}{\frac{1}{t-1}}+\frac{(\frac{1}{t-1})^2+1}{(\frac{1}{t-1})^2}=t^2-t+1$，

所以 $f(x)=x^2-x+1[x\neq1]$，所以 $f(x+\sqrt{2}]=3+\sqrt{2}$.

(2) 令 $t=1-\cos x$，则 $\cos x=1-t$，$f(t)=1-(1-t)^2=-t^2+2t$，所以 $f(x)=-x^2+2x\quad x\in[0,2]$.

第二课时

1. (B). 函数 $f(x)=\frac{1}{1+x^2}(x\in\mathbf{R})$，故 $1+x^2\geqslant 1$，

所以原函数的值域是 $(0,1]$.

2. (A). 由 $y=3^x>0$，$y=x^2-1\geqslant -1$ 可知.

3. (B). (A) $y=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$，$x\geqslant 1$，$y\geqslant 1$.

(B) $y=3^x>0$.

(C)$y=\dfrac{-\frac{1}{2}(2x+5)+\frac{2}{5}+1}{2x+5}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\frac{7}{2}}{2x+5}$,

故 $y\neq-\dfrac{1}{2}$.

(D)$2^x>0,\ -2^x<0,\ 0\leqslant1-2^x<1$,故 $0\leqslant y<1$.

4. (D). $f(x)=27-3x$,一次函数 $f(x)$ 为减函数,$x\in[-2,2]$,因为 $x=-2$ 时,$f(x)$ 取最大值 $f(-2)=27-3\times(-2)=27+6=33$.

5. -48. $f'(x)=6x^2-8x-40=0$,$x_1=-\dfrac{10}{3}$,$x_2=2$,因为 $x\in[-3,3]$,只需比较 $f(-3)$,$f(2)$,$f(3)$ 的大小,所以 $f(x)_{\min}=f(2)=-48$.

6. 由 $a^x=\dfrac{1+y}{1-y}>0$,得 $\dfrac{1+y}{1-y}>0$,即 $(1-y)(1+y)>0$,解得 $-1<y<1$,即函数的值域是 $(-1,1)$.

7. 设长为 x(m),则宽为 $\dfrac{4-2x}{3}$(m),窗户的面积 $S=x\cdot\dfrac{4-2x}{3}=-\dfrac{2}{3}(x-1)^2+\dfrac{2}{3}\leqslant\dfrac{2}{3}$,当 $x=1$ 时,窗户的面积 S 有最大值. 故当长为 1 m. 宽为 $\dfrac{2}{3}$ m时,窗户透过的光线最多.

8. (1)$y\geqslant4$,值域为 $[4,+\infty)$.

(2)$y=\dfrac{5(x-3)+15+3}{x-3}=5+\dfrac{18}{x-3}$,故 $y\neq5$,值域为 $(-\infty,5)\cup(5,+\infty)$.

(3)$x^2-6x+10=(x-3)^2+1$,因为 $1\leqslant x\leqslant2$,所以 $2\leqslant x^2-6x+10\leqslant5$,$\left(\dfrac{1}{2}\right)^5\leqslant\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-6x+10}\leqslant\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$,$\dfrac{1}{32}\leqslant y\leqslant\dfrac{1}{4}$,值域为 $\left[\dfrac{1}{32},\dfrac{1}{4}\right]$.

(4)由于 $f(x)=2^{x-5}$ 和 $g(x)=\log_3\sqrt{x-1}$ 在区间 $[2,10]$ 上均为增函数,所以原函数在已知区间上也是增函数,从而可求得值域是 $\left[\dfrac{1}{8},33\right]$.

9. (A). 函数的定义域为 $(0,+\infty)$,$y=\dfrac{x^2-x+3}{x}=x-1+\dfrac{3}{x}\geqslant2\sqrt{3}-1$.

10. (C). 不等式 $-4\leqslant|x-3|-|x+1|\leqslant4$,$k\geqslant4$.

11. (A). 在同一坐标系中作出两函数的图象,可知 $F(x)=\begin{cases}2-x^2, & x<-2\text{ 或 }x>1\\ x, & -2\leqslant x\leqslant1\end{cases}$,于是 $F(x)$ 的最大值是 $F(1)=1$,故应选(A).

12. 如图 2－2,分别过 B、C 作 AD 的垂线,垂足分别为 H、G,则 $AH=BH=1$,$AG=3$. 求解本题,需分类讨论如下:

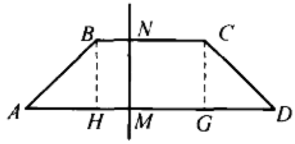

图 2-2

(1)当 M 位于 H 左侧时,$AM=MN=x$,此时 $y=S_{\triangle AMN}=\dfrac{1}{2}x^2(0<x<1)$;

(2)当 M 在 H 与 G 之间时,有 $y=S_{梯形MNBA}=\dfrac{1}{2}(x-1)\times1=x-\dfrac{1}{2}(1\leqslant x<3)$;

(3)当 M 位于 G 与 D 之间时,由图知

$y=S_{梯形ABCD}-S_{\triangle MDN}=\dfrac{2+4}{2}\times1-\dfrac{1}{2}(4-x)^2=-\dfrac{1}{2}x^2+4x-5(3\leqslant x\leqslant4)$.

$$y=f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2, & 0<x<1\\ x-\frac{1}{2}, & 1\leqslant x<3\\ -\frac{1}{2}x^2+4x-5, & 3\leqslant x\leqslant4\end{cases}$$ 为所求函数表达式,定义域为 $(0,4]$,值域为 $(0,3]$.

2.2　函数的基本性质

第一课时

1. (B). 作出对应的图象,易知①、④对应函数在 $(-\infty,0)$ 是增函数.

2. (B). $y=\dfrac{x}{1-x}=\dfrac{-(1-x)+1}{1-x}=-1+\dfrac{1}{1-x}$.

3. (A). $-g(x)$ 是增函数,则 $f(x)+(-g(x))$ 为增函数.

4. (B).

5. $(-4,-1]$. 求出 $u=-x^2-2x+8$ 的单调增区间,结合原函数的定义域可得.

6. $[-16,+\infty)$. 依题意,对称轴 $-\dfrac{a}{16}\leqslant1$.

7. 任取 x_1,x_2,且 $0<x_1<x_2$,$f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{x_2-x_1}{x_1x_2}\cdot(1-x_1x_2)$,其中 $\dfrac{x_2-x_1}{x_1x_2}>0$,则当 $0<x_1<x_2\leqslant1$

时，$f(x_1)-f(x_2)>0$，即 $x\in(0,1]$，$f(x)$ 为单调递减；当 $1<x_1<x_2$ 时，$f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $x\in[1,+\infty)$，$f(x)$ 为单调递增.

8. 由 $y=\lg t$，$t=x^2-ax-3$ 复合成 $y=\lg(x^2-ax-3)$，因为 $y=\lg t$ 为增函数，原函数在 $(-\infty,-1)$ 上为减函数，故 $t=x^2-ax-3$ 在 $(-\infty,-1)$ 上为减函数，对称轴 $x=-\dfrac{-a}{2}=\dfrac{a}{2}$，所以 $\dfrac{a}{2}\geqslant-1$，$a\geqslant-2$，且 $f(x)=\lg(x^2-ax-3)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上有意义，故 $x^2-ax-3>0$，因为 $t=x^2-ax-3$ 在 $(-\infty,-1)$ 上为减函数，所以 $t>(-1)^2-a(-1)-3\geqslant0$，$a\geqslant2$，$a$ 的取值范围为 $[2,+\infty)$.

9. (D). $f(x)=-x^2+2ax=-(x-a)^2+a^2$，抛物线开口向下，对称轴 $x=a\leqslant1$，$g(x)=\dfrac{a}{x+1}$ 在区间 $[1,2]$ 上是减函数，所以 $a>0$.

10. (D). 由函数的性质有 $f(x)$ 为增函数，则 $-f(x)$ 为减函数.

11. (1)设 $0<x_1<x_2$，

$f(x_1)-f(x_2)=2^{x_1}+\dfrac{1}{2^{x_1}}-(2^{x_2}+\dfrac{1}{2^{x_2}})$

$=2^{x_1}-2^{x_2}+\dfrac{2^{x_2}-2^{x_1}}{2^{x_1}2^{x_2}}$

$=(2^{x_1}-2^{x_2})(1-\dfrac{1}{2^{x_1}\cdot2^{x_2}})$

$=(2^{x_1}-2^{x_2})\cdot\dfrac{2^{x_1+x_2}-1}{2^{x_1+x_2}}$，

因为 $0<x_1<x_2$，$2^{x_1}<2^{x_2}$，$0<x_1+x_2$，$2^0<2^{x_1+x_2}$，$2^{x_1}-2^{x_2}<0$，$2^{x_1+x_2}-1>0$，$2^{x_1+x_2}>0$，所以 $f(x_1)-f(x_2)<0$，$f(x_1)<f(x_2)$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数.

(2)因为 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，所以 $2+\dfrac{1}{2}\leqslant y\leqslant2^3+\dfrac{1}{2^3}$，$\dfrac{5}{2}\leqslant y\leqslant\dfrac{65}{8}$，值域为 $[\dfrac{5}{2},\dfrac{65}{8}]$.

12. 由 $f(-x^2+x-2)>f(-kx)$，得 $-x^2+x-2<-kx$，即 $x^2-(k+1)x+2>0$ 对一切实数 x 恒成立，于是 $8-(k+1)^2>0$；解得 $-2\sqrt{2}-1<k<2\sqrt{2}-1$.

第二课时

1. (D). (B)、(C)定义域不关于原点对称.

2. (A). 因为 $x_1<0$，且 $x_1+x_2>0$，所以 $x_2>-x_1>0$，由于在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，所以 $f(x_2)<f(-x_1)$，又 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，所以 $f(-x_1)>f(-x_2)$.

3. (D). 设 $x<0$，则 $-x>0$，$f(-x)=-x(1+\sqrt[3]{-x})=-x(1-\sqrt[3]{x})$，由于 $f(x)$ 是奇函数，得 $f(x)=-f(-x)=x(1-\sqrt[3]{x})$.

4. (D). $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 3 为周期的奇函数，故 $f(2)=f(-1)<-1$，$\dfrac{3a-4}{a+1}<-1$，$-1<a<\dfrac{3}{4}$.

5. 由 $f(-2)=(-2)^2-a\sin(2)-2+8=10$，得 $f(2)=2^2+a\sin(2)+2+8=14$.

6. -1. 由于函数为奇函数，所以 $f(-1)=-f(1)$，$0=-\dfrac{2\times(1+a)}{1}$，$a=-1$.

7. 因 $f(x)$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数，且在区间 $[0,1)$ 上单调递增，所以 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上是递增的. 由 $f(1-a)+f(1-a^2)<0\Rightarrow f(1-a)<-f(1-a^2)=f(a^2-1)$，得

$\begin{cases}-1<1-a<1\\-1<a^2-1<1\\1-a<a^2-1\end{cases}$，解得 $1<a<\sqrt{2}$.

8. 依题意，对一切 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(-x)=f(x)$，即 $\dfrac{e^x}{a}+\dfrac{a}{e^x}=\dfrac{e^{-x}}{a}+\dfrac{a}{e^{-x}}$，故 $\dfrac{e^x}{a}+\dfrac{a}{e^x}=\dfrac{1}{ae^x}+ae^x\Rightarrow$

$(a-\dfrac{1}{a})(e^x-\dfrac{1}{e^x})=0$

对一切 $x\in\mathbf{R}$ 成立.

故 $a-\dfrac{1}{a}=0$，$a^2=1$，又 $a>0$，故 $a=1$.

9. (B). $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 3 为周期的偶函数，

$f(2)=f(5)=f(-1)=f(1)=f(-4)=f(4)$，

$f(x)=0$ 在区间 $(0,6)$ 内解最少的个数为 4 个.

10. 因为 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分别是奇函数与偶函数，

由 $f(-x)+g(-x)=\dfrac{1}{-x-1}$，得

$-f(x)+g(x)=\dfrac{1}{-x-1}$，

由 $\begin{cases}f(x)+g(x)=\dfrac{1}{x-1}\\f(x)-g(x)=\dfrac{1}{x+1}\end{cases}$，得 $\begin{cases}f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}\\g(x)=\dfrac{1}{x^2-1}\end{cases}$