

中学、师范教学经验选辑第六辑

数学教学经验专辑

江苏教育编辑部主编
江苏人民出版社出版

前 言

1955年暑期各地为准备江苏省教育廳召开的全省中学、师范数学教学經驗交流会，选送了不少材料。教育廳曾經把这些材料分別送請本省各高等师范学校審閱。后來，該会因事停开，教育廳于上学期即將部分材料陸續分發各完中和后师参考。为了更廣泛的交流經驗，我們再選擇部分材料輯成本冊，供各校数学教师們研究参考。若有不当之处，請提出意見，以便修改。

目 錄

前言

- 以“文字系数二次方程应用題”为例說明怎样結合教学大綱
鑽研教材來進行教学的……江苏省苏州高級中学数学教研組(1)
- 数学教学中培养学生独立思維能力的点滴体会……………
……………江苏省揚州中学(12)
- 怎样使学生牢固地掌握数学的基本概念的……………
……………江苏省南通中学(22)
- 在数学教学中怎样培养辯証唯物主义世界觀的……………
……………江苏省鹽城中学(39)
- 关于改進課堂教学方式方法的点滴經驗……………
……………江苏省常州高級中学数学教研組(47)
- 我們是怎样領導学生進行实地測量的……………苏州市第三中学(71)

以“文字系数二次方程应用題”为例說明 怎样結合教学大綱鑽研教材來進行教学的

江苏省苏州高級中学数学教研組

数学学科在上年結合政治結合实际結合生產進行教学的总结工作中,开始認識学习教学大綱的重要性。高一代数小組,通过期中質量檢查,更明确了貫徹教学大綱、貫徹辯証唯物主义結合各科特点貫徹政治思想教育,是当前提高教育質量的重要环节。限于業務水平与思想水平,在摸索过程中尚談不到有所收穫和体会。僅將我們对于文字系数二次方程应用題一節的备课过程簡述如下:

(一)比較課本編訂順序与大綱規定順序的差異,体会教材系統性和文字方程应用題一節在整个系統中所处的地位和作用。

大綱規定進度与課本的順序有三点出入。中央教育部曾在人民教育上有过指示:凡課本順序与大綱順序有出入的地方应以大綱为主。故就这三点出入的地方加以研究。

(1) 大綱更鮮明地顯示着由具体到抽象的認識过程。

教学大綱把第三章二次方程部分提到第一学期,把第二章函数圖象移到第二学期。这样使学生先通过二次方程应用題的学习,深刻辨認存在事物数量間的函数依存关系,然后学习函数及其圖象,是符合教学原則与認識規律的。同时学生虽然在初中时已有函数的初步概念,在这里可得到整理和复習,为系統地

學習函數圖象打好較穩固的基礎。

(2) 大綱更緊密地聯繫實際，使在實踐過程中，鞏固和提高已獲得的基本概念。

教學大綱規定在學完二次方程求根公式后就學習二次方程應用題，然後再學習二次方程根的性質。這樣使學生在學會二次方程解法後立即應用去解決實際問題。在實際計算中使學生深刻認識根與系數關係。尤其通過文字系數應用問題的解和討論，更明確，根是這些文字系數的函數，可以很順利地進入韋達定理，判別式等的學習。同時為以後學習函數與圖象做好準備。

(3) 大綱加強了教材的內在思想聯繫。

數學參考資料所載教學大綱教學進度表，更指出學習二次方程應用題的程序是數字方程、數字方程應用題、文字方程、文字方程應用題。而課本則是把數字方程與文字方程一起列在前面，把應用問題都列在後面。這一順序的改變，就突出教材的思想性和一貫性。在學生學會了二次方程解法，就加以應用解決實際問題。在解決同一類型的實際問題時，把數量歸納成文字數，把方程解法提高為一般化的文字方程解法，擴大文字代數的概念，並在文字方程應用題的學習中明確文字數的現實意義。

(二) 深刻體會教學大綱，結合鑽研教材，摸索教材的目的性與思想性。

從鑽研教材順序，初步體會教材的系統性的過程里漸次摸索出二次文字方程應用題教學目的的一些輪廓。於是進一步鑽研教學大綱說明部分和教材，逐漸明確下列三點：

(1) 教會學生應用二次方程解決實際問題的必要技能，貫徹理論與實際的聯繫。

大綱總說明：“中學數學教學的目的是教給學生以數學的基礎知識並培養他們應用這種知識來解決各種實際問題所必需的技能和熟練技巧。”並“在教學過程中應充分注意理論與實際的

联系，其方法首先作好練習，其次是应用数学知識去完成实际工作。”在学会了二次方程解法，掌握了求根公式，当然要应用到实际中去。在分說明中顯明地指出：“并教会学生应用代数知識解决有关物理、化学方面的簡單問題。”課本中所列二十六題，内容全是日常生活及与物理、化学等有关的問題。所以学习这一節的目的是解决实际計算問題，貫徹理論与实际的联系。

(2) 通过应用問題列方程的过程，培养学生从事物数量的依存关系中辯証的觀察問題，初步建立函数概念。

方程和函数是貫串在整个代数教学过程中的两个重要内容。二次方程和函数圖象就是高一年級課程內的两个重要内容。而应用題乃是在函数的依存关系上列出方程，是綜合上述两个重要内容一起学习的过程。文字方程应用題是数字方程应用題的繼續。在教材所列的 26 个習題中有 25 个是属于正反比例的函数关系，所以这一節的教学目的是从具体事例認識正反比例函数关系，为下章学习函数圖象創造条件，并在过程中培养学生的辯証的科学思想方法。

(3) 通过文字系数方程应用題根的討論，使学生認識数的现实性。

在学习数学中，当从数字数提高到一般化的文字数时，学生常对文字数的运算有抽象的感觉。或是把它看作一个固定的某数看待，或則把它看作什么数都可以代替的。通过文字方程应用題使学生認識文字数的现实意义。文字代表的数是事物自己所規定的，如題中汽車蘋果的数量是正整数集合。如 616 題中甲乙二拖拉机分別耕一半土地時間的和要大于二机合耕全部土地所須時間的二倍。如 622 題中容器的量 a 与剩余的量 b 都要是正数，而且 $a > b$ 。并且解出的根也需适合实际情况，所以这一節的教学目的应是使学生通过文字方程应用題的討論，在一般化地擴大解方程法則，熟練文字数的运算过程中進一步認識文

字数是代表实际事物的量，是实际事物的反映，由实际事物所决定。在抽象化了的計算式中仍受实际的支配。式中的文字数将是适于实际情况的数的集合，不是任何什么数都是。

(三)全面了解教材，結合学生实际，确定教学中心内容和教学过程。

在初步明确了文字系数二次方程应用题的教学目的，更考虑学生们的实际情况是一般满足于数字式的运算，很少联系实际；解方程仍有困难，不能迅速而正确的列出方程；解得根后也常不能根据問題实际选取合适的答案。因此决定学习文字系数二次方程应用题的中心内容是复习与新课并重，在繼續巩固数字方程应用题解法的基础上扩大文字代数的概念，讨论根和文字系数的性质和相互间的条件，而把重点放在如何認識函数依存关系和数的现实意义。因为要能正确認識函数关系才能列出方程，要能認識数的现实意义才能选取合适的答案和完整的解决实际问题。

根据文字系数二次方程应用题在二次方程一章内的比重、地位和需要，确定教学时间为二節，环绕上述的内容和重点，确定教学过程。

I. 組織教材：

(1)分析課本中習題內容的函数性質。

几何性質： $(勾)^2 + (股)^2 = (弦)^2$	620題
正比例和 距离 = 速度 $\times$ 時間	602, 607...等十二題
反比例函 总价 = 單价 $\times$ 件数	604, 608等二題
数关系： 生產量 = 生產率 $\times$ 日期	603, 606等七題
混合体中純量 = 总量 $\times$ 成数	622題
其他	605, 613等三題

(2)选取不同类型函数关系的習題，与学过的数字方程应用題有关的習題，及学生存在困难的習題，作为例题；如 626（速

度)学生在作 575 題时存在錯誤,借此說明。

605.(分地)

616.(工作量)与 626 題有联系。

622.(濃度)上節例題(588 題)学生存在問題,以此补充。

(3) 选取与例題有关的習題(603,617,619,627)为作業,有准备的啓發学生思維,完成独立作業,更以 620 題作为檢查。

II. 繼續复習列方程的法則并从数字方程提高到文字系数方程要求学生从联系中考慮問題。

学生原來學習方程应用題, 偏向于死記个别問題解法和把問題归成类型然后模仿解法, 不能分析問題中的相互关系和存在条件, 尤其各个事物之間的內在联系, 故在講解中突出下列重点, 提高学生分析与归納問題的能力。

(1) 怎样看懂問題?(怎样叫懂?)

① 要看出問題中有那些已知量和未知量。例如 626 題, 必須認出(a)中点到目的地的距离是 $\frac{s}{2}$ (已知量)(b)旅客原來速度(未知量)(c)旅客用这个速度自中点走到目的地所需時間(未知量)(d)增加的速度(未知量)和增加速度后走到目的地所需時間(未知量)。

② 要看懂存在这些量中間的相互关系, 仍以上題为例要看出下列关系:

(a) 从題中所列出关系知道后来速度比原來速度增加 V 公里/时。

(b) 从距离速度等的內在关系可知道:

用原來速度自中点走到目的地所需時間 = $\frac{\text{距离}}{\text{原來速度}}$ 。

用增加了的速度自中点走到目的地所需時間 = $\frac{\text{距离}}{\text{增加后的速度}}$ 。

(c) 增加速度后所需時間較原來時間要少 $2+1=3$ 小时。

(2) 怎样排列方程？

① 从各量的相互联系中，發生关系最多的量是主要变化的关键，把它用 x 表示。假如有两个量發生同数的关系，則將題中所要解答者用 x 表示。

② 从各量的联系中，把各量用 x 的代数式表示。

③ 从問題所列条件，列出方程。

例如 626 題。

(a) 如上節所述各量的关系，可看到由速度發生的关系最多有三个，所以速度是發生变化的关键。并且原來速度更是發生变化的主要基础，因此把旅客的原來速度用 x 表示。

(b) 从各量的相互联系將各量用 x 的代数式表示如：

增加后的速度为 $x + v$ 公里/时。

用原來速度自中点走到目的地所需時間 = $\frac{s}{2x}$ 小时。

用增加后的速度自中点走到目的地所需時間 = $\frac{s}{2(x+v)}$ 小时。

(c) 根据增加速度后所需時間較原來時間少 3 小时，列出方程：
$$\therefore \frac{s}{2x} - \frac{s}{2(x+v)} = 3。$$

又如 605 題。

(a) 題中各量存在下列相互关系：

实际土地塊数較原來土地塊数多了 2 塊。

实际所种樹数較原來預定樹数少了 3 棵。

原來土地塊数 $\times$ 預定每塊土地所种樹数 = 总数 m 棵。

实际土地塊数 $\times$ 实际每塊土地所种樹数 = 总数 m 棵。

在这些关系中，土地塊数与蘋果樹棵数都与其他量發生了同数的三次关系，但問題所要答的是原來土地塊数，故把原來土地塊数用 x 表示。

(b) 从各量的相互联系將各量用 x 的代数式表示:

实际土地塊数是 $x + 2$ 塊。

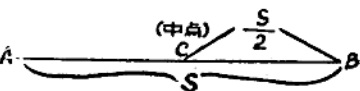
預定每塊土地种蘋果樹数为 $\frac{m}{x}$ 棵。

实际每塊土地种蘋果樹数为 $\frac{m}{x+2}$ 棵。

(c) 根据每塊土地实际种的蘋果樹数較預定种的 少了 3 棵, 列出方程: $\frac{m}{x} - \frac{m}{x+2} = 3$

这里糾正学生随使用 x 代表任何量的不正确方法, 因为这样做常会引用較間接的相互关系, 不易列出方程; 并且方程形式复雜, 解法艰难。

(3) 用具体圖形啓發抽象思維。



① 626 題:

用綫段 AB 表示二城間的距离, C 是中点。(如上圖)

原來速度是 x 公里/时。

則用原來速度自中点到目的地所需時間 = $\frac{S}{2} / x$ 小时。

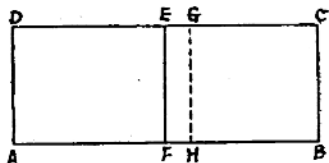
則用增加速度自中点到目的地所需時間 = $\frac{S}{2} / (x+v)$ 小时。

② 616 題:

甲乙二拖拉机合耕地 $ABCD$, t 日完畢。

若甲較快所耕地較多, 如 $AHGD$, 乙較慢耕地較少, 如 $BCGH$

H , 若甲耕完一半 $AFE D$, 再由乙繼續耕 $BC E F$ 則共需 K 日, 若甲耕完 $AHGD$, 再由乙繼續耕 $BCGH$ 則共需 $2t$ 日。



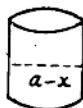
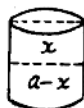
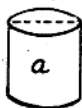
这里若二机同时开始耕地, 則甲耕完一半土地 $AFE D$ 地时, 乙尚未耕完另一半, 若剩下的一部分由甲分耕, 則因甲机速

度較快，所用時間將較乙機為少，可見 $k > 2t$ 。

③ 622 題：

(a) 容器內原有 a 升酒精。

(b) 倒出 x 升後剩 $a-x$ 升。



加水 x 升酒精濃度將是 $\frac{a-x}{a}$ 。

即每升中含有純酒精 $\frac{a-x}{a}$ 升。

(c) 再倒出 x 升，剩下 $a-x$ 升，其中含有酒精 $(a-x) \cdot \frac{a-x}{a}$ 升。

III. 重點講述新課，根據問題情況對文字係數進行討論，要求學生從實際中觀察問題。

(1) 循序漸進的對文字係數進行討論：

課本中在問題前指出：

① 問題所含各文字取怎樣的值，或它們間有什麼關係問題有意義？

② 列方程時所設未知數為那些值時才能滿足問題的条件？

③ 方程的那一個根滿足問題的条件並合於問題的情況？

要求學生一開始就按這三點要求進行討論是有困難的，而又不能機械分割，為了便於學生接受，把各文字數間沒有相互條件的問題，列在第一節課。把各文字間有一定條件限制的問題列在第二節課。

(2) 根據問題實際情形展開討論：

解釋清楚所謂“有意義”“滿足問題的条件”“合於問題的情況”就是“在實際世界中可以存在和現實情形相符合”的意思。

在教學過程中先以較簡單的 626 題為例，在這裡代表距離的文字數 s 和代表速度的文字數 v 是正數集合——整數或分數（甚而正無理數都可以，但在實際量度中不能量出），只不能是負

数,因問題所講运动都是前進的,不能是后退的、 s 和 v 間沒有任何条件存在。解根时需舍去負根,因依問題的情形肯定是正量。其次的例題是 605 題,这里代表土地塊数和蘋果樹的棵数都应是正整数,不可能是負数,也不会是分数(半棵樹是种不活的)。

所以在求根公式 $x = \frac{-3 + \sqrt{9+m}}{3}$ 中, m 的值不僅要滿足

$9+m$ 的和要是完全平方,并要求 $9+m$ 的平方根是 3 的倍数,才能解出正整数,符合实际情况。这样使学生实际認識 m 將是正整数中滿足上述要求的一列数,不是任一个正整数,更不能是任何实数。在第二節課中才啓發学生認識二个文字数間所应構成的某些較难看出的相互制約性的条件。

(3) 必須有重点有目的地把基本的討論要求放在第一位。

討論文字系数的目的,使学生認識数的现实意义,認識抽象化了的文字数仍是反映实际事物的数量,受实际事物的性質和实际事物的相互关系所約束。这些数將是反映出事物的特性和它們間的关系的某一些数,但这里不需要把較复雜性的数一个个地都追究出來。例如 605 題中蘋果樹究是那許多数,这可以留待將來學習不定方程时很容易的解出。这里只举出一二例就可以,不然就要陷入非常复雜生疏的計算中去而冲淡了主要目的的学习,反而混淆不清。

(四) 學習教学大綱和貫徹教学大綱的几点体会:

(1) 學習教学大綱不能忽視大綱本文及其進度。

以前學習教学大綱,終是感到学不進去,对大綱本文更是看作訂教学计划时查閱的目錄,行政上一再指出遵守教学大綱,不能是消極的遵守教学進度,應該積極地体会教学大綱思想內容和科学內容的优越性,掌握教学大綱的精神實質進行教学,故在这次备課中就从教学大綱的進度与課本進度的三点差異处入手鑽研教学大綱系統性科学性和思想性。使我們感到教学大綱的

本文不僅是一個目錄，它蘊藏着無限深意，待我們去掘取指示，當然只在二者進度的差異上考慮是很不夠的，需得進一步的深入鑽研，但這是比較容易入手研究的處所。

(2) 學習教學大綱必須結合教材才能具體而深入。

以前學習教學大綱總說明及分說明，常感到空洞，不能與實際教學工作相結合，在備課中學習教學大綱則隨處都密切結合。

① 教學大綱指出“教會學生應用代數知識解答有關物理……”明確學習應用問題，就是要解決物理化學等有關學科的實際計算公式，貫徹學習數學為其他學科打好基礎的主要方針。

② 貫徹辯證唯物主義思想有了具體內容，過去把應用問題單純作為把問題中文字語言改為數字語言（代數式）的技巧看待，同學終是感到困難，現在把它提高為函數學習，認識實際世界中事物的相互聯系，要求學生從聯系中看問題，從實際中看問題，培養學生辯證唯物觀點。

(3) 必須掌握教學大綱的精神才能貫徹教材的科學性和思想性。

過去我們大多是按着課本內容進行講解，很少注意教學大綱。所謂遵守教學大綱僅是消極地認為按大綱辦事可以不犯錯誤。我們更常錯誤地認為課本是人民教育出版社出版的，按蘇聯教材內容編訂的，經過許多專家審核，一定符合教學大綱，按着課本順序講解清楚就可以貫徹教學大綱，通過這次的備課，我們感到過去的錯誤，教學大綱是不能自發地通過教材貫徹的，必須先行深刻體會教學大綱，掌握教學大綱精神實質來鑽研教材，才能正確理解教材的科學內容和思想內容。唯有按着教學大綱的指示，才能有意識地有目的地通過教學過程，貫徹教學大綱。

(4) 必須按教學大綱規定進度進行教學，才能更好地發揚教材的科學性和思想性。

教学大纲是教育部按照最近的科学发展与教学情况订立的，它修正了课本的进度，使教学过程更适合于学生实际，更符合于学生的认识过程；并使教材内容的系统更富有科学性和思想性，所以必须按大纲进度办事，和深入体会精神，才能更好发扬教材的优越性。

(5) 学习教学大纲必须与原来思想相结合。

在教学工作中，过去存在很多错误的想法和做法，阻碍教学大纲的学习和教学质量的提高。在学习教学大纲时，必须结合原来看法，展开自我批评，才能深入的领会大纲精神，而在教育思想水平上提高一步。

(6) 只有贯彻教学大纲才能提高教学质量。

由于在二次方程应用题的教学中，初步贯彻辩证唯物主义，要求学生从事物的相互联系中，找出适当的量用 x 表示，抓住列方程的关键，使学生素来认为最困难的二次方程应用题的学习效果提高了一步。在苏州市统一检查高一年级的教学质量中，我校学生有 74% 正确列出其中二个应用题的方程，成绩较优。并据本校自然学科教师反映，在物理化学课中，相应的减少了计算问题上的困难。

数学教学中培养学生独立思考能力的点滴体会

江苏省揚州中学

为了貫徹全面發展的教育方針培养学生成为社会主义的优秀的劳动者，提高教學質量便成了今天具有现实意义的要求。我們通过不断地學習，体会到在鑽研教材和备課过程中，課堂教学中，注意培养学生的独立思考是提高教學質量的重要方法之一。

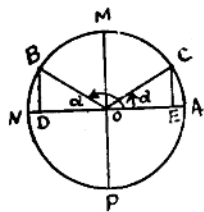
在学校行政領導的帮助下，我們对于“学生的独立思考”的看法，是逐步明确起來的，起初我們受旧的資產階級天才教育思想的影响，認為数学就是單純訓練学生腦筋的一門科学，只要学生多做些作業，多想些难题，讓他們硬想死鑽就算尽了責任，如果学生想不出來就說他們沒有學習数学的天才。这种想法与做法实际上是完全放弃了教师的主導作用，在課堂教学中就停留在先生講学生听的注入式的教学，根本不去考慮什么培养学生独立思考的問題，結果就使很多同学害怕學習数学。但是當我們認識到教师應該在教学中發揮主導作用，每一个教师要深入的鑽研教材，达到講透教材的要求以后，又產生了另一种偏向，以为講透教材就是把教材嚼得稀爛的去喂学生，例如在布置作業时把作業当成例題一样，只要学生照剝一下，不用多动腦筋就能完卷；因此学生理解力和独立工作的能力和信心逐漸降低，稍遇困难便束手无策，抑制了学生學習上的自覺性積極性和創造性。

1954年下半年学校行政領導傳達了湖北教育廳參觀团对江苏省中等教育提出應該注意培养学生的独立思考能力的問題

以后，我們才明确認識到在教学中既要發揮教師的主導作用，又要啓發學生的自覺性積極性和創造性的關鍵就在於教學中如何培養學生的積極思維活動能力。我們感覺到這是迫切要解決的問題，因此在本學期（按指 1955 年上半年）訂立教研組工作計劃時，就把這個問題當作重點，貫串在鑽研教材加強備課相應地改進教法的工作中，通過備課小組、教研大組、公開課、工會的生產會議等方式，反復研究討論，把以往在教學中自發地做過的情況加以分析研究，大家認為培養學生積極思維活動，在課堂教學中應多運用啓發式談話式自問自答等方式進行，並注意在每一個教學環節中貫徹。在教學實踐中，基本上注意糾正了同學的學習上的形式主義傾向。目前同學們在獨立作業的能力方面已有了顯著的提高，但這只是開端，有系統地檢查教學效果和開展這項工作做得還很不够，尙有待於今後努力。現在將實踐中的點滴經驗和體會寫在下面：

1. 重視數學概念和基本運算可以培養學生的獨立思考能力。

一切較高深的數學理論和較複雜的計算都是建築在數學概念和基本運算的基礎上的。因此，我們要求每一個同學對於新的概念不僅是從形式上和條文上認識它，更重要的是正確領會它的意義實質；對於基本運算不僅要學生掌握法則，還要弄通理論。在完全搞通理論的基礎上，能靈活運用所學的知識，獨立思維，舉一反三，這樣才能培養他們的技能和熟練技巧。例如在高二三角講誘導公式時，我們是這樣使學生掌握概念，啓發他們的思維活動的。我們首先設 $\angle AOB$ 為鈍角，問學生 $\angle AOB$ 的正弦綫和余弦綫怎樣作法？學生回答以後；又問我們可不可以找一個銳角，使這銳角的正弦綫和余弦綫的長度分別與鈍角 AOB 的正弦綫和



余弦綫的長度相等？如可以，这銳角的大小怎样？学生答：可以，如果一个銳角它和 $\angle BON$ 相等，則这銳角的正弦綫和余弦綫的長度分別与鈍角 AOB 的正弦綫和余弦綫的長度相等。接着老师提出以 OA 为始边这个銳角如何作法？正弦綫和余弦綫各是什么？它們为什么和鈍角 AOB 的正弦綫余弦綫長度相等呢？学生們都分別作出了正确的答案。最后和学生比較了第二象限的正弦綫和余弦綫的正負方向，使学生自己得出了結果： $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ ； $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ ；……。

最后小結：(1)因为銳角的函数都是正，所以第二象限角的某种函数(如余弦)应为負时，則用銳角函数表示后应乘以 -1 。

(2)若用动徑和水平直徑所夾的銳角的函数來表鈍角的函数，則取与原函数同名函数。

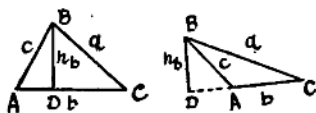
我們同样和同学研究了 $90^\circ + \alpha$ 的誘導公式。通过上面的講授我們掌握基本概念(函数綫定义)和同学研究出鈍角的函数用兩種銳角的函数來表示的誘導公式；因而以后的誘導公式如 $180^\circ + \alpha$ ， $270^\circ \pm \alpha$ ， $360^\circ - \alpha$ 等类型的角的函数，如何用角 α 的函数來表示的一切誘導公式皆由学生自己作圖証出，并且自己能得出誘導公式的法則。

又例如在高三三角講三角形求面積的几种公式时，首先掌握概念和基本运算法則“三角形的面積所含面積單位的个数，等于它的底和高所含長度單位的个数相乘積的二分之一”用式表示即

$$S = \frac{1}{2} B \cdot H$$

如 B 为 b ， H 为 h_b (右圖)

$$\text{則 } S = \frac{1}{2} b h_b \dots\dots\dots (I)$$



(1)提問：如將(I)式中的 h_b 用三角形的边和角來表示应如何？

学生答出： $h_b = C \sin A$ (或 $h_b = a \sin C$)代入(I)式得。